

Jihočeská univerzita v Českých Budějovicích

Pedagogická fakulta

Katedra matematiky

Slovní úlohy ze základů aritmetiky

Bakalářská práce

vedoucí práce

RNDr. Libuše Samková, Ph.D.

vypracovala

Lenka Brožová

Prosinec 2012

Prohlášení

Prohlašuji, že svoji bakalářskou práci na téma Slovní úlohy ze základů aritmetiky jsem vypracovala samostatně pouze s použitím pramenů a literatury uvedených v seznamu citované literatury.

Prohlašuji, že v souladu s § 47b zákona č. 111/1998 Sb. v platném znění souhlasím se zveřejněním své bakalářské práce, a to v nezkrácené podobě, elektronickou cestou ve veřejně přístupné části databáze STAG provozované Jihočeskou univerzitou v Českých Budějovicích na jejích internetových stránkách, a to se zachováním mého autorského práva k odevzdanému textu této kvalifikační práce. Souhlasím dále s tím, aby toutéž elektronickou cestou byly v souladu s uvedeným ustanovením zákona č. 111/1998 Sb. zveřejněny posudky školitele a oponentů práce i záznam o průběhu a výsledku obhajoby kvalifikační práce. Rovněž souhlasím s porovnáním textu mé kvalifikační práce s databází kvalifikačních prací Theses.cz provozovanou Národním registrem vysokoškolských kvalifikačních prací a systémem na odhalování plagiátů.

V Českých Budějovicích dne

.....

Podpis studenta

Chtěla bych poděkovat paní RNDr. Libuši Samkové, Ph.D., která byla vedoucí mé bakalářské práce za její připomínky, cenné nápady, dobré rady a metodické vedení práce. Také za její milý a vstřícný přístup ke mně samotné.

Anotace

Bakalářská práce se zabývá učivem žáků základních škol a její téma je Slovní úlohy ze základů aritmetiky. Práce je členěna do několika částí. Začíná od základních pojmů, postupně probírá celou problematiku zlomků až po složitější příklady a slovní úlohy. Je koncipována tak, aby mohla sloužit jako pomůcka při samostudiu. V každé kapitole jsou příklady na procvičení dané problematiky. Pro větší atraktivitu a lehčí porozumění je práce obohacena o řadu obrázků a fotografií.

Annotacion

This bachelor's thesis is focused on a curriculum of elementary school students, and its topic is - Math word problems on basic arithmetic. The work is divided into several parts. It begins from basic terms, then gradually goes through whole issue of fractions including more complicated examples, and ends with math word problems. It is designed to serve as a guide for self-study. The examples for practising each issue are given in each chapter. The work is enriched by a series of images and photos for bigger attractiveness and easier understanding.

Obsah

1	Úvod	7
2	Základní pojmy	9
2.1	Čítatel, jmenovatel	9
2.2	Čtení a zápis zlomků	11
3	Znázorňování zlomků	15
3.1	Polovina a čtvrtina	16
3.2	Třetina a šestina	20
3.3	Ostatní kmenové zlomky	23
3.4	Ostatní zlomky	27
3.5	Zlomky na číselné ose	31
4	Rozšiřování a krácení zlomků	38
4.1	Rozšiřování zlomků	38
4.2	Krácení zlomků	42
5	Převod na stejného (společného) jmenovatele a porov- návání zlomků	48
5.1	Převod zlomků na stejného jmenovatele	48
5.2	Porovnávání zlomků	53
6	Sčítání a odčítání zlomků	62
6.1	Sčítání zlomků	62
6.2	Odčítání zlomků	65

7	Násobení a dělení zlomků	70
7.1	Násobení zlomků	70
7.2	Dělení zlomků	74
8	Zlomky složené	81
9	Smíšená čísla	85
10	Závěr	89
11	Seznam použitých zdrojů	91

1 Úvod

Při výběru tématu mé bakalářské práce zaměřené především na zlomky, jsem vycházela z osobního poznatku, že právě ony dělají žákům velké problémy. Zlomky jsou v matematice klíčovou látkou, bez jejichž dobrého zvládnutí se žáci ve světě matematiky neobejdou. Bohužel i řada středoškoláků bojuje s matematikou a to hlavně z důvodu nezvládnutí učiva ze základní školy, zlomků nevyjímaje.

Z tohoto důvodu píše práci, po jejíž přečtení a prostudování by žáci měli bravurně zvládat veškeré učivo a operace týkající se zlomků, vedoucí ke zvládnutí slovních úloh. Práce je členěna dle obtížnosti, aby mohla sloužit jako pomůcka k samostudiu. Je koncipována do určitých kapitol, které na sebe obtížnostně navazují. Zlomky se na základních školách vyučují již od 4. ročníku. Zde se žáci seznamují se základy (zápis, čtení a znázorňování zlomků). V 5. ročníku se začíná se zlomky počítat, probírá se porovnávání zlomků, sčítání i odčítání. V ročníku 6. dochází k opakování a ucelení dosavadních znalostí. V 7. ročníku přibývá násobení a dělení zlomků.

U každé kapitoly mé práce se nachází minimálně jeden řešený vzorový příklad s postupem a vysvětlením, aby žáci pochopili danou problematiku a postup řešení příkladů. Dále se nacházejí u každé kapitoly příklady k samostatnému řešení i s výsledky. Ke zvýšení pozornosti a zájmu žáků je práce obohacena o řadu obrázků, náčrtků číselných os a různých motivů, vedoucích k lepšímu porozumění.

Cílem mé práce je vytvoření učební pomůcky, podle které se žáci sami doma či za pomoci rodičů budou schopni naučit počítat se zlomky, provádět různé operace a řešit slovní úlohy.

Při tvorbě své práce jsem se nechala inspirovat těmito publikacemi:

KOTYRA, SIVOŠOVÁ: *Úlohy se zlomky* [1]

ODVÁRKO, KADLEČEK: *Přehled matematiky pro základní školy a víceletá gymnázia* [2]

FOURNIER: *Oprsklá matematika* [3]

EISLER: *Matematika v kostce* [4]

JUSTOVÁ: *Matematika pro 5. ročník základních škol: Třetí díl* [5]

JUSTOVÁ: *Matematika pro 5. ročník základních škol: První díl* [6]

BLAŽKOVÁ, MATOUŠKOVÁ, VAŇUROVÁ: *Matematika pro 4. ročník základních škol: Třetí díl* [7]

ODVÁRKO, KADLEČEK, VAŇUROVÁ: *Matematika pro 6. ročník základní školy* [8]

ODVÁRKO, KADLEČEK, VAŇUROVÁ: *Matematika pro 7. ročník základní školy* [9]

HEJNÝ, KADLEČEK, VAŇUROVÁ: *Matematické a přírodovědné úlohy pro první stupeň základního vzdělávání* [10]

OPAVA: *Víš si rady s matematikou?* [11]

2 Základní pojmy

2.1 Čítatel, jmenovatel

Už jste někdy slyšeli něco o zlomcích? Určitě ano. Už dávní předci s tímto pojmem pracovali a život nejen s matematikou by se bez nich zajisté neobešel. Již staří Egypťané používali zlomky v 18. století př.n.l., obsahují totiž úlohy z praktického života.

I vám již maminka někdy koupila čokoládu a řekla: „Ne abys ji snědl sám, koukej se spravedlivě rozdělit se sestřičkou!“ Je to tak? Co jste udělali? Začali s rozdělováním: jednu řadu já, jednu sestra, jednu já, jednu sestra, jednu já, jednu sestra. Co jste tedy udělali? Rozdělili čokoládu napůl, je to tak? Ano, ty jsi měl 3 řady a sestra také. Každý jste měli $\frac{1}{2}$.

$$\frac{1}{2} = \text{„jedna polovina“}$$



Obrázek 1: Čokoláda [14]

Zlomek se skládá ze tří částí: čítec, zlomková čára, jmenovatel.

Jak to vypadá?

$$\frac{1}{2} \begin{array}{l} \Rightarrow \text{čítec} \\ \Rightarrow \text{zlomková čára} \\ \Rightarrow \text{jmenovatel} \end{array}$$

Obrázek 2: Zlomek

Co to znamená?

Rozděluje celok na stejně velké části. Jmenovatel nám říká, na kolik částí jsme celok rozdělili, čítec kolik částí máme.

Příklad 1. Napiš zlomek, když víš, že:

Vzorový příklad: rozdělujeme na 13 stejných částí a máme 3 tyto části. Do jmenovatele napíše číslo 13 a do čitatele 3. [řešení: $\frac{3}{13}$]

- a) Rozděluje na 5 stejných částí a máme 3 tyto části.
- b) Rozděluje na 8 stejných částí a máme 4 tyto části.
- c) Rozděluje na 10 stejných částí a máme 2 tyto části.
- d) Rozděluje na 7 stejných částí a máme 1 tuto část.

Příklad 2. Napiš zlomek, když víš, že:

Vzorový příklad: čítec je 5, jmenovatel 8. [řešení: $\frac{5}{8}$]

- a) Čítec je 2, jmenovatel 4. b) Čítec je 3, jmenovatel 7.
- c) Čítec je 20, jmenovatel 725. d) Čítec je 1, jmenovatel 10 .

Příklad 3. Rozepiš zlomky na čitatele a jmenovatele

Vzorový příklad: $\frac{12}{15}$

[řešení: čítec je 12, jmenovatel 15.]

a) $\frac{70}{80}$

b) $\frac{1}{7}$

c) $\frac{13}{25}$

d) $\frac{3}{5}$

2.2 Čtení a zápis zlomků

Zlomek můžeme číst dvěma způsoby.

Například:

$\frac{1}{3}$ • Přečteme jako „jedna třetina“ nebo „jedna lomeno třemi.“

$\frac{2}{3}$ • Přečteme jako „dvě třetiny“ nebo „dvě lomeno třemi.“

$\frac{1}{2}$ • Přečteme jako „jedna polovina“ nebo „jedna lomeno dvěma.“

$\frac{19}{30}$ • Přečteme jako „devatenáct třicetin“ nebo „devatenáct lomeno třiceti.“

$\frac{5}{1}$ • Přečteme jako „pět jednin“ nebo „pět lomeno jednou.“

! Když je ve jmenovateli jednička, značí nám to celek, např. $\frac{5}{1} = 5$.

Příklad 4. Přečtěte zlomky oběma způsoby:

a) $\frac{1}{2}$

b) $\frac{6}{67}$

c) $\frac{7}{24}$

d) $\frac{37}{280}$

e) $\frac{4}{6}$

f) $\frac{5}{7}$

g) $\frac{5}{100}$

h) $\frac{5}{1}$

Příklad 5. Janička četla zlomky nahlas, umíš je napsat?

- a) „jedna šestina“ b) „devět dvacetin“
c) „čtyři lomeno sedmi“ d) „padesát setin“
e) „deset jednin“ f) „třicet lomeno stodvaceti“

Příklad 6. Zkontroluj zápisy zlomků, má je Pepa správně? (piš: ANO / NE)

- a) $\frac{2}{227}$ - dvě dvěstědvacetisedminy
b) $\frac{2}{3}$ - tři poloviny
c) $\frac{5}{150}$ - pět stopětin
d) $\frac{1}{7}$ - jedna sedmina

Příklad 7. Napiš zlomky

- a) čitatel je 2, jmenovatel je o 2 větší než čitatel
b) čitatel je 5, jmenovatel je dvojnásobek čitatele
c) jmenovatel je 12, čitatel je o 4 méně
d) čitatel je 7, součet čitatele a jmenovatele je 15
e) jmenovatel je 13, rozdíl jmenovatele a čitatele je 5

! Uvědom a zapamatuj si !

Zlomek, který má ve jmenovateli nulu NEMÁ SMYSL: $\frac{5}{0}$, $\frac{100}{0}$, $\frac{1}{0}$. Ve jmenovateli nesmí být nikdy 0.

Proč?

Nemá smysl přeci dělit čokoládu na nula částí.

Pozor, ale toto smysl má! Maminka řekla: „Koupila jsem čokoládu, máte ji s bratrem na půl, ale před večerí si nesmíte vzít ani jeden kousek.“ Nevzali jste si ani jeden ze své poloviny nic, tudíž zlomek $\frac{0}{2}$ už smysl má: $\frac{0}{2} = 0$.

Příklad 8. Rozhodni, zda mají zlomky smysl.

(piš: ANO / NE)

a) $\frac{1}{3}$

b) $\frac{0}{70}$

c) $\frac{1}{0}$

d) $\frac{70}{10}$

e) $\frac{256}{0}$

f) $\frac{0}{1}$

Výsledky

př 1: a) $\frac{3}{5}$ b) $\frac{4}{8}$ c) $\frac{2}{10}$ d) $\frac{1}{7}$

př 2: a) $\frac{2}{4}$ b) $\frac{3}{7}$ c) $\frac{20}{725}$ d) $\frac{1}{10}$

př 3: a) čitatel je 70, jmenovatel 80

b) čitatel je 1, jmenovatel 7

c) čitatel je 13, jmenovatel 25

d) čitatel je 3, jmenovatel 5

př 4: a) jedna polovina; jedna lomeno dvěma

b) šest šedesátisedmin, šest lomeno šedesátisedmi

c) sedm dvacetičtvrtin, sedm lomeno dvacetičtyřmi

d) třicetsedm dvěstěosmdesátin, třicetsedm

lomeno dvěstěosmdesáti

e) čtyři šestiny, čtyři lomeno šesti

f) pět sedmin, pět lomeno sedmi

g) pět setin, pět lomeno stem

h) pět jednin, pět lomeno jednou

př 5: a) $\frac{1}{6}$ b) $\frac{9}{20}$ c) $\frac{4}{7}$ d) $\frac{50}{100}$ e) $\frac{10}{1}$ f) $\frac{30}{120}$

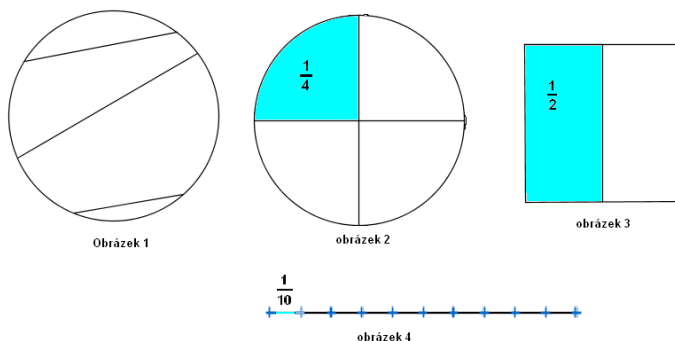
př 6: a) ANO b) NE c) NE d) ANO

př 7: a) $\frac{2}{4}$ b) $\frac{5}{10}$ c) $\frac{8}{12}$ d) $\frac{7}{8}$ e) $\frac{8}{13}$

př 8: a) ANO b) ANO c) NE d) ANO e) NE f) ANO

3 Znázorňování zlomků

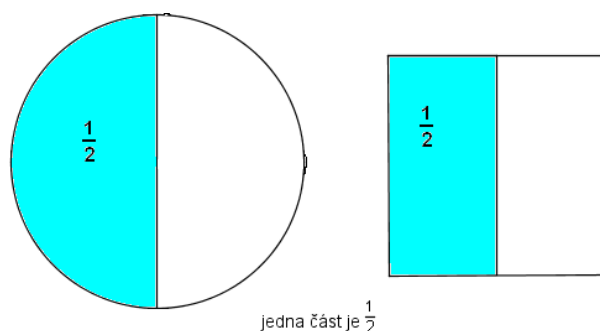
Zlomky si můžeme znázornit tak, že rozdělíme celek na stejně velké části. Jmenovatel určuje, na kolik částí rozdělujeme. Čitatel kolik částí si bereme. Musíme rozdělovat na části, které jsou stejně velké. Na obrázku č. 1 je kruh rozdělen na čtyři různé části, které ale nejsou stejně velké - nevyhovují pro zobrazení zlomků. Na obrázku č. 2, 3, 4 jsou kruh, úsečka a obdélník rozdělené vždy na stejně velké části. Pomocí čísel jednu část rozdělení vyjádříme zápisem tvaru: kruh $\frac{1}{4}$, úsečka $\frac{1}{10}$, čtverec $\frac{1}{2}$. To znamená, že na vyplnění kruhu potřebujeme čtyři části, na vyplnění úsečky deset částí a na vyplnění čtverce dvě stejně velké části.



Obrázek 3: Znázorňování na příkladech ([1], s. 7)

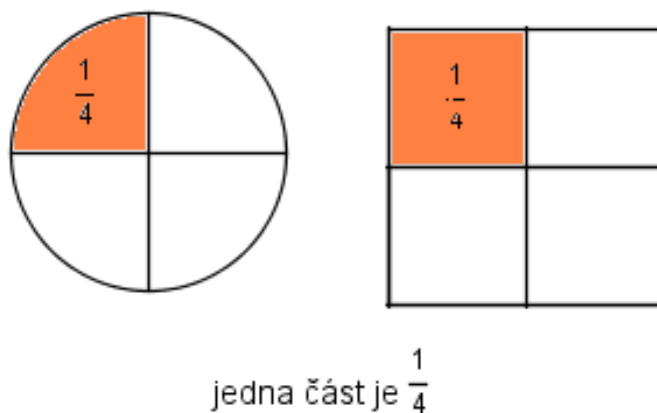
3.1 Polovina a čtvrtina

Když rozdělíme například dort na dvě shodné části, tak nazýváme každou z nich jedna polovina. Zapisujeme $\frac{1}{2}$.



Obrázek 4: Polovina

Když rozdělíme tuto polovinu na další polovinu, neboli celek na čtyři shodné části, tak nazýváme každou z nich jedna čtvrtina. Zapisujeme $\frac{1}{4}$.



Obrázek 5: Čtvrtina

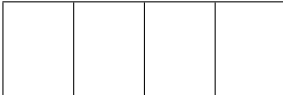
Příklady: ([10], s. 28)

1. Vybarvi polovinu: 

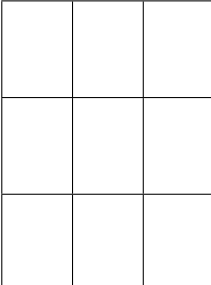
2. Vybarvi čtvrtinu: 

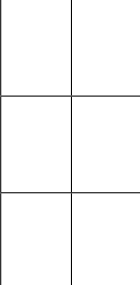
3. Mám 8 míčků: , polovina z nich je modrých. Kolik je modrých míčků?

4. Vybarvi polovinu každého útvaru:

a) 

b) 

c) 

d) 

5. Vybarvi čtvrtinu každého útvaru: (pozor, někdy je třeba si ke správnému vyjádření rozdělit čtverečky.)

a)

--	--	--	--

b)

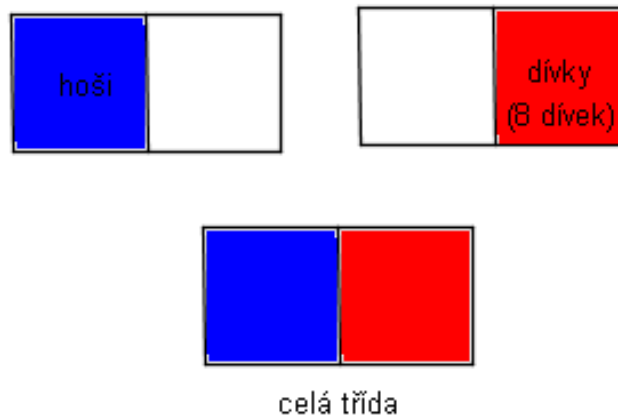
--	--

c)

d)

6. Polovina žáků naší třídy jsou hoši. Dívek je 8. Kolik je žáků v naší třídě celkem?

Řešení příkladu: (pomůžeme si obrázkem.)



Z obrázku vidíme, že je hochů stejně jako dívek. Víme, že dívek je 8, tudíž hochů musí být také 8. Celkem je ve třídě 16 žáků.

7. Chováme doma hady a ještěrky. Polovina z našeho chovu jsou hadi. Ještěrek máme 7. Kolik chováme doma zvířat?
8. Měli jsme lentilky. Eva snědla čtvrtinu, Mirka snědla také čtvrtinu a zbylo 8 lentilek. Kolik kdo snědl? Kolik bylo celkem lentilek?

Řešení příkladu: (pomůžeme si obrázkem.)

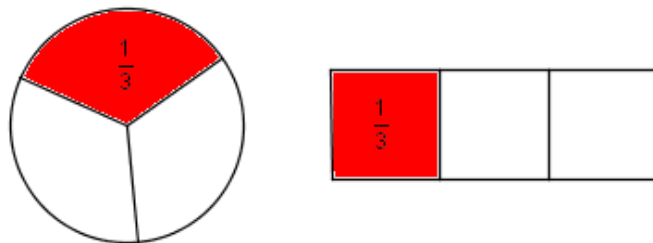


Z obrázku vidíme, že děvčata snědla dohromady polovinu lentilek. Což je tolik, kolik lentilek zbylo (8 lentilek). Dále vidíme, že Eva snědla stejně jako Mirka, každá snědla 4 lentilky. Eva snědla 4 lentilky, Mirka také 4. Celkem tedy bylo 16 lentilek.

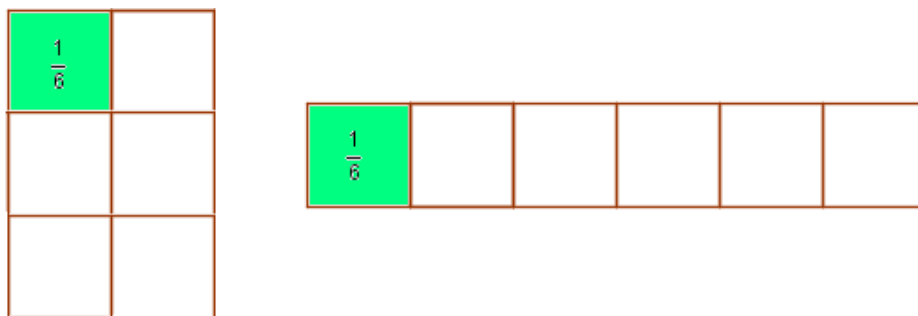
9. Měl jsem 20 Kč. Utratil jsem čtvrtinu, kolik mi zůstalo?
10. Mám jen čtvrtinu peněz, co má moje sestra. Mám 3 Kč, kolik má sestra?

3.2 Třetina a šestina

Pokud rozdělujeme něco na tři shodné části, nazýváme každou z nich třetina, zapisujeme $\frac{1}{3}$.

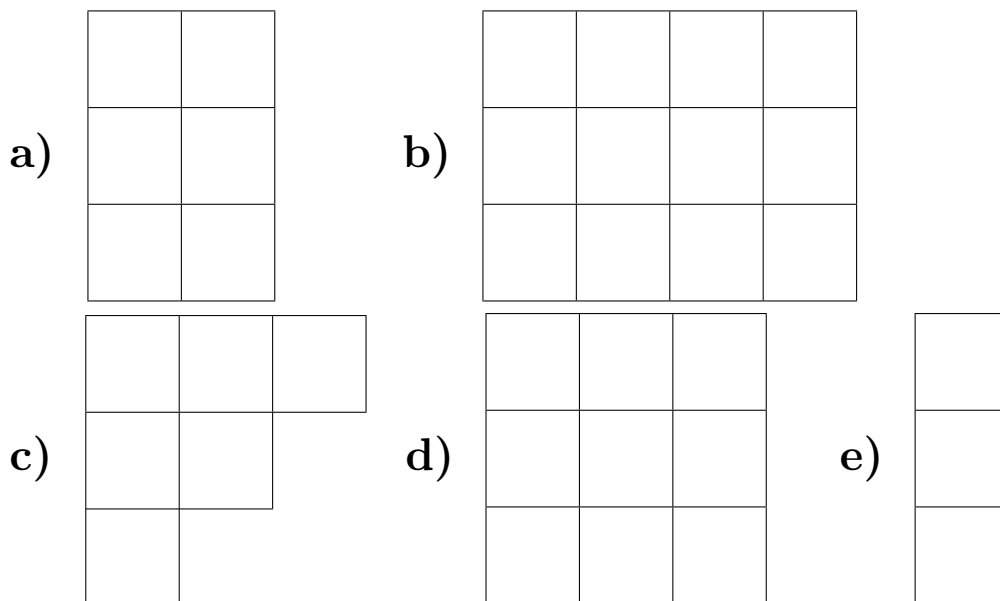


Rozdělujeme-li na šest shodných částí, nazýváme každou z nich šestina, zapisujeme $\frac{1}{6}$.



Příklady: ([10], s. 29)

1. Vybarvi třetinu každého útvaru modře a pak jednu šestinu červeně: (pozor, někdy je třeba si ke správnému vyjádření rozdělit čtverečky.)



Jaká část každého útvaru zůstala bílá?

2. Část tyče je natřená na modro a zbytek na bílo. Doplň chybějící údaje do tabulky.

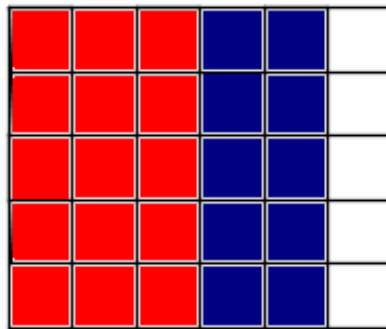
	a	b	c	d	e	f	g	h	i	j	k
Délka tyče v cm	24	20	30								
Modrá část	$\frac{1}{2}$			$\frac{1}{3}$	$\frac{1}{4}$				$\frac{1}{3}$	$\frac{1}{4}$	$\frac{1}{6}$
Délka modré (cm)		10		12	12	6	6	6			
Délka bílé (cm)			20			12	18	30	50	27	50

3. Šestina hodiny je:

a) 6minut **b)** 36 minut **c)** 60 minut **d)** 10 minut

4. Měl jsem 30 Kč. Za polovinu jsem koupil dárek mamince a za třetinu babičce. Kolik stál dárek pro maminku? Kolik pro babičku? Zůstalo mi něco? Kolik mi zůstalo?

Řešení příkladu: (pomůžeme si obrázkem.)



Na obrázku nám každý čtvereček představuje jednu korunu. Červeně máme vybarvenou jednu polovinu, což je 15 čtverečků. Dárek pro maminku stál 15,-Kč. Modře máme vybarvenou jednu třetinu, což je 10 čtverečků. Dárek pro babičku stál 10,-Kč. Zbylo mi 5,-Kč

5. Plný sud váží 90 kg. Prázdný sud váží šestinou této váhy. Kolik váží obsah sudu?

6. Co je více - šestina z 90 Kč, nebo čtvrtina ze 64 Kč?

7. Šestinu našeho chovu tvoří 12 kuřat. Kolik máme celkem zvířat?

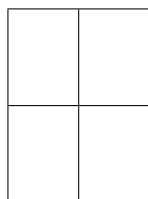
3.3 Ostatní kmenové zlomky

Kmenový zlomek je takový zlomek, který má v čitateli vždy číslo jedna. Nyní se podíváme na znázorňování a počítání s různými kmenovými zlomky. Jak už bylo řečeno, v čitateli se nám objeví vždy číslo jedna, ale ve jmenovateli můžeme mít libovolné nenulové číslo.

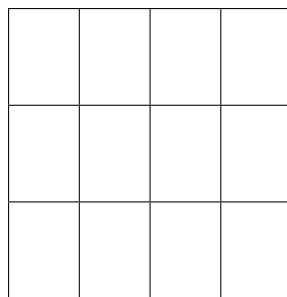
Příklady: ([10], s. 30)

1. Vybarvi u obrázku a) $\frac{1}{2}$, b) $\frac{1}{12}$, c) $\frac{1}{6}$, d) $\frac{1}{9}$, e) $\frac{1}{3}$

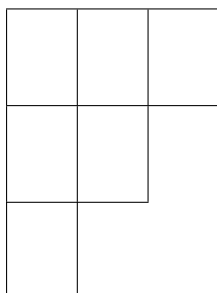
a)



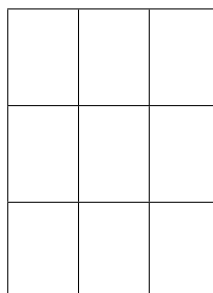
b)



c)



d)



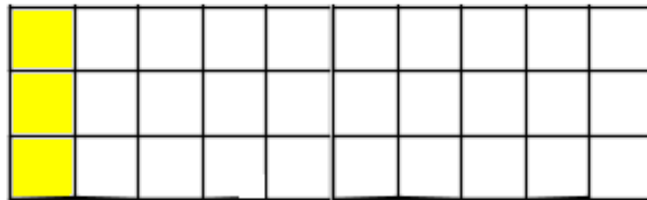
e)



Vzorový příklad ke cvičení 2:

Vypočítej: $\frac{1}{10}$ ze 30 =

(Pomůžeme si obrázkem.)



Na obrázku máme obdélník rozdělen na 10 sloupců, každý sloupec tvoří $\frac{1}{10}$. Vybarvíme-li si $\frac{1}{10}$ ze 30 políček, vidíme, že jsme vybarvili 3 políčka.

$$\frac{1}{10} \text{ ze } 30 = 3$$

2. Vypočítej:

a) $\frac{1}{2}$ ze 4 = b) $\frac{1}{3}$ z 12 = c) $\frac{1}{4}$ z 12 =

d) $\frac{1}{5}$ z 20 = e) $\frac{1}{6}$ z 18 = f) $\frac{1}{7}$ z 21 =

3. Za 210 Kč jsem koupil 3 míče. Za modrý jsem dal $\frac{1}{2}$ peněz a za žlutý $\frac{1}{3}$ peněz. Kolik jsem zaplatil za zelený míček?

Řešený příklad:

Modrý míček $\dots\dots\dots \frac{1}{2}$ z 210 Kč = 105 Kč

Žlutý míček $\dots\dots\dots \frac{1}{3}$ z 210 Kč = 70 Kč

Celkem $\dots\dots\dots 105 + 70 = 175$ Kč

Za modrý a žlutý míček jsem zaplatil celkem 175 Kč.

Zbytek stál zelený $210 - 175 = 35$ Kč

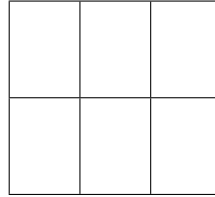
Za zelený míček jsem utratil 35 Kč.

4. Ujeli jsme již 60 km.

- a) Kdyby to byla $\frac{1}{2}$ celé trasy, byla by trasa dlouhá ___ km.
- b) Kdyby to byla $\frac{1}{3}$ celé trasy, byla by trasa dlouhá ___ km.
- c) Kdyby to byla $\frac{1}{4}$ celé trasy, byla by trasa dlouhá ___ km.
- d) Kdyby to byla $\frac{1}{5}$ celé trasy, byla by trasa dlouhá ___ km.

5. Měl jsem 150 Kč. Za $\frac{1}{3}$ jsem koupil dárek mamince a za $\frac{1}{2}$ z toho, co mi zbylo, jsem koupil dárek tatínkovi. Kolik stál dárek pro tatínka?

6. Co je více: polovina z $\frac{1}{3}$, nebo třetina z $\frac{1}{2}$? Vysvětli a znázorni na obdélníku.



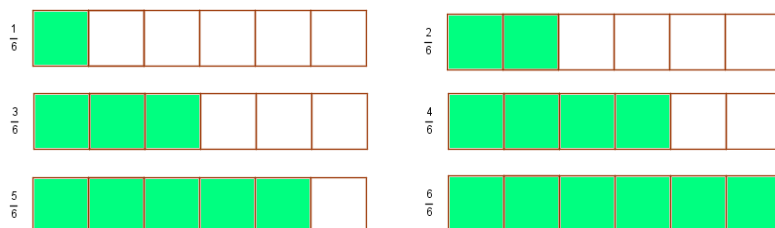
7. V pytli bylo 180 brambor. Adam z nich vzal $\frac{1}{6}$. Ze zbytku vzal Boris $\frac{1}{5}$. Ze zbytku vzal Ctirad $\frac{1}{4}$. Ze zbytku si vzala Dana $\frac{1}{3}$, ze zbytku si vzala Eva $\frac{1}{2}$. Kolik si vzal každý z nich? Kdo si vzal nejvíce?
8. Trénink byl rozdělen na tři části. Čtvrtinu času byla roz-
cvička. 12 minut jsme nacvičovali přihrávky a polovinu
času jsme hráli. Jak dlouho trénink trval?

3.4 Ostatní zlomky

Již chápeme, jak se zapisují, znázorňují i to jak se počítá s kmenovými zlomky. Nyní se podíváme na znázorňování a příklady různých dalších zlomků, které nemají v čitateli číslo jedna.

Když rozdělíme obdélník na 6 stejných částí, tak jedna část je $\frac{1}{6}$, dvě části jsou $\frac{2}{6}$, tři části jsou $\frac{3}{6}$, čtyři části jsou $\frac{4}{6}$, pět částí je $\frac{5}{6}$, šest částí je $\frac{6}{6}$ neboli jeden celek.

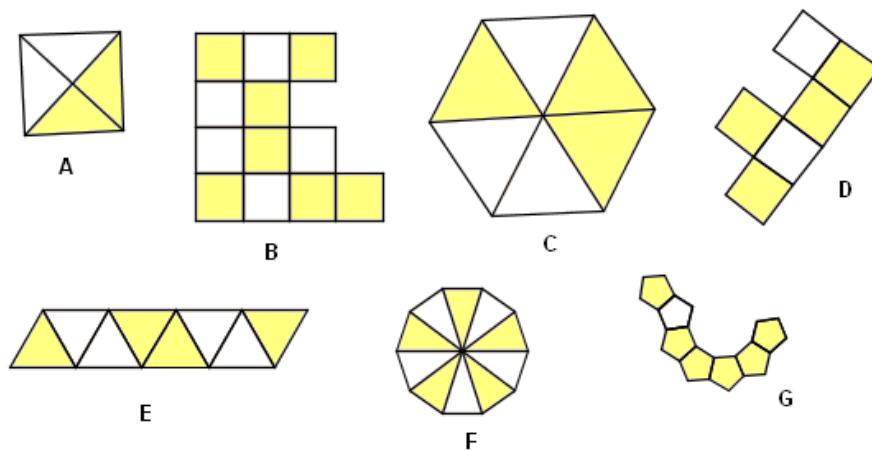
Znázornění na obrázku vypadá takto:



Obrázek 6: Kostky vlevo znázorňují $\frac{2}{3}$ z obrázku vpravo [12]

Příklady:

1. Zapiš zlomkem, jaká část obrázku je vybarvena a jaká část je bílá:



Obrázek 7: Různé části obrazců

Řešení příkladu:

Vybarvená část obrazce A je: $\frac{2}{4}$, nevybarvená $\frac{2}{4}$.

Vybarvená část obrazce B je: , nevybarvená je: .

Vybarvená část obrazce C je: , nevybarvená je: .

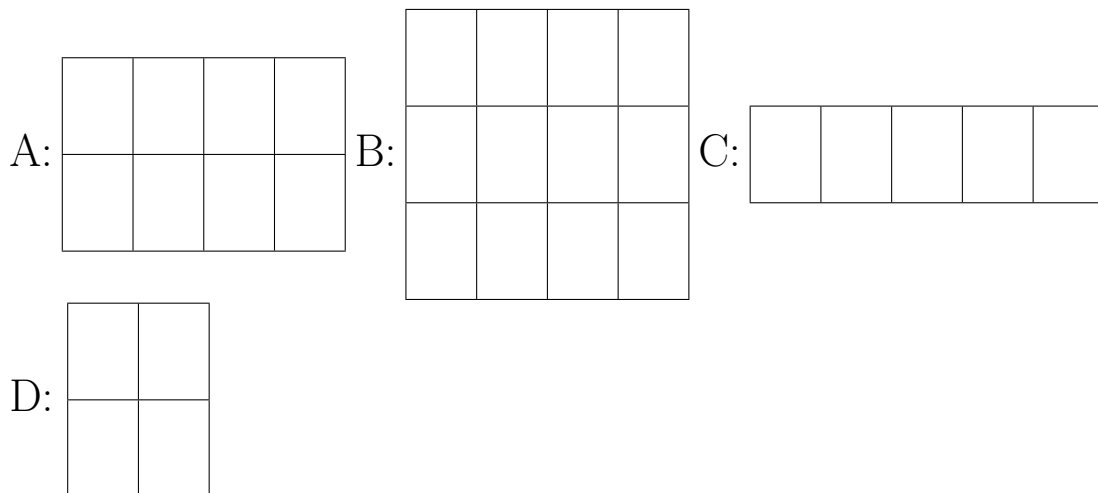
Vybarvená část obrazce D je: , nevybarvená je: .

Vybarvená část obrazce E je: , nevybarvená je: .

Vybarvená část obrazce F je: , nevybarvená je: .

Vybarvená část obrazce G je: , nevybarvená je: .

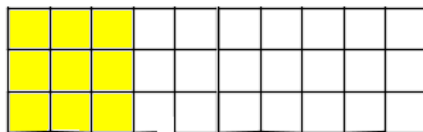
2. Na obrázku: A zakresli $\frac{4}{8}$, B zakresli $\frac{7}{12}$, C zakresli $\frac{3}{5}$, D jeden celek



Vzorový příklad ke cvičení 3:

Vypočítej: $\frac{3}{10}$ ze 30 =

(Pomůžeme si obrázkem.)



Vybarvíme-li si $\frac{3}{10}$ ze 30 políček, vidíme, že jsme vybarvili 9 políček. $\frac{3}{10}$ ze 30 = 9

3. Vypočítej:

a) $\frac{3}{7}$ ze 70 = b) $\frac{5}{9}$ z 36 = c) $\frac{2}{3}$ z 12 =

d) $\frac{5}{8}$ z 800 = e) $\frac{9}{12}$ z 24 = f) $\frac{2}{20}$ z 60 =

4. Na farmě máme celkem 60 zvířat. Z toho $\frac{2}{6}$ slepic, $\frac{2}{60}$ psů, $\frac{3}{10}$ krav, $\frac{5}{20}$ koz a zbytek jsou koně. Kolik máme na farmě koní?

Řešený příklad:

$$\text{Slepice} \dots\dots\dots \frac{2}{6} \text{ z } 60 = 20$$

$$\text{Psi} \dots\dots\dots \frac{2}{60} \text{ z } 60 = 2$$

$$\text{Krávy} \dots\dots\dots \frac{3}{10} \text{ z } 60 = 18$$

$$\text{Kozy} \dots\dots\dots \frac{5}{20} \text{ z } 60 = 15$$

$$\text{Celkem} \dots\dots\dots 20 + 2 + 18 + 15 = 55$$

Celkem je na farmě 55 slepic, psů, krav a koz.

$$\text{Zbytek jsou koně } 60 - 55 = 5.$$

Na farmě máme 5 koní.

5. Dívky z basketbalového klubu jely na soustředění, protože celý týden dobře trénovaly, rozhodl se trenér, že jim na konci koupí za odměnu dort. Počítá, že každá dívka sní osminu dortu. Celkem jich je na soustředění 21. Kolik musí trenér koupit dortů? Zbude něco na trenéra, jestli ano, napiš kolik trenérovi zbylo.

6. Na výletě nás bylo 30. Z toho $\frac{1}{6}$ prváků, $\frac{2}{15}$ druháků, $\frac{3}{10}$ třetáků, $\frac{7}{30}$ rodičů a zbytek byli učitelé. Kolik bylo na výletě učitelů? ([10], s. 33)
7. Pozoruj na obrázku, jak lze pomocí různých zlomků poskládat vždy jeden celek.



Obrázek 8: Zlomkové počítadlo [13]

3.5 Zlomky na číselné ose

Samozřejmě, že existují i zlomky, které jsou větší než jeden celek, takové zlomky na první pohled poznáme tak, že v čitateli je větší číslo než ve jmenovateli. Nejlépe se znázorňují na číselné ose, my se na tyto zlomky nyní podíváme a něco nového se naučíme.

Jmenovatel nám udává, na kolik stejných částí osu rozdělíme. Čitatel kolik částí vybíráme. Když je v zadání čísel větší než jmenovatel, musíme osu prodloužit o daný počet dílků. Vždy ale musíme dbát na to, aby byly všechny dílky stejně velké, nemůžeme rozdělit osu například takto:



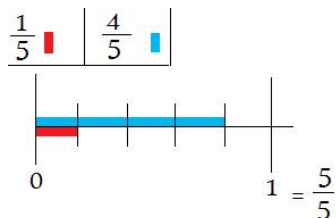
Obrázek 9: Číselná osa

Rozdělujeme osu vždy na stejně velké části, například takto:



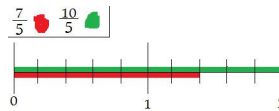
Obrázek 10: Číselná osa

Číselník je menší než jmenovatel:



Obrázek 11: Číselná osa [15]

Čitatel je větší než jmenovatel

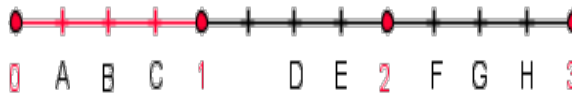


Obrázek 12: Číselná osa [15]

Příklady:

1. Na číselné ose přiřaď k písmenům zlomek ([9], s. 6):

$$\frac{1}{4}, \frac{3}{4}, \frac{1}{2}, \frac{7}{4}, \frac{3}{2}, \frac{9}{4}, \frac{11}{4}, \frac{5}{2}$$



Obrázek 13: Číselná osa

2. Narýsuj úsečku $|AB| = 9$ cm, rozděl ji na třetiny. Kolik má každá část cm?
3. Narýsuj úsečku $|AB| = 12$ cm, rozděl ji na: poloviny, třetiny, čtvrtiny, šestiny. Kolik má každá část cm?

Výsledky

3.1

1. Vybarveny 3 čtverečky.
2. Vybarveno jedno kolečko.
3. Modré jsou 4 míčky.
4. a) vybarveny 2 čtverečky b) vybarven 1 čtvereček c) vybarveny 4 čtverečky d) vybarveny 3 čtverečky
5. a) vybarven 1 čtvereček b) vybarveno půl čtverečku c) vybarveny 2 čtverečky d) vybarveno 1 a půl čtverečku
6. Řešený příklad. (Celkem je 16 žáků.)
7. Celkem máme 14 zvířat.
8. Řešený příklad. (Eva snědla 4 lentilky, Mirka také 4, celkem bylo 16 lentilek.)
9. Zůstalo mi 15 Kč.
10. Sestra má 12 Kč.

3.2

1. Bílá zůstane vždy polovina.

	a	b	c	d	e	f	g	h	i	j	k
Délka tyče v cm	24	20	30	36	48	18	24	36	75	36	60
2. Modrá část	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{3}$	$\frac{1}{3}$	$\frac{1}{4}$	$\frac{1}{3}$	$\frac{1}{4}$	$\frac{1}{6}$	$\frac{1}{3}$	$\frac{1}{4}$	$\frac{1}{6}$
Délka modré (cm)	12	10	10	12	12	6	6	6	25	9	10
Délka bílé (cm)	12	10	20	24	36	12	18	30	50	27	50

3. d) 10 minut

4. Řešený příklad. (Dárek pro maminku stál 15 Kč, pro babičku 10 Kč, zbylo 5 Kč.)

5. Obsah sudu váží 75 kg.

6. Více je čtvrtina ze 64 Kč.

7. Celkem máme 72 zvířat.

3.3

1. a) vybarveny 2 čtverečky b) vybarven 1 čtvereček c) vybarven 1 čtvereček d) vybarven 1 čtvereček e) vybarven 1 čtvereček

2. a) 2 b) 4 c) 3 d) 4 e) 3 f) 3
3. Řešený příklad. (Za zelený míček jsem zaplatil 35 Kč.)
4. a) 120 km b) 180 km c) 240 km d) 300 km
5. Dárek pro tatínka stál 50 Kč.
6. Stejně (oboje jeden čtvereček).
7. Každý si vzal 30 brambor.
8. Trénink trval 48 minut.

3.4

1. Vybarvená část obrazce B je: $\frac{7}{12}$, nevybarvená je: $\frac{5}{12}$. Vybarvená část obrazce C je: $\frac{3}{6}$, nevybarvená je: $\frac{3}{6}$. Vybarvená část obrazce D je: $\frac{4}{6}$, nevybarvená je: $\frac{2}{6}$. Vybarvená část obrazce E je: $\frac{4}{8}$, nevybarvená je: $\frac{4}{8}$. Vybarvená část obrazce F je: $\frac{5}{10}$, nevybarvená je: $\frac{5}{10}$. Vybarvená část obrazce G je: $\frac{6}{7}$, nevybarvená je: $\frac{1}{7}$.
2. A: vybarveny 4 čtverečky. B: vybarveno 7 čtverečků. C: vybarveny 3 čtverečky. D: vybarveny 4 čtverečky.
3. a) 30 b) 20 c) 8 d) 500 e) 18 f) 6

4. Řešený příklad. (Na farmě máme 5 koní.)
5. Musí koupit 3 dorty a ještě mu $\frac{3}{8}$ zbudou.
6. Na výletě bylo 5 učitelů.

3.5

1. $A = \frac{1}{4}$, $B = \frac{1}{2}$, $C = \frac{3}{4}$, $D = \frac{3}{2}$, $E = \frac{7}{4}$, $F = \frac{9}{4}$, $G = \frac{5}{2}$, $H = \frac{11}{4}$
2. Každá část má 3 cm.
3. Polovina 6 cm, třetina 4 cm, čtvrtina 3 cm, šestina 2 cm.

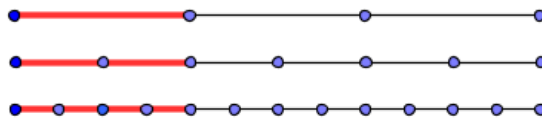
4 Rozšiřování a krácení zlomků

4.1 Rozšiřování zlomků

Jak se krájel Pepův narozeninový dort? Na oslavě narozenin se sešli Anička, Čenda a Pepa. Pepa rozdělil dort na tři stejné kusy. Pro každého byla $\frac{1}{3}$ dortu. Čenda dále rozdělil každý z těchto kusů na dva stejné kousky. Každý měl tedy $\frac{2}{6}$ dortu. I Anička dělila. Rozdělila každý z nakrájených kousků ještě na dva stejné díly. Nyní měl každý $\frac{4}{12}$.

Nakresli dort tak, jak ho nakrájel Pepa. Pak každý kus rozděl na 3 stejné díly. Jakou část dortu bude mít po tomto rozdělení každý ze tří kamarádů? ([9], s. 8)

Na obr. 14 je krásně vidět, že: $\frac{1}{3} = \frac{2}{6} = \frac{4}{12}$



Obrázek 14: Osy rozšiřování zlomků

Říkáme tedy, že zlomky $\frac{1}{3}$, $\frac{2}{6}$, $\frac{3}{9}$, $\frac{4}{12}$ se sobě rovnají - mají stejnou velikost.

Při rozšiřování zlomků musíme vždy zachovat velikost

zlomku. Zlomky rozšiřujeme tak, že čitatele i jmenovatele vynásobíme stejným přirozeným číslem (různým od nuly), tím zajistíme to, že rozšířený zlomek nezmění svou velikost.

Příklady:

Vzorový příklad ke cvičení 1:

$$\text{Rozšiř } \frac{1}{2} \text{ číslem } 5 \Rightarrow \frac{1 \cdot 5}{2 \cdot 5} = \frac{5}{10} \quad [\text{řešení: } \frac{5}{10}]$$

1. Rozšiř zlomky číslem 5:

- | | | | |
|------------------|-------------------|------------------|-------------------|
| a) $\frac{1}{3}$ | b) $\frac{5}{13}$ | c) $\frac{2}{7}$ | d) $\frac{4}{15}$ |
| e) $\frac{7}{9}$ | f) $\frac{3}{10}$ | g) $\frac{3}{5}$ | h) $\frac{2}{19}$ |

Vzorový příklad ke cvičení 2:

$$\text{Rozšiř zlomek } \frac{3}{4} \text{ číslem } 5 \Rightarrow \frac{3 \cdot 5}{4 \cdot 5} = \frac{15}{20} \quad [\text{řešení: } \frac{15}{20}]$$

2. Rozšiř zlomek $\frac{3}{4}$ čísly:

- | | | | |
|------|-------|-------|--------|
| a) 2 | b) 3 | c) 4 | d) 7 |
| e) 9 | f) 12 | g) 20 | h) 100 |

3. Máme zlomek $\frac{1}{4}$, napiš pět zlomků, které mají stejnou velikost. Dokázali byste napsat všechny zlomky, které se rovnají $\frac{1}{4}$?

4. Dva obchodníci nabízejí výherní tikety. U prvního prodejce z každých 200 tiketů vyhrává 10, u druhého z každých 100 losů vyhrává 5. Je naděje na výhru u obou obchodníků stejná?

Řešený příklad:

1. Obchodník $\dots\dots\dots \frac{10}{200}$

2. Obchodník $\dots\dots\dots \frac{5}{100}$

U druhého obchodníka si zlomek $\frac{5}{100}$ rozšíříme 2; $\frac{5 \cdot 2}{100 \cdot 2} = \frac{10}{200}$. A dostaneme zlomek stejný jako u 1. obchodníka.

Naděje na výhru je tedy u obou obchodníků stejná.

5. Taháme čísla z klobouku, v prvním jsou čísla od jedné do pěti. Z tohoto klobouku taháme jedno číslo. Ve druhém klobouku jsou čísla od jedné do deseti. Z tohoto klobouku taháme dvě čísla. Je stejná pravděpodobnost, že vytáhneme číslo 3?

6. Zkontroluj, zda Thea rozšířila zlomky správně.

(Piš ANO/ NE)

a) $\frac{1}{2} = \frac{3}{6}$ b) $\frac{7}{9} = \frac{14}{27}$ c) $\frac{3}{17} = \frac{9}{34}$ d) $\frac{2}{3} = \frac{8}{12}$

Vzorový příklad ke cvičení 7:

Rozšiř $\frac{2}{10}$ tak, aby ve jmenovateli bylo 20.

Aby ve jmenovateli bylo 20, musíme zlomek rozšířit dvěma. $\frac{2 \cdot 2}{10 \cdot 2} = \frac{4}{20}$ [řešení: $\frac{4}{20}$]

7. Rozšiř zlomky tak, aby ve jmenovateli bylo číslo 20:

a) $\frac{1}{2}$ b) $\frac{3}{4}$ c) $\frac{2}{5}$ d) $\frac{7}{10}$

Vzorový příklad ke cvičení 8:

Doplň x : $\frac{3}{4} = \frac{6}{x}$.

Čitatele jsme rozšířili dvěma, jmenovatele tudíž musíme také rozšířit dvěma $\Rightarrow x = 4 \cdot 2$ [řešení: $x = 8$]

8. Doplň x :

a) $\frac{1}{4} = \frac{x}{8}$ b) $\frac{3}{5} = \frac{15}{x}$ c) $\frac{2}{7} = \frac{x}{14}$ d) $\frac{7}{9} = \frac{x}{81}$
e) $\frac{5}{9} = \frac{30}{x}$ f) $\frac{3}{13} = \frac{x}{39}$ g) $\frac{1}{100} = \frac{2}{x}$ h) $\frac{10}{11} = \frac{x}{22}$

4.2 Krácení zlomků

Nejdříve trochu opakování: co jsou to čísla soudělná a nesoudělná?

Soudělná čísla jsou taková čísla, která mají alespoň jednoho společného dělitele kromě jedničky.

Nesoudělná čísla mají největšího společného dělitele číslo jedna.

A o toto nám v krácení zlomků půjde, potřebujeme dostat v čitateli i jmenovateli čísla, která jsou nesoudělná. Takovému zlomku budeme pak říkat zlomek v základním tvaru. Jsou to například zlomky: $\frac{3}{4}$, $\frac{1}{2}$, $\frac{13}{100}$, $\frac{7}{15}$, Docílíme toho tak, že budeme čitatele i jmenovatele dělit stejným číslem, až dostaneme zlomek v základním tvaru.

Máme tři možnosti jak to provádět:

- a) Postupně dělíme čitatele a jmenovatele vždy stejným číslem.
- b) V čitateli i jmenovateli rozložíme číslo na součin prvočísel a následně krátíme.

- c) Najdeme největšího společného dělitele čísel v čitateli a jmenovateli a tím poté čitatele i jmenovatele vydělíme.

Například: máme zlomek $\frac{42}{18}$

Postup a) $\frac{42}{18} = \frac{42:2}{18:2} = \frac{21}{9} = \frac{21:3}{9:3} = \frac{7}{3}$

Postup b) $\frac{42}{18} = \frac{2^1 \cdot 3^1 \cdot 7}{2^1 \cdot 3^1 \cdot 3} = \frac{1 \cdot 1 \cdot 7}{1 \cdot 1 \cdot 3} = \frac{7}{3}$

Postup c) $D(42, 18) = 6$ proto $\frac{42}{18} = \frac{42:6}{18:6} = \frac{7}{3}$

Příklady:

1. Jsou zlomky v základním tvaru? (Piš ANO/NE)

a) $\frac{1}{2}$

b) $\frac{8}{20}$

c) $\frac{17}{19}$

d) $\frac{7}{10}$

e) $\frac{11}{22}$

f) $\frac{13}{24}$

g) $\frac{12}{18}$

h) $\frac{5}{50}$

Vzorový příklad ke cvičení 2: zkrať třemi tyto zlomky:

$$\frac{33}{66} = \frac{\cancel{33}^{11}}{\cancel{66}^{22}} = \frac{11}{22}$$

[řešení: $\frac{11}{22}$]

2. Zkrať třemi tyto zlomky:

a) $\frac{3}{3}$

b) $\frac{6}{30}$

c) $\frac{30}{60}$

d) $\frac{9}{12}$

e) $\frac{12}{15}$

f) $\frac{18}{21}$

g) $\frac{24}{33}$

h) $\frac{36}{15}$

3. Zkrať pěti tyto zlomky:

a) $\frac{5}{10}$	b) $\frac{9}{25}$	c) $\frac{20}{50}$	d) $\frac{5}{15}$
e) $\frac{55}{75}$	f) $\frac{90}{60}$	g) $\frac{75}{90}$	h) $\frac{120}{150}$

4. Převodl Pepa správně zlomky na základní tvar? (Piš ANO/NE)

a) $\frac{15}{30} = \frac{1}{3}$	b) $\frac{25}{50} = \frac{1}{2}$	c) $\frac{28}{32} = \frac{14}{16}$	d) $\frac{100}{100} = 1$
e) $\frac{60}{50} = \frac{6}{5}$	f) $\frac{10}{14} = \frac{5}{7}$	g) $\frac{65}{30} = \frac{13}{6}$	h) $\frac{600}{800} = \frac{3}{8}$

5. Převeď zlomky na základní tvar:

a) $\frac{6}{8}$	b) $\frac{8}{64}$	c) $\frac{24}{30}$	d) $\frac{44}{66}$
e) $\frac{17}{50}$	f) $\frac{18}{54}$	g) $\frac{28}{32}$	h) $\frac{100}{200}$

6. Na oslavě narozenin se začali Jana, Lenka, Jakub a Michal předhánět, kdo sní více dortu. Lenka řekla: „Já sním $\frac{2}{8}$ dortu.“ Na to Jana: „Já sním $\frac{3}{12}$ dortu.“ Kuba se začal vytahovat a řekl: „To já sním $\frac{20}{80}$ dortu.“ Michal na to Jakubovi odpověděl: „Nechci se přejídat sním jen $\frac{1}{4}$ dortu.“ Po chvílce dohadování se všichni zamysleli a začali počítat. Lenka spočítala, že budou mít všichni stejně. Měla pravdu?

Řešení příkladu:

$$\textit{Lenka} \cdot \dots \cdot \frac{2}{8} \cdot \dots \cdot \frac{2^1}{8^4} = \frac{1}{4}$$

$$\textit{Jana} \cdot \dots \cdot \frac{3}{12} \cdot \dots \cdot \frac{3^1}{12^4} = \frac{1}{4}$$

$$\textit{Jakub} \cdot \dots \cdot \frac{20}{80} \cdot \dots \cdot \frac{20^1}{80^4} = \frac{1}{4}$$

$$\textit{Michal} \cdot \dots \cdot \frac{1}{4}$$

Ano, Lenka měla pravdu.

7. Maminka si vzala $\frac{1}{4}$ čokolády, tatínek si vzal $\frac{2}{8}$ a Franta si vzal $\frac{3}{12}$. Emička přemýšlí, kdo si vzal nejvíce a zda na ní kousek čokolády také zbude?

Výsledky

4.1

1. a) $\frac{5}{15}$ b) $\frac{25}{65}$ c) $\frac{10}{35}$ d) $\frac{20}{75}$ e) $\frac{35}{45}$ f) $\frac{15}{50}$ g) $\frac{15}{25}$ h) $\frac{10}{95}$
2. a) $\frac{6}{8}$ b) $\frac{9}{12}$ c) $\frac{12}{16}$ d) $\frac{21}{28}$ e) $\frac{27}{36}$ f) $\frac{36}{48}$ g) $\frac{60}{80}$ h) $\frac{300}{400}$
3. Např. $\frac{2}{8}$, $\frac{4}{16}$, $\frac{5}{20}$, $\frac{8}{32}$, $\frac{10}{40}$ (je jich nekonečně mnoho)
4. Řešený příklad. (Naděje na výhru je u obou obchodníků stejná.)
5. Ano, máme stejnou pravděpodobnost. $\left(\frac{1}{5} = \frac{2}{10}\right)$
6. a) ANO b) NE c) NE d) ANO
7. a) $\frac{10}{20}$ b) $\frac{15}{20}$ c) $\frac{8}{20}$ d) $\frac{14}{20}$
8. a) $x = 2$ b) $x = 25$ c) $x = 4$ d) $x = 63$ e) $x = 54$ f) $x = 9$
g) $x = 200$ h) $x = 20$

4.2

1. a) ANO b) NE c) ANO d) ANO e) NE f) ANO g) NE h)
NE
2. a) $\frac{1}{1}$ b) $\frac{2}{10}$ c) $\frac{10}{20}$ d) $\frac{3}{4}$ e) $\frac{4}{5}$ f) $\frac{6}{7}$ g) $\frac{8}{11}$ h) $\frac{12}{5}$
3. a) $\frac{1}{2}$ b) nelze c) $\frac{4}{10}$ d) $\frac{1}{3}$ e) $\frac{11}{15}$ f) $\frac{18}{12}$ g) $\frac{15}{18}$ h) $\frac{24}{30}$

4. a) NE b) ANO c) NE d) ANO e) ANO f) ANO g) ANO
h) NE

5. a) $\frac{3}{4}$ b) $\frac{1}{8}$ c) $\frac{4}{5}$ d) $\frac{2}{3}$ e) je v základním tvaru f) $\frac{1}{3}$ g) $\frac{7}{8}$ h) $\frac{1}{2}$

6. Řešený příklad. (Ano, Lenka měla pravdu.)

7. Každý si vzal stejně $\left(\frac{1}{4}\right)$. Emičce zbyla také $\frac{1}{4}$.

5 Převod na stejného (společného) jmenovatele a porovnávání zlomků

5.1 Převod zlomků na stejného jmenovatele

V předešlé kapitole jsme se naučili, jak se zlomky rozšiřují a krátí. Nyní se pomocí těchto úprav naučíme zlomky převádět na stejného (v některých literaturách se uvádí společného) jmenovatele, to budeme využívat a potřebovat v dalších kapitolách: k porovnávání, sčítání a odčítání zlomků. Je třeba dávat pozor, poctivě se naučit a hlavně pochopit tuto látku, bez ní to dále nepůjde.

Jak to vypadá?

Zlomky se stejným jmenovatelem jsou například tyto:

$$\frac{1}{3}, \frac{2}{3}, \frac{10}{3}, \frac{20}{3}, \frac{100}{3}, \dots$$

Jak na to?

První, na co je třeba se zaměřit je, zda máme zlomky v základním tvaru (to nám usnadní naši další práci). Jestli ano, můžeme začít zlomky rozšiřovat. A to tak, abychom docílili stejného jmenovatele. Nevíš-li na první pohled, jak rozšiřovat, najdi nejmenší společný násobek.

Jestliže ve jmenovateli potřebuješ dostat nějaké konkrétní číslo, udělej to takto: číslo které hledáš, vyděl číslem, které je ve jmenovateli a výsledkem vynásob i čitatele. Např. $\frac{3}{7}$ máme rozšířit tak, aby ve jmenovateli bylo číslo 161. Pak $161 : 7 = 23$, jmenovatele jsme rozšířili číslem 23, tak i čitatele musíme rozšířit číslem 23, rozšířený zlomek bude $\frac{3 \cdot 23}{7 \cdot 23} = \frac{69}{161}$.

Příklady:

1. Mají dvojice zlomků stejného jmenovatele?

(piš: ANO/ NE)

- | | | | |
|----------------------------------|------------------------------------|------------------------------------|-------------------------------------|
| a) $\frac{1}{7}$ a $\frac{5}{7}$ | b) $\frac{9}{12}$ a $\frac{12}{9}$ | c) $\frac{20}{70}$ a $\frac{2}{7}$ | d) $\frac{7}{10}$ a $\frac{10}{10}$ |
| e) $\frac{9}{9}$ a $\frac{1}{1}$ | f) $\frac{3}{20}$ a $\frac{30}{2}$ | g) $\frac{70}{5}$ a $\frac{2}{5}$ | h) $\frac{15}{51}$ a $\frac{1}{51}$ |

2. Napiš ke zlomku libovolný zlomek, který má stejného jmenovatele:

- | | | | |
|--------------------|---------------------|--------------------|----------------------|
| a) $\frac{2}{5}$ a | b) $\frac{8}{15}$ a | c) $\frac{7}{7}$ a | d) $\frac{3}{22}$ a |
| e) $\frac{3}{9}$ a | f) $\frac{1}{13}$ a | g) $\frac{7}{9}$ a | h) $\frac{13}{19}$ a |

Vzorový příklad ke cvičení 3:

Rozšiř zlomek tak, aby měl ve jmenovateli číslo 36

$\frac{1}{1}$ musíme rozšířit 36.

[řešení: $\frac{1}{1} = \frac{36}{36}$]

3. Rozšiř zlomky tak, aby měly ve jmenovateli číslo 36:

a) $\frac{1}{2}$

b) $\frac{5}{3}$

c) $\frac{7}{9}$

d) $\frac{3}{4}$

e) $\frac{5}{6}$

f) $\frac{3}{7}$

g) $\frac{1}{12}$

h) $\frac{13}{18}$

4. Uprav zlomky tak, aby ve jmenovateli bylo číslo 72:

(Návod: pozor, někde je třeba i krátit.)

a) $\frac{81}{216}$

b) $\frac{9}{4}$

c) $\frac{122}{144}$

d) $\frac{2}{3}$

e) $\frac{2}{9}$

Vzorový příklad ke cvičení 5:

Převeď dvojici zlomků na zlomky se stejným jmenovatelem: $\frac{2}{3}$ a $\frac{1}{6}$.

Zlomek $\frac{2}{3}$ můžeme rozšířit, tak aby měl stejného jmenovatele jako $\frac{1}{6} \Rightarrow \frac{2}{3} = \frac{4}{6}$.

[řešení: $\frac{4}{6}$ a $\frac{1}{6}$]

5. Převeď dvojici zlomků na zlomky se stejným jmenovatelem:

$$\begin{array}{llll} \text{a) } \frac{1}{3} \text{ a } \frac{5}{6} & \text{b) } \frac{5}{21} \text{ a } \frac{2}{7} & \text{c) } \frac{10}{11} \text{ a } \frac{15}{22} & \text{d) } \frac{3}{5} \text{ a } \frac{13}{50} \\ \text{e) } \frac{1}{2} \text{ a } \frac{17}{20} & \text{f) } \frac{5}{36} \text{ a } \frac{7}{12} & \text{g) } \frac{1}{8} \text{ a } 5 & \text{h) } \frac{9}{18} \text{ a } \frac{7}{36} \end{array}$$

Vzpomeň a pamatuj si, jak se zapíše do zlomku celek.
Například 3 celky jako $\frac{3}{1}$, $7 = \frac{7}{1}$ atd ...

Vzorový příklad ke cvičení 6:

Převeď dvojici zlomků na zlomky se stejným jmenovatelem: $\frac{2}{3}$ a $\frac{1}{2}$.

3 a 2 jsou čísla nesoudělná, budeme hledat jejich nejmenší společný násobek, $n(2, 3) = 6$

$$\frac{2}{3} = \frac{4}{6} \text{ a } \frac{1}{2} = \frac{3}{6}. \quad [\text{řešení: } \frac{4}{6} \text{ a } \frac{3}{6}]$$

6. Převeď dvojici zlomků na zlomky se stejným jmenovatelem:

$$\begin{array}{llll} \text{a) } \frac{3}{5} \text{ a } \frac{2}{3} & \text{b) } \frac{7}{9} \text{ a } \frac{3}{4} & \text{c) } \frac{3}{7} \text{ a } \frac{1}{3} & \text{d) } \frac{1}{2} \text{ a } \frac{4}{11} \\ \text{e) } \frac{1}{2} \text{ a } \frac{2}{9} & \text{f) } \frac{1}{10} \text{ a } \frac{2}{7} & \text{g) } \frac{1}{8} \text{ a } \frac{1}{5} & \text{h) } \frac{9}{14} \text{ a } \frac{7}{4} \end{array}$$

7. Převeď dvojici zlomků na zlomky se stejným jmenovatelem:

(Návod: pozor, nezapomeň krátit.)

a) $\frac{2}{8}$ a $\frac{7}{4}$ b) $\frac{1}{8}$ a $\frac{3}{24}$ c) $\frac{5}{16}$ a $\frac{16}{32}$ d) $\frac{5}{25}$ a $\frac{15}{75}$

e) $\frac{1}{200}$ a $\frac{9}{600}$ f) $\frac{14}{26}$ a $\frac{2}{13}$ g) $\frac{7}{14}$ a $\frac{13}{26}$ h) $\frac{5}{15}$ a $\frac{3}{9}$

8. Převeď zlomky na zlomky s co nejmenším stejným jmenovatelem:

a) $\frac{6}{10}$ a $\frac{10}{6}$ b) $\frac{1}{6}$ a $\frac{6}{8}$ c) $\frac{6}{7}$ a 2 d) $\frac{8}{16}$ a $\frac{5}{3}$

e) $\frac{9}{18}$ a $\frac{3}{5}$ f) $\frac{7}{14}$ a $\frac{5}{16}$ g) $\frac{7}{21}$ a $\frac{9}{3}$ h) $\frac{7}{14}$ a $\frac{3}{21}$

9. Maminka koupila k večeři rohlíky. Honza snědl $\frac{1}{2}$ a Jirka $\frac{1}{3}$. Na maminku zbyly ještě 2 rohlíky. Kolik rohlíků maminka koupila?

Řešený příklad: (pomůžeme si obrázkem)



Na obrázku jsme si nakreslili číselnou osu, kterou jsme rozdělili na 6 dílků. Zakreslíme na ni $\frac{1}{2}$ a poté $\frac{1}{3}$ a zbude nám $\frac{1}{6}$. Tato $\frac{1}{6}$ znázorňuje zbylé 2 rohlíky. Celkem bylo $\frac{6}{6} = 12$ rohlíků.

10. Trénink byl rozdělen na tři části. Pětinu času byla roz-
cvička. 12 minut jsme nacvičovali přihrávky a polovinu
času jsme hráli. Jak dlouho trénink trval? a) 60 minut,
b) 24 minut, c) 40 minut, d) 48 minut
11. Úsečka je rozdělena na 3 části. První část je $\frac{1}{5}$ úsečky,
druhá je $\frac{1}{3}$ úsečky a třetí je dlouhá 7 cm. Úsečka je dlouhá
a) 21 cm, b) 30 cm, c) 15 cm, d) 70 cm
12. Včera jsem přečetl $\frac{1}{5}$ knihy, dnes $\frac{1}{4}$. Zbývá přečíst 33 stran.
Kolik stran má kniha?

5.2 Porovnávání zlomků

V této kapitole se budeme zabývat velikostí zlomků, budeme je porovnávat mezi sebou a řadit podle velikostí. Pokus se zavzpomínat na znázorňování zlomků na číselné ose, to se Ti teď bude hodit.

Na začátku je dobré si uvědomit, kdy je zlomek větší než jedna. Je to tehdy, když je jeho číselník větší než jmenovatel. Kdy je větší než dva? Když je jeho číselník víc než dvojnásobek jmenovatele. A takto bychom mohli postupovat dále.

U porovnávání zlomků nám mohou nastat tyto případy:

1. dva zlomky se rovnají - používáme znak $=$
2. první zlomek je větší než druhý - používáme $>$
3. první zlomek má být větší nebo roven druhému - používáme $\geq$
4. první zlomek je menší než druhý - používáme $<$
5. první zlomek má být menší nebo roven druhému - používáme $\leq$

Co nám může nastat se zlomky:

1. Zlomky mají stejného jmenovatele: například zlomky $\frac{1}{4}$, $\frac{3}{4}, \frac{2}{4}$. Když mají zlomky stejného jmenovatele, stačí dle velikosti porovnat čísla v číselníku. $\frac{1}{4} < \frac{2}{4} < \frac{3}{4}$.



Obrázek 15: Číselná osa

2. Zlomky mají stejného čitatele: například zlomky $\frac{3}{4}$, $\frac{3}{8}$, $\frac{3}{16}$.

Když mají zlomky stejného čitatele, je větší ten, co má menšího jmenovatele. Pro lepší pochopení si představme čokoládu, rozdělím-li ji na 10 dílů, bude jeden dílek menší, než když ji rozdělím na 2 díly.

3. Zlomky, které nemají stejného čitatele ani jmenovatele, musíme převést vždy na zlomky se stejným jmenovatelem (tímto jsme se zabývali v kapitole 5.1) a dále pracujeme dle případu 1 - zlomky mají stejného jmenovatele. Například

$$\frac{3}{4} > \frac{7}{16} \text{ protože } \frac{3}{4} = \frac{12}{16} \text{ a } \frac{12}{16} > \frac{7}{16}, \text{ tak i } \frac{3}{4} > \frac{7}{16}$$

Příklady:

1. Který z dvojice zlomků je větší?

a) $\frac{1}{2}$ a $\frac{3}{2}$	b) $\frac{100}{101}$ a $\frac{99}{101}$	c) $\frac{12}{15}$ a $\frac{3}{15}$	d) $\frac{5}{10}$ a $\frac{9}{10}$
e) $\frac{1}{50}$ a $\frac{10}{50}$	f) $\frac{8}{7}$ a $\frac{8}{7}$	g) $\frac{13}{20}$ a $\frac{13}{2}$	h) $\frac{3}{200}$ a $\frac{3}{199}$

2. Seřad' zlomky podle velikosti: $\frac{9}{10}$, $\frac{4}{10}$, $\frac{2}{10}$, $\frac{5}{10}$, $\frac{3}{10}$, $\frac{1}{10}$, $\frac{8}{10}$

3. Zuzana dostala $\frac{4}{7}$ čokolády, Oldřich $\frac{1}{7}$ a Hanka $\frac{2}{7}$. Kdo dostal nejvíce a kdo nejméně čokolády?

Řešený příklad: (pomůžeme si obrázkem)



Z obrázku jasně vidíme, že nejvíce dostala Zuzana, nejméně Oldřich.

4. Babička koupila vnoučatům velký balík gumových medvídků. Lence dala $\frac{4}{12}$, Vládovi $\frac{3}{12}$, Michalovi dala také $\frac{3}{12}$ a zbytek dala Markovi, kolik zbylo na Marka? Komu dala babička nejvíce?
5. Narýsuj číselnou osu, která má délku 12 cm. Zobraz na ní zlomky: $\frac{1}{2}$, $\frac{7}{12}$, $\frac{3}{4}$, $\frac{2}{6}$ a zapiš je podle velikosti od nejmenšího po největší.

6. Z hlavy řekni, který z dvojice zlomků je větší.

(Návod: když je čitatel větší než jmenovatel, je celý zlomek větší než jedna)

a) $\frac{3}{5}$ a $\frac{7}{6}$ b) $\frac{2}{3}$ a $\frac{3}{2}$ c) $\frac{17}{10}$ a $\frac{7}{9}$ d) $\frac{13}{15}$ a $\frac{15}{6}$

e) $\frac{1}{4}$ a $\frac{4}{1}$ f) $\frac{300}{7}$ a $\frac{225}{745}$ g) $\frac{9}{10}$ a $\frac{11}{11}$ h) $\frac{5}{200}$ a $\frac{202}{201}$

7. Doplň znaménka =, <, >

a) $\frac{3}{5}$ $\frac{3}{4}$ b) $\frac{100}{101}$ $\frac{99}{101}$ c) $\frac{12}{15}$ $\frac{3}{15}$ d) $\frac{5}{10}$ $\frac{9}{10}$

e) $\frac{4}{7}$ $\frac{4}{5}$ f) $\frac{2}{4}$ $\frac{3}{6}$ g) $\frac{17}{30}$ $\frac{2}{3}$ h) $\frac{7}{8}$ $\frac{21}{16}$

8. Seřad' zlomky podle velikosti (od nejmenšího po největší):

a) $\frac{3}{6}$, $\frac{2}{3}$ b) $\frac{2}{5}$, $\frac{17}{20}$ c) $\frac{2}{15}$, $\frac{5}{3}$, $\frac{7}{6}$ d) $\frac{8}{13}$, $\frac{16}{26}$, $\frac{12}{52}$

e) $\frac{3}{8}$, $\frac{1}{2}$, $\frac{5}{7}$ f) $\frac{5}{3}$, $\frac{7}{4}$, $\frac{8}{24}$ g) $\frac{20}{50}$, $\frac{50}{20}$, $\frac{5}{2}$, $\frac{2}{5}$ h) $\frac{12}{7}$, $\frac{5}{3}$, $\frac{9}{5}$

9. Tatínek dostal výplatu a začal doma rozdělovat peníze. $\frac{1}{8}$ přidělí Markétě jako kapesné. Mamince přispívá tatínek na potřeby pro rodinu. Proto jí dá $\frac{1}{2}$ ze své výplaty. Zbytek si nechá. Seřaď členy rodiny, od toho, kdo dostal nejméně, po toho, kdo dostal nejvíce.

Řešený příklad: (pomůžeme si obrázkem)



Z obrázku vidíme, že nejméně dostala Markéta, poté tatínek a nejvíce maminka.

10. Tři kamarádky šly nakupovat, každá z nich měla v peněžence stejně peněz. Jana zaplatila $\frac{2}{5}$ za oblečení a $\frac{1}{6}$ za jídlo. Monika zaplatila za oblečení $\frac{4}{8}$ a za jídlo $\frac{3}{6}$. Lenka nakoupila za $\frac{1}{3}$ jídlo a za $\frac{4}{10}$ oblečení. Kdo nejvíce a kdo nejméně utratil za oblečení? Kdo nejvíce a kdo nejméně utratil za jídlo? Odhadni, kdo utratil nejvíce peněz.

Výsledky

5.1

1. a) ANO b) NE c) NE d) ANO e) NE f) NE g) ANO h) ANO

2. V čitateli může být libovolné číslo (místo x), jmenovatel musí být vždy stejný. a) $\frac{x}{5}$ b) $\frac{x}{15}$ c) $\frac{x}{7}$ d) $\frac{x}{22}$ e) $\frac{x}{9}$ f) $\frac{x}{13}$ g) $\frac{x}{9}$ h) $\frac{x}{19}$

3. a) $\frac{18}{36}$ b) $\frac{60}{36}$ c) $\frac{28}{36}$ d) $\frac{27}{36}$ e) $\frac{30}{36}$ f) nelze g) $\frac{3}{36}$ h) $\frac{26}{36}$

4. a) $\frac{27}{72}$ b) $\frac{162}{72}$ c) $\frac{61}{72}$ d) $\frac{48}{72}$ e) $\frac{16}{72}$

5. a) $\frac{2}{6}$ a $\frac{5}{6}$ b) $\frac{5}{21}$ a $\frac{6}{21}$ c) $\frac{20}{22}$ a $\frac{15}{22}$ d) $\frac{30}{50}$ a $\frac{13}{50}$ e) $\frac{10}{20}$ a $\frac{17}{20}$ f) $\frac{5}{36}$ a $\frac{21}{36}$ g) $\frac{1}{8}$ a $\frac{40}{8}$ h) $\frac{18}{36}$ a $\frac{7}{36}$

6. a) $\frac{9}{15}$ a $\frac{10}{15}$ b) $\frac{28}{36}$ a $\frac{27}{36}$ c) $\frac{9}{21}$ a $\frac{7}{21}$ d) $\frac{11}{22}$ a $\frac{8}{22}$ e) $\frac{9}{18}$ a $\frac{4}{18}$ f) $\frac{7}{70}$ a $\frac{20}{70}$ g) $\frac{5}{40}$ a $\frac{8}{40}$ h) $\frac{18}{28}$ a $\frac{49}{28}$

7. a) $\frac{1}{4}$ a $\frac{7}{4}$ b) $\frac{1}{8}$ a $\frac{1}{8}$ c) $\frac{5}{16}$ a $\frac{8}{16}$ d) $\frac{5}{25}$ a $\frac{5}{25}$ e) $\frac{1}{200}$ a $\frac{3}{200}$ f) $\frac{7}{13}$ a $\frac{2}{13}$ g) $\frac{1}{2}$ a $\frac{1}{2}$ h) $\frac{1}{3}$ a $\frac{1}{3}$

8. a) $\frac{9}{15}$ a $\frac{25}{15}$ b) $\frac{2}{12}$ a $\frac{9}{12}$ c) $\frac{6}{7}$ a $\frac{14}{7}$ d) $\frac{3}{6}$ a $\frac{10}{6}$ e) $\frac{5}{10}$ a $\frac{6}{10}$ f) $\frac{8}{16}$ a $\frac{5}{16}$ g) $\frac{1}{3}$ a $\frac{9}{3}$ h) $\frac{7}{14}$ a $\frac{2}{14}$

9. Řešený příklad. (Maminka koupila 12 rohlíků.)

10. c) 40 minut

11. c) 15 cm

12. Kniha má 60 stran.

5.2

1. a) $\frac{3}{2}$ b) $\frac{100}{101}$ c) $\frac{12}{15}$ d) $\frac{9}{10}$ e) $\frac{10}{50}$ f) stejné g) $\frac{13}{2}$ h) $\frac{3}{199}$

2. $\frac{1}{10}, \frac{2}{10}, \frac{3}{10}, \frac{4}{10}, \frac{5}{10}, \frac{8}{10}, \frac{9}{10}$

3. Řešený příklad. (Nejvíce dostala Zuzana, nejméně Oldřich.)

4. Nejvíce dala babička Lence, na Marka zbyly $\frac{2}{12}$, čili $\frac{1}{6}$.

5. $\frac{2}{6}, \frac{1}{2}, \frac{7}{12}, \frac{3}{4}$

6. a) $\frac{7}{6}$ b) $\frac{3}{2}$ c) $\frac{17}{10}$ d) $\frac{15}{6}$ e) $\frac{4}{1}$ f) $\frac{300}{7}$ g) $\frac{11}{11}$ h) $\frac{202}{201}$

7. a) $<$ b) $>$ c) $>$ d) $<$ e) $<$ f) $=$ g) $<$ h) $<$

8. a) $\frac{3}{6} < \frac{2}{3}$ b) $\frac{2}{5} < \frac{17}{20}$ c) $\frac{2}{15} < \frac{7}{6} < \frac{5}{3}$ d) $\frac{12}{52} < \frac{16}{26} = \frac{8}{13}$

e) $\frac{3}{8} < \frac{1}{2} < \frac{5}{7}$ f) $\frac{8}{24} < \frac{5}{3} < \frac{7}{4}$ g) $\frac{20}{50} = \frac{2}{5} < \frac{50}{20} = \frac{5}{2}$

h) $\frac{5}{3} < \frac{12}{7} < \frac{9}{5}$

9. Řešená úloha. (Nejméně dostala Markéta, poté tatínek a nejvíce Maminka.)
10. Za oblečení nejméně utratila Lenka, nejvíce Monika. Za jídlo utratila nejvíce Monika a nejméně Jana. Nejvíce utratila Monika.

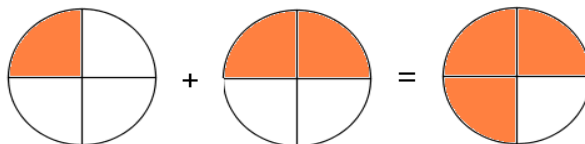
6 Sčítání a odčítání zlomků

6.1 Sčítání zlomků

Sčítání zlomků se stejnými jmenovateli je jednoduché.

Stačí sečíst čitatele a jmenovatel zůstává stejný.

Například: $\frac{1}{4} + \frac{2}{4} = \frac{3}{4}$



Obrázek 16: Sčítání zlomků se stejným jmenovatelem

Jestliže máme sčítat zlomky s různými jmenovateli, musíme je převést na zlomky s jmenovateli stejnými a poté můžeme sčítat. Například: $\frac{3}{4} + \frac{2}{5} = \frac{15}{20} + \frac{8}{20} = \frac{15+8}{20} = \frac{23}{20}$. Vyjde-li Ti výsledek, zkontroluj, zda je v základním tvaru, jestli ne, je třeba krátit.

Příklady:

1. Jsou zlomky správně sečtené? (Piš ANO/NE)

$$\text{a) } \frac{2}{5} + \frac{3}{5} = \frac{5^1}{10^2} = \frac{1}{2} \quad \text{b) } \frac{8}{9} + \frac{9}{9} = \frac{17}{9} \quad \text{c) } \frac{7}{10} + \frac{3}{10} = \frac{10^1}{10^1} = 1$$

$$\text{d) } \frac{1}{100} + \frac{8}{100} = \frac{9}{100} \quad \text{e) } \frac{1}{15} + \frac{2}{15} = \frac{3}{30} \quad \text{f) } \frac{1}{3} + \frac{1}{3} = \frac{2}{3}$$

Vzorový příklad ke cvičení 2:

Doplň x tak, aby platilo: $\frac{2}{3} + \frac{3}{3} = \frac{x}{3}$

Máme-li u zlomků stejného jmenovatele, stačí, když sečteme čitatele. *[řešení: $x = 5$]*

2. Doplň x tak, aby platilo:

a) $\frac{4}{7} + \frac{5}{7} = \frac{x}{7}$ b) $\frac{9}{12} + \frac{5}{12} = \frac{x}{12}$ c) $\frac{9}{20} + \frac{3}{20} = \frac{12}{x}$

d) $\frac{x}{8} + \frac{3}{8} = \frac{10}{8}$ e) $\frac{4}{17} + \frac{x}{17} = \frac{9}{17}$ f) $\frac{3}{3} + \frac{2}{3} = \frac{5}{x}$

3. Vypočítej:

a) $\frac{1}{3} + \frac{5}{3} =$ b) $\frac{3}{7} + \frac{5}{7} =$ c) $\frac{2}{13} + \frac{10}{13} =$

d) $\frac{5}{10} + \frac{4}{10} =$ e) $\frac{10}{25} + \frac{11}{25} =$ f) $\frac{100}{202} + \frac{2}{202} =$

g) $\frac{2}{2} + \frac{3}{2} + \frac{1}{2} =$ h) $\frac{1}{4} + \frac{2}{4} + \frac{3}{4} =$ i) $\frac{3}{9} + \frac{4}{9} + \frac{2}{9} =$

4. Dana si chce koupit nové boty. Maminka jí přispěla $\frac{1}{6}$, babička $\frac{2}{6}$ a tatínek $\frac{3}{6}$ z celkové ceny. Kolik jí dohromady přispěli? Může si koupit boty za peníze, které dostala?

Řešený příklad:

$$\frac{1}{6} + \frac{2}{6} + \frac{3}{6} = \frac{6}{6}$$

Dohromady Karolínce přispěli $\frac{6}{6} =$ celou cenu. Může si boty koupit.

5. Děvčata kreslila na číselnou osu. Mirka zakreslila $\frac{3}{5}$, Martina hned za to $\frac{2}{5}$, Zdeňka dále za Martinu $\frac{2}{5}$ a Katka na to navázala $\frac{3}{5}$. Kam se děvčata na číselné ose dostala?
6. Zkontroluj správnost výpočtů. (Piš ANO/NE), chyby oprav.
([9], s. 23)

a) $\frac{1}{4} + \frac{2}{16} = \frac{4}{16} + \frac{2}{16} = \frac{4+2}{16} = \frac{6}{16} = \frac{3}{8}$

b) $\frac{3}{5} + \frac{2}{7} = \frac{21+10}{35} = \frac{31}{35}$

c) $\frac{5}{8} + \frac{3}{12} = \frac{30+12}{48} = \frac{42}{48} = \frac{21}{24} = \frac{7}{8}$

d) $\frac{2}{3} + \frac{5}{9} = \frac{4+5}{9} = \frac{9}{9} = 1$

Vzorový příklad ke cvičení 7:

Vypočítej: $\frac{2}{3} + \frac{1}{2} =$

Musíme převádět na stejného jmenovatele.

$$\frac{2}{3} + \frac{1}{2} = \frac{4+3}{6} = \frac{7}{6}$$

7. Vypočítej: ([9], s. 23)

a) $\frac{1}{4} + \frac{3}{8} =$ b) $\frac{2}{3} + \frac{5}{6} =$ c) $\frac{1}{9} + \frac{2}{3} =$ d) $\frac{5}{11} + \frac{3}{22} =$

e) $\frac{6}{7} + \frac{3}{14} =$ f) $\frac{4}{21} + \frac{5}{42} =$ g) $\frac{3}{10} + \frac{1}{5} =$ h) $\frac{4}{36} + \frac{3}{12} =$

8. Vypočítej, za společného jmenovatele vol nejmenší společný násobek: ([9], s. 24)

$$\text{a) } \frac{1}{4} + \frac{4}{5} = \quad \text{b) } \frac{3}{7} + \frac{1}{4} = \quad \text{c) } \frac{9}{12} + \frac{5}{8} = \quad \text{d) } \frac{7}{10} + \frac{2}{15} =$$

$$\text{e) } \frac{3}{18} + \frac{1}{24} = \quad \text{f) } \frac{5}{21} + \frac{5}{28} = \quad \text{g) } \frac{7}{36} + \frac{11}{48} = \quad \text{h) } \frac{4}{16} + \frac{5}{24} =$$

9. Vypočítej: ([9], s. 25)

$$\text{a) } \frac{1}{4} + \frac{1}{2} + \frac{1}{8} = \quad \text{b) } \frac{2}{10} + \frac{15}{100} + \frac{350}{1000} = \quad \text{c) } \frac{7}{11} + \frac{7}{22} + \frac{7}{11} =$$

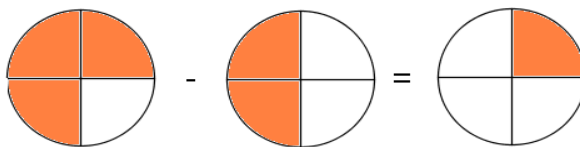
$$\text{d) } \frac{5}{6} + \frac{4}{5} + \frac{1}{30} = \quad \text{e) } \frac{5}{6} + \frac{7}{10} + \frac{2}{9} = \quad \text{f) } \frac{13}{4} + \frac{8}{3} + 2 =$$

6.2 Odčítání zlomků

Odčítání zlomků se stejnými jmenovateli je jednoduché.

Stačí odečíst od sebe čitatele a jmenovatel zůstává stejný.

Například: $\frac{3}{4} - \frac{2}{4} = \frac{1}{4}$



Obrázek 17: Odčítání zlomků se stejným jmenovatelem

Jestliže máme odčítat zlomky s různými jmenovateli, musíme je převést na zlomky s jmenovateli stejnými a poté můžeme odčítat. Například: $\frac{3}{4} - \frac{2}{5} = \frac{15}{20} - \frac{8}{20} = \frac{15-8}{20} = \frac{7}{20}$.

Vyjde-li ti výsledek, zkontroluj, zda je v základním tvaru, jestli ne, je třeba krátit.

Příklady: ([9], s. 26, 27, 28)

1. Vypočítej:

$$\text{a) } \frac{4}{3} - \frac{2}{3} = \quad \text{b) } \frac{9}{16} - \frac{4}{16} = \quad \text{c) } \frac{85}{100} - \frac{44}{100} = \quad \text{d) } \frac{868}{451} - \frac{53}{451} =$$

$$\text{e) } \frac{7}{4} - \frac{4}{4} = \quad \text{f) } \frac{8}{15} - \frac{6}{15} = \quad \text{g) } \frac{998}{873} - \frac{33}{873} = \quad \text{h) } \frac{68}{100} - \frac{37}{100} =$$

2. Dosad' za x zlomek, pro který platí:

$$\text{a) } x - \frac{2}{5} = \frac{2}{5} \quad \text{b) } \frac{11}{4} - x = \frac{5}{4} \quad \text{c) } x - \frac{7}{8} = \frac{3}{8}$$

$$\text{d) } \frac{8}{15} - x = \frac{2}{15}$$

3. Vypočítej:

$$\text{a) } \frac{3}{10} - \frac{1}{5} = \quad \text{b) } \frac{15}{8} - \frac{7}{16} = \quad \text{c) } \frac{3}{14} - \frac{1}{7} = \quad \text{d) } \frac{6}{10} - \frac{18}{100} =$$

$$\text{e) } \frac{8}{9} - \frac{3}{7} = \quad \text{f) } \frac{15}{11} - \frac{4}{3} = \quad \text{g) } \frac{3}{8} - \frac{1}{6} = \quad \text{h) } \frac{15}{16} - \frac{5}{12} =$$

4. Vypočítej:

$$\text{a) } \frac{3}{2} + \left(\frac{2}{3} - \frac{1}{4} \right) = \quad \text{b) } \frac{3}{2} - \left(\frac{2}{3} + \frac{1}{4} \right) =$$

$$\text{c) } \frac{3}{2} - \left(\frac{2}{3} - \frac{1}{4} \right) = \quad \text{d) } \frac{3}{2} + \left(\frac{2}{3} + \frac{1}{4} \right) =$$

5. Naše rodina vyrazila na výlet, po cestě se zastaví na jednu noc u babičky. Poté pojedou přes Rudolfov, kde přespí u známých a třetí den dorazí do Rakouska. Tatínek počítá, že na první cestu k babičce auto spotřebuje $\frac{3}{20}$, na druhou cestu na Rudolfov $\frac{2}{5}$ a na poslední kousek cesty $\frac{1}{10}$ benzínu z nádrže. Bude tatínkovi stačit, když při výjezdu natan-kuje $\frac{9}{10}$ nádrže? Zbude mu nějaký benzín?

Řešený příklad:

$$\frac{9}{10} - \frac{3}{20} - \frac{2}{5} - \frac{1}{10} = \frac{18}{20} - \frac{3}{20} - \frac{8}{20} - \frac{2}{20} = \frac{5}{20} = \frac{1}{4}$$

Ano, benzín bude stačit, ještě $\frac{1}{4}$ v nádrži zbude.

6. Jana otevřela jednolitrovou krabici mléka a nalila si do hrnečku $\frac{1}{4}$ litru. Maminka potřebuje na koláč $\frac{5}{8}$ litru mléka. Bude jí zbytek mléka stačit?

Výsledky

6.1

1. a) NE b) ANO c) ANO d) ANO e) NE f) ANO

2. a) 9 b) 14 c) 20 d) 7 e) 5 f) 3

3. a) $\frac{6}{3} = \frac{2}{1} = 2$ b) $\frac{8}{7}$ c) $\frac{12}{13}$ d) $\frac{9}{10}$ e) $\frac{21}{25}$ f) $\frac{102}{202} = \frac{51}{101}$ g) $\frac{6}{2} = \frac{3}{1} = 3$ h) $\frac{6}{4} = \frac{3}{2}$ i) $\frac{9}{9} = \frac{1}{1} = 1$

4. Řešený příklad. (Dohromady Daně přispěli $\frac{6}{6}$ = celou cenu.
Může si boty koupit.)

5. Dostala se na $\frac{10}{5} = 2$.

6. a) ANO b) ANO c) ANO d) NE $\left(\frac{11}{9}\right)$

7. a) $\frac{5}{8}$ b) $\frac{9}{6} = \frac{3}{2}$ c) $\frac{7}{9}$ d) $\frac{13}{22}$ e) $\frac{15}{14}$ f) $\frac{13}{42}$ g) $\frac{5}{10} = \frac{1}{2}$ h) $\frac{13}{36}$

8. a) $\frac{21}{20}$ b) $\frac{19}{28}$ c) $\frac{33}{24} = \frac{11}{8}$ d) $\frac{25}{30} = \frac{5}{6}$ e) $\frac{15}{72} = \frac{5}{24}$ f) $\frac{35}{84} = \frac{5}{12}$ g)
 $\frac{61}{144}$ h) $\frac{22}{48} = \frac{11}{24}$

9. a) $\frac{7}{8}$ b) $\frac{700}{1000} = \frac{7}{10}$ c) $\frac{35}{22}$ d) $\frac{50}{30} = \frac{5}{3}$ e) $\frac{158}{90} = \frac{79}{45}$ f) $\frac{95}{12}$

6.2

1. a) $\frac{2}{3}$ b) $\frac{5}{16}$ c) $\frac{41}{100}$ d) $\frac{815}{451}$ e) $\frac{3}{4}$ f) $\frac{2}{15}$ g) $\frac{965}{873}$ h) $\frac{31}{100}$

2. a) $\frac{4}{5}$ b) $\frac{6}{4}$ c) $\frac{10}{8}$ d) $\frac{6}{15}$

3. a) $\frac{1}{10}$ b) $\frac{23}{16}$ c) $\frac{1}{14}$ d) $\frac{42}{100} = \frac{21}{50}$ e) $\frac{29}{63}$ f) $\frac{1}{33}$ g) $\frac{5}{24}$ h) $\frac{25}{48}$

4. a) $\frac{23}{12}$ b) $\frac{7}{12}$ c) $\frac{13}{12}$ d) $\frac{29}{12}$

5. Řešený příklad. (Ano, benzín bude stačit, ještě $\frac{1}{4}$ v nádrži zbude)

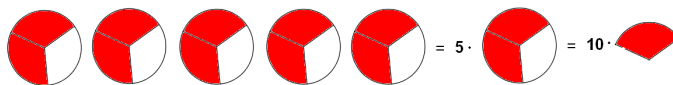
6. Ano, bude jí to stačit, ještě zbude $\frac{1}{8}$.

7 Násobení a dělení zlomků

7.1 Násobení zlomků

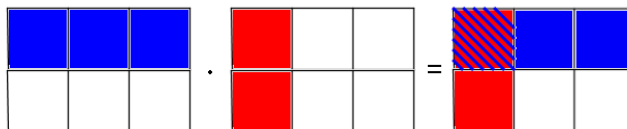
Násobení zlomků můžeme rozdělit na dva typy - násobení celým číslem a násobení zlomku zlomkem.

Násobení zlomků celým číslem provedeme následovně: $\frac{2}{3} \cdot 5 = \frac{10}{3}$, je to jednoduché, u násobení zlomku celým číslem stačí, že vynásobíme čitatele a lomíme stejným jmenovatelem.



Obrázek 18: Násobení zlomku celým číslem

Když násobíme zlomek zlomkem, tak násobíme čitatele s čitatelem a jmenovatele s jmenovatelem např. $\frac{1}{2} \cdot \frac{1}{3} = \frac{1 \cdot 1}{2 \cdot 3} = \frac{1}{6}$.



Obrázek 19: Násobení zlomku zlomkem

Důležité je si pamatovat násobení zlomku zlomkem, protože když se podíváme na předešlý způsob násobení celým číslem a vzpomeneme si, jak lze zapsat celé číslo pomocí zlomku, tak to můžeme rozepsat: $\frac{2}{3} \cdot 5 = \frac{2}{3} \cdot \frac{5}{1} = \frac{2 \cdot 5}{3 \cdot 1} = \frac{10}{3}$ a zjistíme, že je to stejné. Pokud máš součin zlomků, je dobré krátit před násobením: $\frac{8}{3} \cdot \frac{9}{4} = \frac{8^2 \cdot 9^3}{3^1 \cdot 4^1} = \frac{3 \cdot 2}{1} = \frac{6}{1} = 6$. Nikdy ale nemůžeš krátit čísla ležící spolu v čitateli nebo jmenovateli. Když se objeví znaménko + nebo -, krátit také nemůžeš. Vždy upravuj zlomky tak, aby byl výsledek v základním tvaru.

Příklady:

1. Postupovala Eva v násobení správně?

(Piš: ANO/ NE), vysvětli!

$$\text{a) } \frac{2}{3} \cdot 5 = \frac{2 \cdot \cancel{5}^1}{3 \cdot \cancel{5}^1} = \frac{2}{3}$$

$$\text{b) } \frac{4}{8} \cdot 3 = \frac{4 \cdot 3}{8 \cdot 1} = \frac{\cancel{12}^3}{8^2} = \frac{3}{2}$$

$$\text{c) } \frac{5}{9} \cdot 10 = \frac{5 \cdot 10}{9} = \frac{50}{9}$$

$$\text{d) } \frac{7}{9} \cdot 7 = \frac{7^1 \cdot 7^1}{9} = \frac{1}{9}$$

2. vypočítej:

$$\text{a) } \frac{2}{3} \cdot 2 =$$

$$\text{b) } \frac{3}{8} \cdot 5 =$$

$$\text{c) } \frac{5}{12} \cdot 8 =$$

$$\text{d) } \frac{7}{13} \cdot 2 =$$

$$\text{e) } \frac{15}{25} \cdot 5 =$$

$$\text{f) } \frac{7}{12} \cdot 12 =$$

$$\text{g) } \frac{9}{6} \cdot 5 =$$

$$\text{h) } \frac{1}{2} \cdot 10 =$$

Vzorový příklad ke cvičení 3:

Vypočítej: $\frac{2}{5}$ ze 3 = $\frac{2}{5} \cdot 3 = \frac{6}{5}$

3. Vypočítej:

a) $\frac{3}{4}$ ze 2 = b) $\frac{5}{7}$ z 25 = c) $\frac{7}{9}$ ze 6 = d) $\frac{12}{15}$ z 36 =

e) $\frac{11}{25}$ z 15 = f) $\frac{1}{11}$ z 11 = g) $\frac{7}{9}$ z 12 = h) $\frac{1}{3}$ z 15 =

4. Žáci potřebují vybrat na maturitní ples 30000 Kč. Myslí si, že $\frac{1}{3}$ vyberou za prodané lístky. Kolik vyberou peněz za prodané lístky?

Řešený příklad:

$\frac{1}{3}$ ze 30000 = $\frac{1}{3} \cdot 30000 = 10000$

Za prodané lístky vyberou 10000 Kč.

5. Na koncertu se vybralo za vstup 36000,- Kč. Členové kapely se rozhodli, že věnují $\frac{2}{3}$ na konto nadace Naše dítě. Kolik peněz nadaci darovali?

6. Postupoval Tom v násobení správně?

(Piš: ANO/ NE), vysvětli!

a) $\frac{4}{8} \cdot \frac{2}{4} = \frac{4^1 \cdot 2^1}{8^1 \cdot 4^1} = \frac{1}{4}$ b) $\frac{9}{12} \cdot \frac{4}{3} = \frac{9^1 \cdot 4^1}{12^1 \cdot 3^1} = \frac{3^1}{3^1} = 1$

c) $\frac{7}{14} \cdot \frac{28}{56} = \frac{7^1 \cdot 28^1}{14^1 \cdot 56^1} = \frac{1}{4}$ d) $\frac{16}{24} \cdot \frac{3}{6} = \frac{16^1 \cdot 3^1}{24^1 \cdot 6^1} = \frac{2}{6}$

7. Vypočítej:

$$\text{a) } \frac{1}{3} \cdot \frac{5}{3} = \quad \text{b) } \frac{5}{7} \cdot \frac{7}{5} = \quad \text{c) } \frac{9}{12} \cdot \frac{6}{3} = \quad \text{d) } \frac{7}{14} \cdot \frac{28}{21} =$$

$$\text{e) } \frac{10}{5} \cdot \frac{15}{50} = \quad \text{f) } \frac{12}{24} \cdot \frac{3}{2} = \quad \text{g) } \frac{3}{5} \cdot \frac{7}{2} = \quad \text{h) } \frac{1}{2} \cdot \frac{2}{3} =$$

Vzorový příklad ke cvičení 8:

$$\text{Vypočítej: } \frac{2}{5} \text{ ze } \frac{3}{2} = \frac{2}{5} \cdot \frac{3}{2} = \frac{2^1 \cdot 3}{5 \cdot 2^1} = \frac{3}{5}$$

8. Vypočítej:

$$\text{a) } \frac{7}{3} \text{ z } \frac{2}{5} = \quad \text{b) } \frac{8}{16} \text{ z } \frac{3}{9} = \quad \text{c) } \frac{3}{9} \text{ z } \frac{5}{36} = \quad \text{d) } \frac{11}{10} \text{ z } \frac{20}{22} =$$

$$\text{e) } \frac{5}{19} \text{ z } \frac{2}{5} = \quad \text{f) } \frac{200}{300} \text{ z } \frac{600}{400} = \quad \text{g) } \frac{3}{2} \text{ z } \frac{7}{5} = \quad \text{h) } \frac{35}{5} \text{ z } \frac{50}{50} =$$

Vzorový příklad ke cvičení 9:

$$\text{Vypočítej: } \frac{2}{5} \cdot \frac{3}{2} \cdot \frac{1}{24} = \frac{2^1 \cdot 3^1 \cdot 1}{5 \cdot 2^1 \cdot 24^8} = \frac{1}{40}$$

9. Vypočítej:

$$\text{a) } \frac{2}{7} \cdot \frac{3}{5} \cdot \frac{7}{3} = \quad \text{b) } \frac{7}{3} \cdot \frac{9}{5} \cdot \frac{5}{6} = \quad \text{c) } \frac{8}{13} \cdot \frac{26}{16} \cdot \frac{3}{2} =$$

$$\text{d) } \frac{9}{18} \cdot \frac{54}{27} \cdot \frac{5}{10} = \quad \text{e) } \frac{1}{3} \cdot \frac{12}{5} \cdot \frac{7}{9} = \quad \text{f) } \frac{2}{17} \cdot \frac{34}{8} \cdot \frac{9}{12} =$$

10. Vypočítej obsah obdélníku, když víš, že strana $a = \frac{2}{7}$ m a strana $b = \frac{3}{5}$ m.

Řešený příklad:

$$S = a \cdot b$$

$$S = \frac{2}{7} \cdot \frac{3}{5} = \frac{2 \cdot 3}{7 \cdot 5} = \frac{6}{35}$$

$$S = \frac{6}{35} \text{ m}^2$$

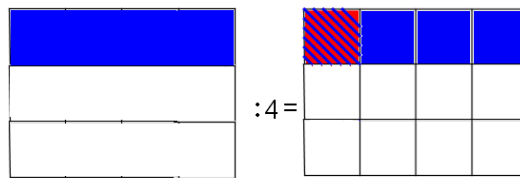
11. Vypočítej objem krychle, která má stranu $a = \frac{1}{2}$ m.
(Nápověda: $V = a \cdot a \cdot a$)

7.2 Dělení zlomků

První, co je třeba si vysvětlit je, co je to převrácený zlomek. Převrácený zlomek dostaneme tak, že zaměníme čitatele a jmenovatele. Například převrácený zlomek k $\frac{7}{3}$ jsou $\frac{3}{7}$.

Dělení zlomků můžeme opět rozdělit na dvě části, dělení celým číslem a dělení zlomku zlomkem. Když dělíme zlomek celým číslem, počínáme si tak, že vynásobíme jmenovatele tímto číslem a čítec zůstane stejný.

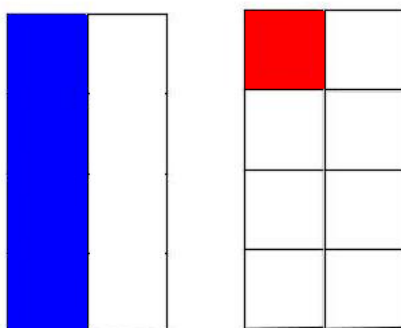
Například: $\frac{1}{3} : 4 = \frac{1}{3 \cdot 4} = \frac{1}{12}$.



Obrázek 20: Dělení zlomku celým číslem

Při pohledu na obrázek vidíme, že jsme si obrázek znázorňující $\frac{1}{3}$ rozdělili ještě na 4 stejné části. Vznikla nám tedy $\frac{1}{12}$.

Dělení zlomku zlomkem provádíme tak, že první zlomek vynásobíme převráceným zlomkem druhým. Například $\frac{1}{2} : \frac{1}{8} = \frac{1}{2} \cdot \frac{8}{1} = \frac{1 \cdot 8}{2 \cdot 1} = \frac{8}{2} = 4$.



Obrázek 21: Dělení zlomku zlomkem

Při pohledu na obrázek se ptám, kolikrát se vejde $\frac{1}{8}$ do $\frac{1}{2}$?

Z obrázku je jasné vidět, že 4 krát. $\frac{1}{2} : \frac{1}{8} = 4$

Stejně tak:

$$\frac{2}{3} : \frac{4}{5} = \frac{2}{3} : \left(4 \cdot \frac{1}{5}\right) = \left(\frac{2}{3} : 4\right) : \frac{1}{5} = \frac{2}{3 \cdot 4} : \frac{1}{5} = \frac{2}{3 \cdot 4} \cdot \frac{5}{1} = \frac{2 \cdot 5}{3 \cdot 4}$$

Tedy:

$$\frac{2}{3} : \frac{4}{5} = \frac{2}{3} \cdot \frac{5}{4}$$

Stejně jako u násobení si můžeme ukázat, že při dělení zlomku celým číslem a zlomku zlomkem je stejný postup. Na-

příklad: $\frac{2}{3} : 4 = \frac{2}{3} : \frac{4}{1} = \frac{2^1}{3} \cdot \frac{1}{4^2} = \frac{1}{6}$

Příklady:

1. Vypočítal Jakub příklady správně? (Piš: ANO/ NE)

a) $\frac{1}{7} : 7 = 1$ b) $\frac{3}{2} : 3 = \frac{1}{3}$ c) $\frac{1}{7} : 10 = 70$

d) $\frac{1}{9} : 7 = \frac{7}{9}$ e) $\frac{9}{10} : 10 = \frac{9}{100}$ f) $\frac{30}{15} : 2 = 1$

2. Vypočítej:

a) $\frac{2}{7} : 9 =$ b) $\frac{8}{10} : 5 =$ c) $\frac{9}{16} : 3 =$ d) $\frac{17}{2} : 5 =$

e) $\frac{36}{12} : 2 =$ f) $\frac{1}{2} : 2 =$ g) $\frac{13}{8} : 13 =$ h) $\frac{200}{24} : 100 =$

3. Vypočítej x :

$$\text{a) } \frac{1}{2} : x = \frac{1}{10} \quad \text{b) } \frac{7}{4} : x = \frac{1}{4} \quad \text{c) } \frac{2}{3} : x = \frac{1}{9}$$

$$\text{d) } \frac{7}{7} : x = \frac{1}{7} \quad \text{e) } \frac{20}{10} : x = 1 \quad \text{f) } \frac{3}{1} : x = 1$$

Vzorový příklad ke cvičení 4:

$$\text{Vypočítej: } \frac{2}{5} : \frac{3}{2} = \frac{2}{5} \cdot \frac{2}{3} = \frac{4}{15}$$

4. Vypočítej:

$$\text{a) } \frac{18}{7} : \frac{21}{9} = \quad \text{b) } \frac{20}{6} : \frac{10}{36} = \quad \text{c) } \frac{14}{9} : \frac{2}{3} = \quad \text{d) } \frac{7}{8} : \frac{5}{2} =$$

$$\text{e) } \frac{10}{12} : \frac{100}{120} = \quad \text{f) } \frac{2}{3} : \frac{10}{12} = \quad \text{g) } \frac{13}{8} : \frac{39}{80} = \quad \text{h) } \frac{2}{5} : \frac{2}{5} =$$

5. Obsah obdélníku je 20 m^2 . Jedna strana má $\frac{4}{5} \text{ m}$. Kolik měří druhá strana?

$$S = a \cdot b$$

$$20 = \frac{4}{5} \cdot b$$

$$b = 20 : \frac{4}{5} = \frac{20}{1} \cdot \frac{5}{4} = 25$$

$$b = 25 \text{ m}$$

6. Trenér potřebuje udělat pro hráče slalom, hřiště je dlouhé $\frac{30}{2} \text{ m}$, trenér chce dát kužele vždy po $\frac{3}{4} \text{ m}$, kolik kuželů si musí přinést?

7. Silnice je dlouhá 30 km. Silničáři mají za úkol každou $\frac{1}{2}$ km postavit značku, která upravuje rychlost. Kolik značek silničáři na tomto úseku postaví?

Výsledky

7.1

1. a) NE (pěti násobíme jen čitatele) b) ANO c) ANO d) NE
(dvě čísla v čitateli nemohu krátit)
2. a) $\frac{4}{3}$ b) $\frac{15}{8}$ c) $\frac{10}{3}$ d) $\frac{14}{13}$ e) 3 f) 7 g) $\frac{15}{2}$ h) 5
3. a) $\frac{3}{2}$ b) $\frac{125}{7}$ c) $\frac{14}{3}$ d) $\frac{144}{5}$ e) $\frac{33}{5}$ f) 1 g) $\frac{28}{3}$ h) 5
4. Řešený příklad. (Za prodané lístky vyberou 10000 Kč.)
5. Darovali nadaci 24000,-Kč.
6. a) ANO b) ANO c) ANO d) NE (výsledek není v základním tvaru)
7. a) $\frac{5}{9}$ b) 1 c) $\frac{3}{2}$ d) $\frac{2}{3}$ e) $\frac{3}{5}$ f) $\frac{3}{4}$ g) $\frac{21}{10}$ h) $\frac{1}{3}$
8. a) $\frac{14}{15}$ b) $\frac{1}{6}$ c) $\frac{5}{108}$ d) 1 e) $\frac{2}{19}$ f) 1 g) $\frac{21}{10}$ h) 7
9. a) $\frac{2}{5}$ b) $\frac{7}{2}$ c) $\frac{3}{2}$ d) $\frac{1}{2}$ e) $\frac{28}{45}$ f) $\frac{3}{8}$
10. Řešený příklad. (Obsah je $\frac{6}{35}$ m².)
11. Objem je $\frac{1}{8}$ m³.

7.2

1. a) NE b) NE c) NE d) NE e) ANO f) ANO
2. a) $\frac{2}{63}$ b) $\frac{4}{25}$ c) $\frac{3}{16}$ d) $\frac{17}{10}$ e) $\frac{3}{2}$ f) $\frac{1}{4}$ g) $\frac{1}{8}$ h) $\frac{1}{12}$
3. a) 5 b) 7 c) 6 d) 7 e) 2 f) 3
4. a) $\frac{54}{49}$ b) 12 c) $\frac{7}{3}$ d) $\frac{7}{20}$ e) 1 f) $\frac{4}{5}$ g) $\frac{10}{3}$ h) 1
5. Řešený příklad. (Druhá strana měří 25 m.)
6. Trenér si musí přinést 20 kuželů.
7. Silničáři postaví 60 značek.

8 Zlomky složené

Věc, která tě na první pohled určitě zastraší, ale neboj, nejedná se o žádnou složitou záležitost. Pro představu - složený zlomek vypadá například takto:

$$\frac{\frac{1}{2}}{\frac{3}{4}}$$

Můžeme říci, že složený zlomek je takový zlomek, který má v čitateli nebo jmenovateli nebo v čitateli i jmenovateli opět zlomek. Můžeš se setkat i s tímto složeným zlomkem:

$$\frac{2}{\frac{3}{4}}$$

Víš ale, že číslo 2 v čitateli lze přepsat jako $\frac{2}{1}$ a touto úpravou dostáváš složený zlomek, který má v čitateli i jmenovateli opět zlomek.

Je třeba dbát na to, aby hlavní zlomková čára (čára mezi čitatelem a jmenovatelem složeného zlomku) byla vždy delší než zlomkové čáry vedlejší.

Dále platí, že = se píše vždy na úroveň hlavní zlomkové čáry.

Jak se s tímto počítá?

Zlomkovou čáru je možné si vždy přepsat jako podíl (čitatel : jmenovatel). Opět nezapomínej krátit!

$$\frac{\frac{1}{2}}{\frac{3}{4}} = \frac{1}{2} : \frac{3}{4}$$

Toto už řešit umíme z předešlé kapitoly. $\frac{1}{2} : \frac{3}{4} = \frac{1}{2} \cdot \frac{4}{3} = \frac{1 \cdot 4^1}{2^1 \cdot 3} = \frac{2}{3}$

V čitateli či jmenovateli složeného zlomku se nám mohou objevit i různé početní operace. Potom si počínáme tak, že si nejdříve spočítáme čitatele i jmenovatele každého zvlášť, až docílíme zlomků v základním tvaru. Poté počítáme dle postupu, který jsme již uvedli.

$$\frac{\frac{\frac{1}{2} + \frac{2}{3}}{\frac{3}{4} \cdot \frac{8}{6}}}{\frac{\frac{3+4}{6}}{\frac{3^1}{4^1} \cdot \frac{8 \cdot 2^1}{6 \cdot 2^1}}} = \frac{\frac{7}{6}}{1} = \frac{7}{6} : \frac{1}{1} = \frac{7}{6} \cdot \frac{1}{1} = \frac{7}{6}$$

Příklady:

1. Vypočítej:

$$\begin{array}{llll} \text{a) } \frac{\frac{3}{4}}{\frac{2}{3}} = & \text{b) } \frac{\frac{5}{7}}{\frac{4}{9}} = & \text{c) } \frac{\frac{12}{23}}{\frac{24}{23}} = & \text{d) } \frac{\frac{24}{13}}{\frac{48}{13}} = \\ \text{e) } \frac{\frac{5}{7}}{\frac{1}{2}} = & \text{f) } \frac{\frac{9}{7}}{\frac{1}{7}} = & \text{g) } \frac{\frac{17}{22}}{\frac{34}{44}} = & \text{h) } \frac{\frac{10}{19}}{\frac{100}{57}} = \end{array}$$

2. Vypočítej:

$$\text{a)} \frac{\frac{3}{4} + \frac{2}{3}}{\frac{2}{3} \cdot 2} =$$

$$\text{b)} \frac{\frac{5}{7} - \frac{3}{14}}{\frac{4}{9} \cdot \frac{18}{8}} =$$

$$\text{c)} \frac{\frac{12}{23} \cdot \frac{2}{24}}{\frac{24}{23} - \frac{11}{46}} =$$

$$\text{d)} \frac{\frac{24}{11} \cdot 22}{\frac{48}{10} + \frac{2}{5}} =$$

$$\text{e)} \frac{\frac{5}{7} + \frac{2}{21}}{\frac{1}{2} + \frac{7}{10}} =$$

$$\text{f)} \frac{\frac{9}{7} - \frac{5}{14}}{\frac{1}{2} - \frac{2}{5}} =$$

$$\text{g)} \frac{\frac{17}{22} \cdot \frac{44}{17}}{\frac{41}{40} \cdot \frac{20}{5}} =$$

$$\text{h)} \frac{\frac{1}{2} + \frac{2}{5} \cdot \frac{1}{3}}{\frac{3}{10} - \frac{1}{5} \cdot \frac{1}{2}} =$$

$$\text{i)} \frac{\frac{2}{3} + \frac{1}{2}}{\frac{3}{8} \cdot \frac{1}{2}} =$$

Výsledky

1. a) $\frac{9}{8}$ b) $\frac{45}{28}$ c) $\frac{1}{2}$ d) $\frac{1}{2}$ e) $\frac{10}{7}$ f) 9 g) 1 h) $\frac{3}{10}$

2. a) $\frac{17}{16}$ b) $\frac{1}{2}$ c) $\frac{2}{37}$ d) $\frac{120}{13}$ e) $\frac{85}{126}$ f) $\frac{65}{7}$ g) $\frac{20}{41}$ h) $\frac{19}{6}$ i) $\frac{56}{9}$

9 Smíšená čísla

V této poslední kapitole nás budou zajímat hlavně tři pojmy: pravý zlomek, nepravý zlomek a smíšené číslo.

Nepravý zlomek je takový zlomek, kde je číselník větší než jmenovatel. Například $\frac{3}{2}$, $\frac{7}{3}$.

Pravý zlomek je takový zlomek, kde je číselník menší než jmenovatel. Například $\frac{2}{3}$, $\frac{3}{7}$.

Smíšené číslo je takové, které se skládá z celého čísla a zlomku. Například $2\frac{2}{3}$, tento zápis je zkratka tohoto $2 + \frac{2}{3}$.

Každý nepravý zlomek lze převést na smíšené číslo tak, že zjistíme, kolik celků obsahuje a zbytek necháme ve zlomku. Například $\frac{8}{3} = \frac{6}{3} + \frac{2}{3} = 2 + \frac{2}{3} = 2\frac{2}{3}$

Každé smíšené číslo lze také převést na nepravý zlomek: například $3\frac{1}{2} = 3 + \frac{1}{2} = \frac{6}{2} + \frac{1}{2} = \frac{7}{2}$

Smíšená čísla se nám mohou objevit i v různých úlohách. Například ve sčítání, odčítání, násobení, dělení.

Výhoda smíšených čísel při počítání:

Například:

$$4\frac{2}{4} + 2\frac{1}{4} = (4 + 2) + \left(\frac{2}{4} + \frac{1}{4}\right) = 6 + \frac{3}{4} = 6\frac{3}{4}$$

$$1\frac{2}{3} + 2\frac{3}{4} = (1 + 2) + \left(\frac{2}{3} + \frac{3}{4}\right) = 3 + \frac{8+9}{12} = 3 + \frac{17}{12} = 3 + 1\frac{5}{12} = 4\frac{5}{12}$$

$$3\frac{2}{3} - 1\frac{1}{3} = (3 - 1) + \left(\frac{2}{3} - \frac{1}{3}\right) = 2 + \frac{1}{3} = 2\frac{1}{3}$$

$$3\frac{5}{8} - 2\frac{1}{4} = (3 - 2) + \left(\frac{5}{8} - \frac{1}{4}\right) = 1 + \frac{5-2}{8} = 1 + \frac{3}{8} = 1\frac{3}{8}$$

Můžeme sčítat (odčítat) zvlášť celky a zvlášť zlomky.

Pozor, toto se často plete: $2\frac{1}{3} \neq 2 \cdot \frac{1}{3}$, ale $2\frac{1}{3} = 2 + \frac{1}{3}$

Příklady:

1. Převeď smíšená čísla na zlomky:

$$\text{a) } 2\frac{2}{5} = \quad \text{b) } 2\frac{1}{3} = \quad \text{c) } 4\frac{1}{2} = \quad \text{d) } 4\frac{3}{7} =$$

$$\text{e) } 4\frac{4}{5} = \quad \text{f) } 3\frac{10}{11} = \quad \text{g) } 4\frac{2}{3} = \quad \text{h) } 7\frac{1}{4} =$$

2. Převeď zlomky na smíšená čísla:

$$\text{a) } \frac{9}{7} = \quad \text{b) } \frac{10}{4} = \quad \text{c) } \frac{12}{8} = \quad \text{d) } \frac{7}{3} =$$

$$\text{e) } \frac{10}{9} = \quad \text{f) } \frac{12}{5} = \quad \text{g) } \frac{30}{7} = \quad \text{h) } \frac{15}{2} =$$

3. Vypočítej:

a) $3\frac{1}{5} + 4\frac{2}{5} =$ b) $1\frac{2}{3} + 4\frac{1}{6} =$ c) $3\frac{2}{3} + 2\frac{4}{5} =$

d) $5\frac{4}{9} + 4\frac{1}{3} =$ e) $5\frac{4}{5} - 2\frac{2}{5} =$ f) $7\frac{4}{9} - 2\frac{1}{18} =$

g) $2\frac{9}{10} - 2\frac{1}{2} =$ h) $6\frac{7}{13} - 2\frac{7}{26} =$

4. Babička peče vánoční cukroví pro celou rodinu. Bude potřebovat $3\frac{2}{3}$ kg mouky, $2\frac{1}{8}$ kg cukru, $\frac{2}{9}$ kg prášku do pečiva, 2 kg ořechů, $\frac{1}{3}$ kg marmelády a $\frac{1}{2}$ kg másla. Kolik kg surovin bude celkem potřebovat?

Výsledky

1. a) $\frac{12}{5}$ b) $\frac{7}{3}$ c) $\frac{9}{2}$ d) $\frac{31}{7}$ e) $\frac{24}{5}$ f) $\frac{43}{11}$ g) $\frac{14}{3}$ h) $\frac{29}{4}$

2. a) $1\frac{2}{7}$ b) $2\frac{1}{2}$ c) $1\frac{1}{2}$ d) $2\frac{1}{3}$ e) $1\frac{1}{9}$ f) $2\frac{2}{5}$ g) $4\frac{2}{7}$ h) $7\frac{1}{2}$

3. a) $7\frac{3}{5}$ b) $5\frac{5}{6}$ c) $6\frac{7}{15}$ d) $9\frac{7}{9}$ e) $3\frac{2}{5}$ f) $5\frac{7}{18}$ g) $\frac{2}{5}$ h) $4\frac{7}{26}$

4. Babička bude potřebovat $8\frac{61}{72}$ kg.

10 Závěr

Než jsem začala psát svou bakalářskou práci, byla jsem přesvědčena o tom, že literatury zaměřené na zlomky je celá řada, ale opak byl pravdou. Moje první cesta vedla do akademické knihovny. Zde jsem zjistila, že jsem naprosto na nesprávném místě. Matematických publikací je k dispozici celá řada, ale zcela zde chybí literatura a učebnice pro žáky základních škol a víceletých gymnázií a potřebné příručky pro pedagogy. Šla jsem navštívit Jihočeskou vědeckou knihovnu. Zde jsem k mému překvapení zjistila, že literatury zaměřené přímo na zlomky je opravdu málo. Nalezla jsem jen jedno jediné dílo a to ještě, podle mého názoru, pro žáky poměrně nesrozumitelné. Začala jsem tedy studovat různé učebnice pro žáky základních škol a víceletých gymnázií a skládat dohromady jednotlivé kapitoly.

Vytvořila jsem pomůcku k samostudiu, která žákům pomůže pochopit učivo týkající se zlomků. Práce začíná od nejjednodušších kapitol a žák nakonec dojde bez problémů ke složitějším příkladům. Kapitoly jsou řazeny za sebou tak, aby

na sebe navazovaly co se obtížnosti týče a vzájemně se prolínaly. Jestliže žák tedy bude postupovat od první kapitoly a propočítá si přiložené příklady, sám se dostane dále, aniž by narazil na překážky, bez problémů spočítá i složitější zlomky. Nebude mít problémy ani se slovními úlohami, ve kterých je zapotřebí zlomky využít.

Práce je psána tak, aby žák byl nucen o dané problematice přemýšlet a pochopil vše logickou a přirozenou cestou. Předchází tak situaci, kdy se žák učí nazpaměť pouze početní algoritmy a nemá představu, co zlomek značí.

11 Seznam použitých zdrojů

- [1] KOTYRA, D., SIVOŠOVÁ, A. *Úlohy se zlomky: Příručka pro žáky základních škol a nižších tříd gymnázií.* Havlíčkův Brod: Fragment, 2004. ISBN 80-720-0905-2
- [2] ODVÁRKO, O., KADLEČEK, J. *Přehled matematiky pro základní školy a víceletá gymnázia: Příručka pro žáky základních škol a nižších tříd gymnázií.* Praha: Prometheus, 2004. ISBN 80-719-6276-7
- [3] FOURNIER, J. *Oprsklá matematika: Praštěné příklady pro Einsteiny na propadnutí.* Praha: Ivo Železný, 2001. ISBN 80-237-3640-X
- [4] EISLER, J. *Matematika v kostce: Pro základní školy a nižší ročníky víceletých gymnázií.* Havlíčkův Brod: Fragment, 2006. ISBN 80-253-0197-4
- [5] JUSTOVÁ, J. *Matematika pro 5. ročník základních škol: Třetí díl pro základní školy a nižší ročníky víceletých gymnázií.* Všeň: Alter, 1997. ISBN 80-857-7563-8
- [6] JUSTOVÁ, J. *Matematika pro 5. ročník základních*

- škol: První díl pro základní školy a nižší ročníky víceletých gymnázií.* Všeň: Alter, 1996. ISBN 80-857-7548-4
- [7] BLAŽKOVÁ, R., MATOUŠKOVÁ, K., VAŇUROVÁ, M. *Matematika pro 4. ročník základních škol: Třetí díl pro základní školy a nižší ročníky víceletých gymnázií.* Všeň: Alter, 1997. ISBN 80-857-7562-X
- [8] ODVÁRKO, O., KADLEČEK J., VAŇUROVÁ, M. *Matematika pro 6. ročník základní školy: Pro základní školy a nižší ročníky víceletých gymnázií.* Praha: Prometheus, 1999. ISBN 80-719-6142-6
- [9] ODVÁRKO, O., KADLEČEK J., VAŇUROVÁ, M. *Matematika pro 7. ročník základní školy: Pro základní školy a nižší ročníky víceletých gymnázií.* Praha: Prometheus, 1998. ISBN 80-719-6111-6
- [10] HEJNÝ, M., KADLEČEK, J., VAŇUROVÁ M. *Matematické a přírodovědné úlohy pro první stupeň základního vzdělávání: Náměty pro rozvoj kompetencí žáků na základě zjištění výzkumu TIMSS 2007.* Praha: Ústav pro informace ve vzdělávání, 2011. ISBN 978-80-211-0611-6

- [11] OPAVA, Z. *Víš si rady s matematikou?* Praha: Práce, 1975.
- [12] *Critical path is Easy as 1,2,3* [online]. [cit. 2012-10-22]. Dostupné z: <http://www.wrike.com/projectmanagement/09/01/2010/Critical-Path-is-Easy-as-1-2-3>
- [13] *Multip komplexné vybavenie škôl* [online]. [cit. 2012-10-23]. Dostupné z: http://www.multip-vychod.sk/ucebne_pomocky.php
- [14] *Jak vznikla čokoláda* [online]. [cit. 2012-10-23]. Dostupné z: <http://www.kytice-z-bonbonu.cz/clanky/jak-vznikla-cokolada/>
- [15] *Zobrazení zlomku na číselné ose e- Matematika* [online]. [cit. 2012-10-22]. Dostupné z: <http://e-matematika.blog.cz/1006/zobrazeni-zlomku-na-ciselne-ose>