



Ekonomická
fakulta
Faculty
of Economics

Jihočeská univerzita
v Českých Budějovicích
University of South Bohemia
in České Budějovice

Jihočeská univerzita v Českých Budějovicích
Ekonomická fakulta
Katedra aplikované matematiky a informatiky

Diplomová práce

Modelování volatility na vybraném akciovém trhu

Vypracoval: Bc. Eliška Vránová
Vedoucí práce: Ing. Michael Rost, Ph.D.

České Budějovice 2016

ZADÁNÍ DIPLOMOVÉ PRÁCE

(PROJEKTU, UMĚLECKÉHO DÍLA, UMĚLECKÉHO VÝKONU)

Jméno a příjmení: **Bc. Eliška VRÁNOVÁ**
Osobní číslo: **E14738**
Studijní program: **N6209 Systémové inženýrství a informatika**
Studijní obor: **Ekonomická informatika**
Název tématu: **Modelování volatility na vybraném akciovém trhu**
Zadávací katedra: **Katedra aplikované matematiky a informatiky**

Z á s a d y p r o v y p r a c o v á n í :

Cíl práce bude spočívat v představení a aplikaci přístupů vhodných k modelování volatility na zvolených trzích (akciovém trhu a komoditní trh - zlato a stříbro).

Studiem odborné literatury týkající se kapitálových trhů a aplikované statistiky, zejména časových řad, budou získány teoretické poznatky. Na základě nabytých znalostí bude provedeno modelování volatility. Data budou získána na Burze cenných papírů v Praze a na komoditních trzích zlata a stříbra. Při vyhodnocování práce bude využito programovací prostředí R.

Metodický postup:

1. Studium literatury.
2. Získání dat z akciového trhu a cen komodit.
3. Nastudované modely aplikovat na získaná data.
4. Vyhodnotit výsledky a použít programovací jazyk R.
5. Závěr

Rozsah grafických prací: 10 grafických listů

Rozsah pracovní zprávy: 50 - 60 stran

Forma zpracování diplomové práce: tištěná

Seznam odborné literatury:

1. Ardia, D. (2008). *Financial Risk Management with Bayesian Estimation of GARCH Models: Theory and Applications*. Berlin: Springer.
2. Arlt, J., & Arltová, M. (2003). *Finanční časové řady*. 1. vyd. Praha: Grada.
3. Cipra, T. (2008). *Finanční ekonometrie*. 1. vyd. Praha: Ekopress.
4. Engle, R. F., Lilien, D. M., & Robins, R. P. (1987). Estimating time varying risk premia in the term structure: the ARCH-M model. *Econometrica*, 55, 391-407.
5. Engle, R. F., & Ng, V. K. (1993). Measuring and Testing the Impact of News on Volatility. *Journal of Finance*, 48, 1749-1778.
6. Poon, S. H. (2005). *A practical guide for forecasting financial market volatility*. Hoboken, NJ: Wiley.
7. Taylor, S. J. (1994). Modelling stochastic volatility. *Mathematical Finance*, 4, 183-204.
8. Tsay, R. S. (2005). *Analysis of Financial Time Series*. (2. vyd.) Hoboken: John Wiley & Sons.

Vedoucí diplomové práce:

Ing. Michael Rost, Ph.D.

Katedra aplikované matematiky a informatiky

Datum zadání diplomové práce:

9. ledna 2015

Termín odevzdání diplomové práce:

15. dubna 2016

doc. Ing. Ladislav Rolínek, Ph.D.
děkan

JIHOČESKÁ UNIVERZITA
V ČESKÝCH BUDĚJOVICÍCH
EKONOMICKÁ FAKULTA
Studentské 13 (28)
370 05 České Budějovice

prof. RNDr. Pavel Tlustý, CSc.
vedoucí katedry

V Českých Budějovicích dne 23. března 2015

PROHLÁŠENÍ

Prohlašuji, že svoji diplomovou práci jsem vypracovala samostatně pouze s použitím pramenů a literatury uvedených v seznamu citované literatury.

Prohlašuji, že v souladu s § 47 zákona č. 111/1998 Sb. v platném znění souhlasím se zveřejněním své bakalářské/diplomové práce, a to - v nezkrácené podobě/v úpravě vzniklé vypuštěním vyznačených částí archivovaných Ekonomickou fakultou - elektronickou cestou ve veřejně přístupné části databáze STAG provozované Jihočeskou univerzitou v Českých Budějovicích na jejích internetových stránkách, a to se zachováním mého autorského práva k odevzdanému textu této kvalifikační práce. Souhlasím dále s tím, aby toutéž elektronickou cestou byly v souladu s uvedeným ustanovením zákona č. 111/1998 Sb. zveřejněny posudky školitele a oponentů práce i záznam o průběhu a výsledku obhajoby kvalifikační práce. Rovněž souhlasím s porovnáním textu mé kvalifikační práce s databází kvalifikačních prací Theses.cz provozovanou Národním registrem vysokoškolských kvalifikačních prací a systémem na odhalování plagiátů.

V Českých Budějovicích dne 7. 9. 2016

.....

Eliška Vránová

Poděkování

Děkuji svému vedoucímu diplomové práce Ing. Michaelu Rostovi, Ph.D. za cenné a odborné rady při vypracování své práce.

Obsah

1	ÚVOD	3
2	LITERÁRNÍ REŠERŠE	4
2.1	Pojem volatilita	4
2.2	Základní pojmy	5
2.3	Charakteristické vlastnosti volatility	7
2.4	Odvozování ceny aktiv	8
2.5	Struktura modelu volatility	9
2.6	Modely volatility	9
2.6.1	Historická volatilita	10
2.6.2	Model ARCH (Autoregresní podmíněná heteroskedasticita)	11
2.6.3	Model GARCH (Zobecněný ARCH)	13
2.7	Další modely z rodiny GARCH	15
2.7.1	Model EGARCH (Exponenciální GARCH)	16
2.7.2	Model GJRGARCH	17
2.7.3	Model IGARCH (Integrovaný GARCH)	17
2.7.4	Ostatní modely	18
2.8	Předpovídání volatility	18
2.8.1	Model ARCH	18
2.8.2	Model GARCH	19
2.9	Hodnocení prognóz	19
2.10	Statistický program R, jeho balíčky a funkce	21
3	CÍL PRÁCE A METODIKA	22
3.1	Analýza před odhadem volatility	22
3.2	Modelování volatility	24
4	PRAKTICKÁ ČÁST	25

4.1	Modelování volatility u akcií ČEZ.....	25
4.1.1	Analýza před odhadem volatility akcií ČEZ.....	25
4.1.2	Výpočet volatility a výsledky u akcií ČEZ.....	28
4.1.3	Hodnocení modelů a předpověď u akcií ČEZ	31
4.2	Modelování volatility u akcií Erste Group Bank	32
4.2.1	Analýza před odhadem volatility akcií Erste Group Bank	33
4.2.2	Výpočet volatility a výsledky akcií Erste Bank.....	36
4.2.3	Hodnocení modelů a předpověď u akcií Erste Bank	39
4.3	Modelování volatility u zlata	40
4.3.1	Analýza před odhadem volatility u zlata	40
4.3.2	Výpočet volatility a výsledky u zlata.....	43
4.3.3	Hodnocení modelů a předpověď u zlata	45
4.4	Modelování volatility u stříbra.....	46
4.4.1	Analýza před odhadem volatility u stříbra.....	47
4.4.2	Výpočet volatility a výsledky u stříbra	50
4.4.3	Hodnocení modelů a předpověď u stříbra	53
5	ZÁVĚR.....	54
I	SUMMARY AND KEYWORDS	56
II	SEZNAM POUŽITÝCH ZDROJŮ	57
III	SEZNAM GRAFŮ A TABULEK.....	59
IV	SEZNAM PŘÍLOH.....	62
V	PŘÍLOHY	63

1 ÚVOD

Termín volatilita v sobě zahrnuje slova jako nestabilita, vychýlenost od průměrných hodnot nebo nestálost, protože ceny na burzách reagují na různé faktory. S nestabilitou nebo nestálostí se v dnešní době často setkáváme. Banky často mizí z bankovního systému, národní banky pouští do oběhu velké množství peněžních prostředků nebo výrazně oslabují měnu, společnosti krachují a lidé přicházejí o práci. S těmito změnami se setkáváme dennodenně. Globální události, se kterými se otřese svět, se hned projeví na změnách kurzů měn, akcií, indexů. Burzy na celém světě jsou velmi úzce propojené.

Velký význam na vývoji cen akcií a indexů mají největší ekonomiky světa. Pokud nastane nervozita na trzích, vyvolá to mezi investory obavy a akciové trhy se začnou propadat. K této situaci došlo na začátku roku 2016, kdy akcionáři reagovali na zprávu o propadu čínského průmyslového sektoru a měli strach, zda je čínská ekonomika stabilní. V závislosti na čínském trhu začaly propadat akcie v USA nebo v Evropě tak, že poklesla cena akcií nebo indexů až o 3 procenta.

Výraz volatilita označuje míru kolísání hodnoty aktiva, popř. jeho výnosového procenta. Chápat se dá taky jako míra rizika spojená s investicí do určitého aktiva. Volatilita se vyjadřuje jako směrodatná odchylka výnosů a jedná se o veličinu, kterou můžeme změřit, namodelovat a předpovědět. Tudíž se stává středem zájmu ve finančních analýzách.

Má práce je strukturována na dvě hlavní části. V první části práce bude definována volatilita, dále její rysy, struktura modelu či způsob odvozování cen akcií. Budou vysvětleny hlavní modely volatility, jako je historická volatilita, model ARCH, GARCH a další odvozené modely od GARCH. V druhé části budou aplikovány na vybraných čtyřech řadách poznatky získané z první části pomocí programu R.

Cílem této práce je představit pojem volatilita, definovat její základní modely a předvést postupy použití modelů a správně modely vyhodnotit.

2 LITERÁRNÍ REŠERŠE

Volatilita leží v centru každého modelu na oceňování derivátových cenných papírů a je důležitým faktorem v možnostech obchodování. Výzkum změny volatility (podmíněného rozptylu) s použitím modelů časových řad je aktivní od vzniku modelu ARCH, a to od roku 1982. Od té doby se ARCH modely rapidně rozrostly do rodiny empirických modelů pro výpočet volatility a nyní jsou nepostradatelnými nástroji v oblasti finanční ekonometrie.

Pokud někdo investuje do finančního aktiva, výnosnost v té době byla na nějakém předem určeném bodě a v budoucnosti je výnosnost považována za náhodnou veličinu. Taková proměnná je plně charakterizována pouze pomocí distribuční funkce, případně funkcí hustoty. Kolem podmíněné střední hodnoty se nachází šum, který je pro nás neznámý. Pokud jsou realizované výnosy v závislosti na čase oscilující, ilustruje to volatilitu. Tento pohyb obsahuje vítané prvky, ve kterých se objevují překvapivě velké výnosy, a také negativní dopady, které spadají hluboko pod průměr. Dobře známý fakt, že chudoba může vzniknout i z investice, ilustruje skutečnost, že investice jsou riskantní, a proto se volatilita přirovnává někdy k riziku (Ardia, 2008).

2.1 Pojem volatilita

Řada autorů vysvětluje volatilitu různými způsoby. Jeden fakt mají všichni společný - směrodatnou odchylku. Níže uvádím definice volatility od autorů Arlta, Borovičky, Poon a Tsay.

Pod pojmem volatilita se skrývá nestabilita a nestálost. Volatilita označuje míru kolísání hodnoty aktiva, popř. jeho výnosové míry a chápeme ji, jako míru rizika spojenou s investicí do určitého aktiva (Borovička, 2011).

Volatilita znamená podmíněnou směrodatnou odchylku od výnosnosti podkladového aktiva. Modelování volatility poskytuje jednoduchý přístup k výpočtu hodnoty rizika v oblasti risk managementu¹. To hraje důležitou roli pro rozložení aktiv v rámci portfolia (Tsay, 2005).

¹ Risk management se snaží eliminovat rizika. Využívá modely Value at Risk.

Zvláštností volatility u akcií je, že ji nelze přímo pozorovat. Pokud si vezmeme logaritmickou míru zisku u akcií, denní volatilita není přímo pozorovatelná (zjistitelná) z výnosových dat, protože v obchodní den je jen jeden údaj. Získáme-li výnosy z každých deseti minut z průběhu obchodního dne, pak lze odhadnout denní volatilitu. Volatilita se skládá z *intraday*² volatility a *overnight*³ volatility se zaznamenanými rozdíly mezi obchodními dny. Vysokofrekvenční *intraday* výnosy obsahují pouze velmi omezené informace o *overnight* volatilitě (Tsay, 2005).

Volatilitu pozorujeme převážně u většiny denních časových řad. Přítomnost můžeme předpokládat i u měsíčních a čtvrtletních časových řad, ale z empirického hlediska jsou tyto časové řady příliš krátké, aby bylo možné spolehlivě identifikovat model zahrnující tuto vlastnost (Arlt a Radkovský, 1999).

U všech návrhů modelů, které zde budou představeny, je volatilita rozložena do předvídatelné a nepředvídatelné složky a zájem o predikci se soustředí na předvídatelnou složku. Předvídatelná složka volatility v časové řadě je podmíněný rozptyl, značený σ_t^2 . Různé modelování σ_t^2 odráží různé odpovědi na dvě základní otázky. Jak se mění σ_t^2 v závislosti na dostupných informacích v okamžiku t , to znamená, jaká je povaha distribuční funkce, F_t , a jak vypadá mapování mezi informacemi a σ_t^2 (Pagan a Schwert; 1990).

2.2 Základní pojmy

Níže jsou vysvětlené pojmy, s kterými se budeme setkávat v průběhu celé práce.

Bílý šum

Náhodná složka v rovnicích označena jako ε_t je tzv. bílý šum (*white noise*). Bílý šum zbývá po odstranění sezónní i cyklické složky a je tvořen náhodnými pohyby v průběhu časové řady.

²*intraday* – pohyby cen aktiv během dne, tyto pohyby cen jsou důležité pro krátkodobé obchodníky.

³*overnight* – obchodování na trhu přes noc (od 21 do 8 hodin).

Bílým šumem označujeme posloupnost $\{\varepsilon_t\}$ nekorelovaných náhodných veličin s nulovou střední hodnotou a podmíněným rozptylem σ_ε^2 . Pokud jsou náhodné veličiny nekorelované a zároveň i nezávislé, značíme je symbolem *iid* (Tsay, 2005).

Stacionarita

Pod stacionaritou časové řady si představíme, že časová řada je nezávislá na čase, pohybuje se v určitých mezích a všechny momenty jsou konstantní a konečné.

Rozlišujeme dva druhy stacionarity, striktní a slabou. Striktní stacionarita znamená, že střední hodnota a rozptyl je v čase invariantní. Slabá stacionarita je méně omezující než striktní stacionarita. Zde stačí, když střední hodnoty a rozptyly jsou v čase neměnné pouze pro velikost zpoždění (velikost zpoždění si můžeme sami určit).

V analýze časových řad se pracuje se slabou stacionaritou. Stacionarita je velmi důležitá pro kvalitu predikce na základě minulého pozorování (Tsay, 2005).

Autokorelační funkce a parciální autokorelační funkce

Autokorelační funkce (ACF) podává informace o síle lineární závislosti. ACF se většinou používá pro posouzení, zda řada reziduí (zbytků) má charakter bílého šumu. Autokorelační funkce pro zpoždění k se definuje takto

$$\rho_k = \frac{\gamma_k}{\gamma_0} = \frac{\gamma_k}{\sigma_y^2}, \quad (1)$$

kde γ_k je korelace se zpožděním k a γ_0 korelace se zpožděním 0.

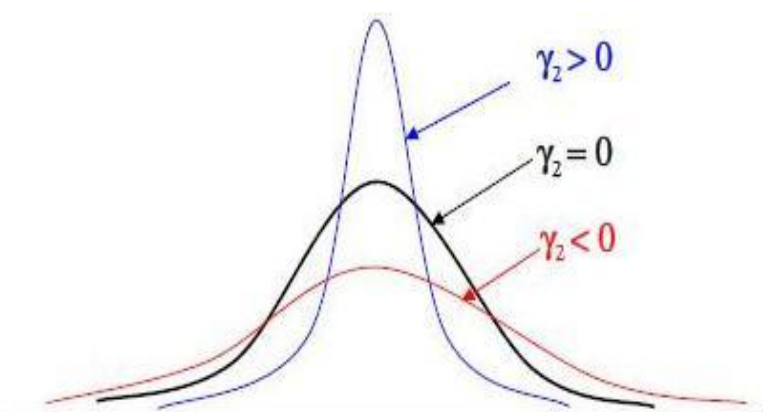
Parciální autokorelační funkce (PACF) podává informace o korelaci veličin očištěnou o vliv veličin ležících mezi nimi (Arlt a Arltová, 2003).

2.3 Charakteristické vlastnosti volatility

Ačkoli volatilita není přímo pozorovatelná, má některé vlastnosti, které jsou běžně k vidění u výnosů aktiv:

- 1) Existuje volatilita shluků – volatilita může být vysoká pro jedno časové období a nízká pro další období, tzn. shluky volatility v neklidný den obchodování, následují další neklidné dny a opačně. Shlukování volatility objevil Rob Engle a zapracoval ho do modelu ARCH. Za tento model získal v roce 2003 Nobelovu cenu za ekonomii (Poon, 2005).
- 2) Pákový efekt – jev související s kolísáním volatility v čase, konkrétně se jedná o tendenci volatility zvětšit se více po cenovém poklesu než po cenovém nárůstu cen. Volatilita různě reaguje na velké zvýšení cen nebo na velké snížení cen. Pákový efekt můžeme nazvat i jako asymetrií volatility (Cipra, 2008).
- 3) Volatilita se vyvíjí v průběhu času – vyvíjí se plynulým způsobem, skoky u volatility jsou vzácné (Poon, 2005).
- 4) Leptokurtické rozdělení – je více špičaté kolem středu, na koncích je hustota větší a v ramenech menší než u normálního rozdělení se stejnou střední hodnotou a rozptylem (ropoznáváme „užší pas a těžší konce“), mají koeficient špičatosti kladný. Často se s tím setkáváme u finančních dat v praxi. V grafu (Graf 1) je leptokurtické rozdělení znázorněno barvou modrou, černou barvou je označeno normální rozdělení (Cipra, 2008).

Graf 1: Mesokurtické, leptokurtické a platykurtické rozdělení



Zdroj: <https://wikisofia.cz>

- 5) Volatilita je stacionární – nemusí se rozcházet do nekonečna – pohybuje se v pevném rozsahu (Poon, 2005).

- 6) Dlouhá paměť – můžeme naměřit velké hodnoty autokorelace čtverců finančních výnosů i mezi velmi vzdálenými hodnotami, na současnou volatilitu má vliv šok i z velmi vzdálené minulosti (Poon, 2005).
- 7) Závislost mezi výnosy a volatilitou u různých aktiv a různých trhů – tyto trhy mají tendenci se pohybovat společně. Nedávný výzkum prokázal, že vztah mezi volatilitou a výnosy má tendenci se zvyšovat v průběhu finanční krize (Poon, 2005).

Tyto rysy hrají velkou roli ve vývoji modelů volatility. Některé modely volatility byly navrženy speciálně k nápravě slabých stránek, aby zachytily výše zmíněné nedostatky. Například model EGARCH odstraňuje nedostatek modelu GARCH tím, že začal pracovat s pákovým efektem (Shumway a Stoffer, 2011; Tsay, 2005).

2.4 Odvozování ceny aktiv

Volatilita hraje ústřední roli při odvozování ceny aktiv. Na efektivním trhu, vývoj cen aktiv lze popsat rovnicí jako

$$r_t = \frac{S_t - S_{t-1}}{S_{t-1}} = \mu_t + e_t, \quad e_t = \sigma_t \varepsilon_t; \quad (2)$$

$$E[e_t] = 0, \quad Var[e_t] = \sigma_t^2,$$

r_t značí výnosnost v čase t , r_t je procento změny ceny aktiva S během období od $t - 1$ do t . Výnosnost se rovná střední hodnotě μ_t v čase t plus inovaci e_t v čase t , který je nezávislá pro všechna minulá i budoucí e_t . Na e_t se ještě budeme odkazovat jako na náhodnou veličinu nebo na šok.

Druhá rovnice $e_t = \sigma_t \varepsilon_t$ označuje náhodné proměnné, kde ε_t je náhodná inovace (bílý šum), která je *iid* s nulovou střední hodnotou a jednotkovým rozptylem, a σ_t je směrodatná odchylka, která je v čase proměnlivá (Figlowsky, 2004).

2.5 Struktura modelu volatility

Necht' r_t je logaritmická výnosnost v době t . Základní myšlenka studia volatility je taková, že řada $\{r_t\}$ je sériově nekorelovaná, ale v realitě tento požadavek neplatí a tudíž je odhad volatility touto metodou zkreslený.

Aby modely volatility dávaly správný úhel pohledu, mělo by se uvažovat nad informacemi o podmíněné střední hodnotě μ_t a rozptylu σ_t^2 výnosnosti r_t vzhledem k distribuční funkci F_{t-1} , to znamená

$$\begin{aligned}\mu_t &= E(r_t|F_{t-1}), \\ \sigma_t^2 &= Var(r_t|F_{t-1}) = E[(r_t - \mu_t)^2|F_{t-1}],\end{aligned}\tag{3}$$

kde distribuční funkce F_{t-1} označuje informace dostupné v čase $t - 1$. Distribuční funkce F_{t-1} se skládá ze všech lineárních funkcí minulých výnosů. Proto by měla být rovnice pro střední hodnotu μ_t jednoduchá, budeme-li předpokládat, že logaritmická výnosnost r_t jednoduchého modelu časových řad se skládá ze střední hodnoty μ_t a náhodné veličiny e_t ,

$$r_t = \mu_t + e_t.\tag{4}$$

Kombinací předchozích dvou rovnic vznikla

$$\sigma_t^2 = Var(e_t|F_{t-1}),\tag{5}$$

podmíněný heteroskedastický model se zabývá vývojem volatility σ_t^2 . Způsob, podle něhož se volatilita σ_t^2 vyvíjí v průběhu času, odlišuje jeden model volatility od druhého. Podmíněná heteroskedasticita znamená, že volatilita časové řady závisí na předchozím chování řady. (Tsay, 2005).

2.6 Modely volatility

Modely volatility popisované v této části zahrnují historickou volatilitu, model autoregresní podmíněné heteroskedasticity (ARCH) od Engle a zobecněný ARCH (GARCH) model od Bollerslev.

2.6.1 Historická volatilita

Historické modely volatility (HIS) byly hojně využívány před tím, než R. Engle uvedl na trh svůj model ARCH. HIS modely se řadí mezi nejjednodušší modely na manipulaci a na konstrukci. Všechny HIS modely se liší počtem zpoždění, obsažené v podmínkách modelu, a vah, které jim byly přiděleny.

Modely historické volatility

Model náhodné procházky je nejjednodušším modelem, v němž je rozdíl mezi současnou a předchozí volatilitou modelován jako náhodná složka (bílý šum), ε_t :

$$\sigma_t = \sigma_{t-1} + \varepsilon_t, \quad (6)$$

ve vzorci můžeme vidět, že současná volatilita se rovná předchozí volatilitě upravenou o náhodnou složku. Platí zde, že nejlepší předpověď pro zítřejší volatilitu je dnešní volatilita

$$\hat{\sigma}_{t+1} = \sigma_t, \quad (7)$$

ve které σ_t je používána jako předpověď pro $\hat{\sigma}_{t+1}$.

Model historického průměru využívá celou historii volatility. Metoda tedy předpovídá v rámci celé historie. Hodnoty volatility mají stejnou váhu.

$$\hat{\sigma}_{t+1} = \frac{1}{t}(\sigma_t + \sigma_{t-1} + \dots + \sigma_1). \quad (8)$$

Rovnice má jistou nevýhodu, pokud máme období klidu a přijde bouřlivější období, pak předpověď se bude přiklánět k předpovědi s nízkou volatilitou (klidného období). Tuto nevýhodu odstraňuje následující rovnice, *model klouzavého průměru*.

$$\hat{\sigma}_{t+1} = \frac{1}{\tau}(\sigma_t + \sigma_{t-1} + \dots + \sigma_{t-\tau+1}), \quad (9)$$

zde starší informace nebereme v úvahu a vliv na současnou hodnotu má pouze τ hodnot. Hodnota τ může být vybrána subjektivně nebo na základě minimalizace chyb pro předpovídaný vzorek, $\zeta_{t+1} = \sigma_{t+1} - \hat{\sigma}_{t+1}$. Velká nevýhoda pro výše uvedené metody je, že se přiřazují konstantní váhy všem předchozím hodnotám volatility.

Exponenciální metoda vyhlazování, tento model odstraňuje další nevýhodu a to, konstantní váhy.

$$\begin{aligned}\sigma_t &= (1 - \beta)\sigma_{t-1} + \beta\hat{\sigma}_{t+1} + \xi_t \text{ a } 0 \leq \beta \leq 1, \\ \hat{\sigma}_{t+1} &= (1 - \beta)\sigma_t + \beta\hat{\sigma}_t,\end{aligned}\tag{10}$$

je podobná historické metodě, ale větší váha je na nedávné minulosti a menší váha na daleké minulosti. Parametr vyhlazení β se odhaduje tím, že minimalizuje chybový člen ξ_t z předpovídaného vzorku.

Metoda EWMA (exponenciálně vážený klouzavý průměr) má vyhlazovací parametr β , který odhaduje minimalizaci chyb ξ_t uvnitř vzorku v předpovědi.

$$\hat{\sigma}_{t+1} = \frac{\sum_{i=1}^{\tau} \beta^i \sigma_{t-i-1}}{\sum_{i=1}^{\tau} \beta^i}\tag{11}$$

(Poon, 2005).

Problémem je, že modely nenásledují skutečné ceny v praxi. Máme zde časově proměnnou volatilitu, ve které je velkým problémem nestabilita měnící se v průběhu času. Odhady, které vzniknou, nemají konstantní parametr u náhodně vybraných vzorků šumu (Figlowski, 2004).

2.6.2 Model ARCH (Autoregresní podmíněná heteroskedasticita)

Pokud rozptyl časové řady závisí na minulosti, říkáme, že rozptyl je podmíněně heteroskedastický. Engle (1982) vytvořil model ARCH na modelování inflace v UK. U modelu ARCH bylo zjištěno, že odpovídá mnoha finančním časovým řadám a záhy se tento model začal využívat ve financích a stal se základem pro ostatní modely (GARCH, EGARCH,...). V roce 2003 dostal Engle za model Nobelovu cenu za ekonomii.

Model ARCH vychází ze dvou předpokladů:

- Modely finančních časových řad jsou heteroskedastické, tzn. volatilita se mění v čase.

- Volatilita je kvadratickou funkcí minulých předchozích šoků e_t , tzn. volatilita je považována za autokorelovanou (z důvodu shlukování volatility) a pro modelování je zvolen autoregresní model (Cipra, 2004).

Typy modelů ARCH

Model ARCH(1)

V modelu ARCH(1) podmíněný rozptyl závisí pouze na variabilitě předchozího pozorování, jedná se o nejjednodušší model. V tomto modelu vliv šoku z minulosti zanikne hned po prvním období, což pro volatilitu není dobré. V modelu ARCH bylo prokázáno, že rozdělení vede k vysoké špičatosti, která vede k pozorování „tlustších ocasů“ než u normálního rozdělení. To znamená, že pravděpodobnost větší odchylky e_t od střední hodnoty $E(e_t) = 0$ je vyšší než u normálního rozdělení. Ve skutečnosti se u výnosů aktiv odlehlé hodnoty vyskytují častěji, než by odpovídalo normálnímu rozdělení.

ARCH(1) model formuluje podmíněný rozptyl σ_t^2 , jako

$$r_t = \mu_t + e_t, \quad e_t = \sigma_t \varepsilon_t, \quad \sigma_t^2 = \alpha_0 + \alpha_1 e_{t-1}^2, \quad (12)$$

$\alpha_0 > 0$ a $\alpha_1 \geq 0$. ε_t je *iid* náhodná veličina se střední hodnotou nula a jednotkovým rozptylem. Pokud platí, že je $\alpha_1 = 0$, tak podmíněný rozptyl je v čase konstantní a proces e_t se označuje jako podmíněně homoskedastický.

Nepodmíněný rozptyl e_t je

$$\text{Var}(e_t) = \frac{\alpha_0}{1 - \alpha_1}, \quad (13)$$

kde $0 \leq \alpha_1 < 1$, podmínka nám zaručuje slabou stacionaritu řady e_t .

Model ARCH(q)

Rozptyl u modelu ARCH(q) je formulován jako

$$r_t = \mu_t + e_t, \quad e_t = \sigma_t \varepsilon_t, \quad \sigma_t^2 = \alpha_0 + \sum_{j=1}^q \alpha_j e_{t-j}^2, \quad (14)$$

kde $\alpha_0 > 0$ a $\alpha_j \geq 0$ pro $i = 1, \dots, q$ slouží k zajištění, aby rozptyl σ_t^2 byl kladný. ε_t jsou iid náhodné veličiny se střední hodnotou nula a jednotkovým rozptylem. Volba řádu q je velmi složitá, zvolený řád má adekvátně popsat vývoj volatility. S větší volbou řádu q roste počet parametrů, v tomto případě může navíc dojít k porušení podmínky nezápornosti u některého parametru.

Nepodmíněný rozptyl e_t je

$$\text{Var}(e_t) = \frac{\alpha_0}{1 - \sum_{j=1}^q \alpha_j}. \quad (15)$$

Tento proces je slabě stacionární právě tehdy, je-li součet autoregresních parametrů menší než jedna $\sum_{j=1}^q \alpha_j < 1$ (Poon, 2005).

Nedostatky modelu ARCH

Model ARCH má v sobě mnoho nedostatků, níže jsou popsány:

1. Model reaguje stejně na špatné i dobré zprávy. Špatné zprávy zjistíme, že se v modelu objevují záporné hodnoty šoků, u dobrých zpráv se zase objeví kladné hodnoty.
2. ARCH vyžaduje často vysoký řád q , aby správně popsal vývoj volatility dané řady.
3. Model ARCH je omezující. Omezení se stává složitější u vyšších modelů řady ARCH. Ve skutečnosti je špičatost většiny výnosů aktiv vyšší než tři, což znamená, že extrémní hodnoty se častěji pozorují za normálního rozdělení.
4. Model ARCH nám pouze popíše volatilitu matematicky, nezjistíme z modelu, co nám způsobuje volatilitu.
5. Modely ARCH pravděpodobně nadhodnocují volatilitu, protože reagují pomalu na velké izolované šoky ve zpětné řadě (Cipra, 2008; Tsay, 2005).

2.6.3 Model GARCH (Zobecněný ARCH)

Model GARCH je známý jako všeobecná podmíněná heteroskedasticita modelu automaticky regresního, který zavedl Bollerslev (1986). Model naznačuje, že proces volatility je časově proměnlivá funkce obou posledních poruch minulé volatility. Model

GARCH je rozšířený model ARCH o přidání vlivu minulých hodnot volatility (minulého podmíněného rozptylu) a je více šetrný než model ARCH. GARCH model je nekonečná řada ARCH modelu, generována jako:

$$\begin{aligned} r_t &= \mu_t + e_t, & e_t &= \sigma_t \varepsilon_t, \\ \sigma_t^2 &= \alpha_0 + \sum_{i=1}^q \alpha_i e_{t-i}^2 + \sum_{j=1}^p \beta_j \sigma_{t-j}^2, \end{aligned} \quad (16)$$

kde $\alpha_0 > 0$, $\alpha_i \geq 0$ pro $i = 1, 2, q$ a $\beta_j \geq 0$ pro $j = 1, 2, \dots, p$ a ε_t jsou *iid* náhodné veličiny s nulovou střední hodnotou a rozptylem jedna. Pokud je p nula, model GARCH(p,q) se transformuje na model ARCH(q). A když je p i q nula, pak se jedná o proces gaussovského bílého šumu (Shamiri a Isa; 2009).

Typy modelů GARCH

Model GARCH(1,1)

Proces GARCH(1,1) se řadí mezi nejjednodušší představitele této třídy modelů a nejčastěji používané, protože jenom pomocí dvou parametrů (nepočítá-li se konstanta) je schopen zvládnout modelovat volatility. Stejně jako procesy ARCH generuje řady hodnot, které mají rozdělení špičatější s „tlustšími ocasy“ ve srovnání s rozdělením normálním. Proces GARCH(1,1) je z praktického hlediska zajímavý tím, že jím lze aproximovat proces ARCH s mnoha zpožděními. Pro svoji jednoduchost lze zde snadno zachytit setrvačnost volatility.

Forma modelu GARCH(1,1) je

$$\begin{aligned} r_t &= \mu_t + e_t, & e_t &= \sigma_t \varepsilon_t, \\ \sigma_t^2 &= \alpha_0 + \alpha_1 e_{t-1}^2 + \beta_1 \sigma_{t-1}^2, \end{aligned} \quad (17)$$

kde $\alpha_0 > 0$, $\alpha_1 \geq 0$ a $\beta_1 \geq 0$, ε_t je *iid* náhodná veličina s nulovou střední hodnotou a rozptylem 1. Jestliže $(\alpha_1 + \beta_1) < 1$ je proces slabě stacionární a nepodmíněný rozptyl procesu je

$$\text{Var}(e_t) = \frac{\alpha_0}{1 - \alpha_1 - \beta_1}. \quad (18)$$

Kdyby suma $\alpha_1 + \beta_1$ byla větší než 1, stacionarita by byla striktní. Extrémní hodnoty se projevují „tlustšími ocasy“ (Arlt a Radkovský, 2000).

Model GARCH(p,q)

Model GARCH(p,q) lze napsat ve tvaru

$$\begin{aligned} r_t &= \mu_t + e_t, & e_t &= \sigma_t \varepsilon_t, \\ \sigma_t^2 &= \alpha_0 + \sum_{i=1}^q \alpha_i e_{t-i}^2 + \sum_{j=1}^p \beta_j \sigma_{t-j}^2, \end{aligned} \quad (19)$$

kde kladný podmíněný rozptyl σ_t^2 zaručují podmínky $\alpha_0 > 0, \alpha_i > 0$ pro $i = 1, 2, \dots, q$ a $\beta_i \geq 0$ pro $i = 1, 2, \dots, p$, ε_t jsou iid náhodné veličiny s nulovou střední hodnotou a rozptylem 1.

Nepodmíněný rozptyl e_t

$$Var(e_t) = \frac{\alpha_0}{1 - \sum_{i=1}^q \alpha_i - \sum_{j=1}^p \beta_j} \quad (20)$$

a je slabě stacionární právě tehdy, když $(\sum_{i=1}^q \alpha_i - \sum_{j=1}^p \beta_j) < 1$ (Cipra, 2004)

Nevýhodou GARCH modelu je symetrie, protože současná volatilita je ovlivněna pouze velikostí předchozích šoků a nebere v úvahu znaménko šoku. Symetrická povaha modelu GARCH nedokáže zachytit pákový efekt u dat (Shamiri a Isa, 2009).

2.7 Další modely z rodiny GARCH

Úspěšnost modelů ARCH a GARCH vedla k rozšiřování modelů do tzv. rodiny modelů GARCH, do této rodiny můžeme zařadit exponenciální GARCH (EGARCH) model od Nelsona, integrovaný GARCH model, NAGARCH a další modely. Každý rozšířený model z GARCH se snaží modifikovat volatilitu vypočtenou modelem GARCH k lepším výsledkům.

2.7.1 Model EGARCH (Exponenciální GARCH)

Nelson (1991) poukázal na nedostatky modelu GARCH, GARCH totiž neumí pracovat s pákovým efektem a přišel na trh s novým upraveným modelem. Vznikl nový model EGARCH, který je prvním asymetrickým GARCH modelem. EGARCH používá místo normální podoby podmíněného rozptylu, podmíněný rozptyl v logaritmické podobě. EGARCH popisuje vztah mezi logaritmem podmíněného rozptylu a minulými šoky, proto nepotřebujeme zavádět žádné podmínky nezápornosti, protože model zajišťuje kladný rozptyl za všech okolností. Podmíněná volatilita se zvyšuje více, když výnosové šoky jsou negativní (Cipra, 2008; Engle, 1991).

Model je specifikován takto:

$$\begin{aligned} r_t &= \mu_t + e_t, & e_t &= \sigma_t \varepsilon_t, \\ \ln(\sigma_t^2) &= \alpha_0 + \sum_{i=1}^p [\alpha_i \varepsilon_{t-i} + \gamma_i (|\varepsilon_{t-i}| - E|\varepsilon_{t-i}|)] + \sum_{j=1}^q \beta_j \ln(\sigma_{t-j}^2), \end{aligned} \quad (21)$$

kde $\varepsilon_{t-i} = e_{t-i}/\sigma_{t-i}$. Část v rovnici $\alpha_i \varepsilon_{t-i}$ nám značí znaménkový efekt a další část v rovnici $\gamma_i [|\varepsilon_{t-i}| - E|\varepsilon_{t-i}|]$ rozsah efektu. Součet $\varepsilon_t + |\varepsilon_t| - E|\varepsilon_t|$ zajišťuje, že jsou oba procesy *iid* a jejich střední hodnota se rovná nule (Cipra, 2004; Shamiri a Isa, 2009).

EGARCH vs. GARCH

Rozdíl mezi modely je ve dvou hlavních směrech:

- 1) EGARCH model umožňuje, že dobrá a špatná zpráva má odlišný dopad na volatilitu, zatímco standardní model GARCH má stejné dopady, zde je vidět symetričnost a asymetričnost modelů.
- 2) EGARCH umožňuje velké otřesy, které mají větší dopad na volatilitu než standardní model GARCH (Engle, 1991).

Model EGARCH vyžaduje velké množství dat (Pagan a Schwert, 1990).

2.7.2 Model GJRARCH

Model běžně používaný ke zpracování pákového efektu je prahový model GJRARCH. Jedná se nelineární model umožňující pracovat s asymetrickou závislostí. Podobný model je TGARCH.

GJRARCH (p,q) předpokládá formu

$$\begin{aligned} r_t &= \mu_t + e_t, & e_t &= \sigma_t e_t, \\ \sigma_t^2 &= \alpha_0 + \sum_{i=1}^p (\alpha_i + \gamma_i N_{t-i}) e_{t-i}^2 + \sum_{j=1}^q \beta_j \sigma_{t-j}^2, \end{aligned} \quad (22)$$

musí splňovat podmínky nezápornosti, $\alpha_i > 0, \beta_j > 0, \gamma_i > 0$. N_{t-i} je indikátor, který určuje, zda minulý šok e_{t-i} bude kladný nebo záporný:

$$N_{t-i} = \begin{cases} 1 & \text{jestliže } e_{t-i} < 0 \\ 0 & \text{jestliže } e_{t-i} \geq 0 \end{cases} \quad (23)$$

Model do své funkce přidává složku, která se projeví pouze, byla-li poslední odchylka záporná, tedy při negativních šocích. Vliv kladného šoku $e_{t-i} \geq 0$ se projeví pouze v parametru α_i a vliv negativního šoku se projeví v parametru α_i i γ_i , což má větší vliv (Poon, 2005)

2.7.3 Model IGARCH (Integrovaný GARCH)

O další rozšíření do rodiny modelů GARCH se postarali Engle a Bollerslev (1986), neboť navrhli model nazývaný integrovaný GARCH. Pokud GARCH(1,1) obsahuje jednotkový kořen, znamená to, že součet odhadů $\alpha_1 + \beta_1$ se musí blížit 1, jedná se o IGARCH (Tsay, 2005).

Model IGARCH(1,1) znázorňujeme

$$\begin{aligned} r_t &= \mu_t + e_t, & e_t &= \sigma_t \varepsilon_t, \\ \sigma_t^2 &= \alpha_0 + \beta_1 \sigma_{t-1}^2 + (1 - \beta_1) \varepsilon_{t-1}^2, \end{aligned} \quad (24)$$

kde $1 > \beta_1 > 0$. ε_t je iid náhodná veličina s nulovou střední hodnotou a rozptylem 1. Hlavní vlastností modelu IGARCH je, že nezapomíná. Tato vlastnost je velmi užitečná

pro pozorovanou setrvačnost volatility na finančních datech pořizovaných s velkou frekvencí. Další pozitivní vlastností jsou dlouhodobé a lepší předpovědi (Nelson, 1991).

2.7.4 Ostatní modely

- 1) **NARCH** – nelineární ARCH, využívá v rovnici podmíněného rozptylu k -tou mocninu absolutní hodnoty šoků e_t (Tsay, 2005).
- 2) **ARCH-M** – volatility má přímý vliv na výnosy a nepodmíněný rozptyl σ_t^2 se objevuje přímo v rovnici pro podmíněnou střední hodnotu výnosů (Engle, 1982).
- 3) **ARCH upravený od Friedman a Kuttnera** – dává menší koeficienty pro velké šoky za účelem ukázat, že velké šoky e_t mají nižší vytrvalost než malé šoky e_t (Engel 1991).
- 4) **AGARCH** – další model od Engle (1991), který začlenil asymetrii do výpočtu.
- 5) **VGARCH** – má podobnou formu jako EGARCH, zachycuje skutečnost, že velké negativní šoky způsobují mnohem větší volatility než malé negativní šoky.
- 6) **FIGARCH (p,d,q)** – nabízí mnohem volnější přístup pro modelování volatility a je schopen lépe vysvětlit závislé řady než model IGARCH.

2.8 Předpovídání volatility

Práce se zabývá předpověďmi volatility na trzích zlata a stříbra a akciemi z České burzy cenných papírů. Výše jsou popsány modely volatility. V této kapitole jsou formulovány předpovědi pro vybrané modely ARCH a GARCH.

2.8.1 Model ARCH

Předpovědi modelu ARCH lze získat neomezeným počtem opakováním. Uvažujeme model ARCH (q).

Předpověď z období h , první krok vpřed z předpovědi σ_{h+1}^2 je

$$\sigma_h^2(1) = \alpha_0 + \alpha_1 e_h^2 + \dots + \alpha_q e_{h+1-q}^2, \quad (25)$$

druhý krok předpovědi je

$$\sigma_h^2(2) = \alpha_0 + \alpha_1 \sigma_h^2(1) + \alpha_2 e_h^2 + \dots + \alpha_q e_{h+2-q}^2, \quad (26)$$

a ℓ -krok předpovědi pro $\sigma_{h+\ell}^2$ je

$$\sigma_h^2(\ell) = \alpha_0 + \sum_{i=1}^q \alpha_i \sigma_h^2(\ell - i), \quad (27)$$

kde $\sigma_h^2(\ell - i) = e_{h+\ell-i}^2$ jestliže $\ell - i \leq 0$ (Tsay, 2009).

2.8.2 Model GARCH

Při předpovědi pro GARCH(1,1) budeme vycházet z období h . Jednokroková předpověď je

$$\sigma_{h+1}^2 = \alpha_0 + \alpha_1 e_h^2 + \beta_1 \sigma_h^2, \quad (28)$$

e_t^2 a σ_h^2 jsou v čase známý. Druhý krok

$$\sigma_{h+2}^2 = \alpha_0 + \alpha_1 e_{h+1}^2 + \beta_1 \sigma_{h+1}^2, \quad (29)$$

spojení jednokrokové předpovědi s druhým krokem

$$\sigma_{t+1}^2 = \alpha_0 + (\alpha_1 + \beta_1)(\alpha_0 + \alpha_1 e_h^2 + \beta_1 \sigma_h^2). \quad (30)$$

Obecně získáme pro ℓ -krok předpověď, která se přibližuje k nepodmíněnému rozptylu

$$\sigma_{t+\ell}^2 = \frac{\alpha_0}{1 - (\alpha_1 + \beta_1)} + (\alpha_1 + \beta_1)^\ell [\alpha_1 e_t^2 + \beta_1 \sigma_h^2] \quad (31)$$

(Tsay, 2009).

2.9 Hodnocení prognóz

Porovnání předpovědi výkonu konkurenčních modelů je jedním z nejdůležitějších aspektů jakýchkoliv prognóz. Na rozdíl od úsilí při stavbě modelů volatility a prognóz byla malá pozornost věnována k vyhodnocení předpovědi volatility. Pokud je předpověď volatility $\hat{\sigma}_t^2$ a σ_t^2 je skutečný výsledek, $e_t = \hat{\sigma}_t^2 - \sigma_t^2$ je chyba předpovědi.

Populárními hodnotícími opatření používané v literatuře patří: Střední chyba (ME), Střední čtvercová chyba (MSE), Střední absolutní chyba (MAE) a Střední absolutní procentní chyba (MAPE).

Střední chyba se znázorňuje

$$\frac{1}{N} \sum_{t=1}^N e_t = \frac{1}{N} \sum_{t=1}^N (\hat{\sigma}_t^2 - \sigma_t^2), \quad (32)$$

Vzorec pro střední čtvercovou chybu

$$\frac{1}{N} \sum_{t=1}^N e_t^2 = \frac{1}{N} \sum_{t=1}^N (\hat{\sigma}_t^2 - \sigma_t^2)^2, \quad (33)$$

Střední absolutní chyba

$$\frac{1}{N} \sum_{t=1}^N |e_t| = \frac{1}{N} \sum_{t=1}^N |\hat{\sigma}_t^2 - \sigma_t^2|, \quad (34)$$

Střední absolutní procentní chyba

$$\frac{1}{N} \sum_{t=1}^N \frac{|e_t|}{\sigma_t^2} = \frac{1}{N} \sum_{t=1}^N \frac{|\hat{\sigma}_t^2 - \sigma_t^2|}{\sigma_t^2}, \quad (35)$$

Vyhodnocení prognózy volatility se obvykle provádí minimalizováním ztrátové funkce, jako je například střední kvadratická chyba (MSE – *Mean Squared Error*). MSE se používá k vyhodnocení výkonnosti volatility modelů. Takové prognózy hodnocení jsou problematické, protože se téměř výhradně používají kvadratické výnosy aktiv jako zástupné proměnné pro skryté procesy volatility.

Vybrat si správnou metodu, která bude poskytovat nejlepší prognózy, je velmi těžké a nemožné.

2.10 Statistický program R, jeho balíčky a funkce

R je nástroj vhodný pro provádění statistických výpočtů a tvorby grafů. Je velmi rozmanitý a volně dostupný na stránkách www.r-project.cz, do základního programu lze doinstalovat velké množství balíčků, které jsou volně ke stažení <http://cran.at.r-project.org>. R využívá statistické techniky, jako jsou lineární a nelineární modely, klasické testy, analýzy časových řad, klasifikace, atd.

Potřebné balíčky, které se musí přidat k základní instalaci pro modelování volatility, jsou: balíček tseries (slouží pro analýzu časových řad a výpočetní finance), balíček fGARCH (balíček ekonometrických funkcí pro modelování GARCH procesů), balíček rugarch (nacházíme v něm rodinu modelů GARCH), balíček FinTS (slouží pro souhrnné statistiky časových řad) a Metrics (slouží k hodnocení prognóz volatility pomocí MSE).

3 CÍL PRÁCE A METODIKA

Dosud jsme se zabývali pouze teoretickými znalostmi k modelování časových řad a druhy volatility. Nyní nabyté znalosti z předchozí kapitoly využijeme v praktické části k modelování volatility časových řad. Modelování volatility bude prováděno ve čtyřech časových řadách. První dvě časové řady jsou převzaty z Pražské burzy cenných papírů, a to jsou akcie firmy ČEZ a akcie banky Erste Group Bank. Další dvě časové řady jsou z Londýnského trhu se zlatem. Jedná se o trh zlata a trh stříbra. Získaná data jsou z pracovních dnů od 1. října 2008 do 29. ledna 2016 u českých akcií a u zlata a stříbra od 5. ledna 2005 do 29. února 2016.

V dalších dvou kapitolách bude popsán postup, podle kterého se budeme řídit při analýze časových řad a modelování volatility. V praktické části budou krátce představeny časové řady a začneme s analyzováním dat, čímž si ověříme vhodnost časové řady k modelování volatility. Modely pro odhad volatility budou ARCH(1), GARCH(1,1), EGARCH(1,1) a GJRARCH(1,1). Modely budou interpretovány s výsledky, které byly obdrženy pomocí programu R. Zhodnotíme výsledky z modelů pomocí Střední čtvercové chyby a provedeme predikci volatility pro pět budoucích období.

Cílem diplomové práce je předvést modelování volatility pomocí programovacího jazyka R a vyhodnotit získané výsledky.

3.1 Analýza před odhadem volatility

Před samotnými odhady volatility musí časová řada projít analýzou. Pomocí testů v Erku si ověříme časovou řadu na existenci podmíněné heteroskedasticity, stacionarity, normality a zda se v řadě nachází ARCH efekty a vykreslíme si potřebné grafy.

- 1) **Vykreslení dat** – pro lepší představu o průběhu časové řady je dobré si vykreslit graf znázorňující vývoj ceny akcií a z toho zjistit, zda je časová řada stacionární či naopak. Nestacionarita se dá odstranit diferenciací časové řady nebo i zlogaritmováním výnosů aktiv pomocí vzorce

$$r_t = \log\left(\frac{P_t}{P_{t-1}}\right). \quad (36)$$

Druhým grafem si znázorníme logaritmické výnosy akcií nebo komodit a z toho zjistíme shluky, které se v časové řadě objevují.

- 2) **Ověření stacionarity časové řady** – stacionarita se dá ověřit pomocí Augmented Dickey-Fuller testu, který je možné v Erku provést pomocí funkce `adf.test`. Nulová hypotéza značí, že časová řada není stacionární a alternativní hypotéza opak. Dále si vykreslíme graf autokorelační funkce (ACF) a parciální autokorelační funkce (PACF) časové řady.
- 3) **Testování korelace výnosů** – časovou řadu testujeme na vzájemnou závislost, zda hodnoty v řadě jsou na sobě závislé (zda dnešní cena akcie se odvíjí od předchozí ceny). Vzájemnou závislost řady zjistíme pomocí testu Autokorelace časových řad, v Erku lze test provést pomocí funkce `autocorTest`. Nulová hypotéza označuje nezávislost a alternativní vzájemnou závislost.
- 4) **Testování normality** – na testování využíváme Jarque-Beruv test, který testuje šikmost a špičatost časové řady. Nulová hypotéza označuje normální rozdělení a alternativní hypotéza nenormální rozdělení.
- 5) **ARCH test**– tímto testem testujeme heteroskedasticitu, ze které zjistíme, zda časová řada v sobě nese ARCH efekty (pokud nese časová řada ARCH efekty, je heteroskedastická). Nulová hypotéza vylučuje ARCH efekty, časová řada je tedy homoskedastická a alternativní hypotéza je potvrzuje, tudíž je heteroskedastická. Na testování ARCH testu je v Erku funkce `arch.lm`.

U všech testů si všímáme, kolik nám vyjde hladina významnosti, která je stanovena na 5% ($\alpha = 0,05$), a podle toho zamítáme nebo potvrzujeme nulovou hypotézu či alternativní.

3.2 Modelování volatility

Po analýze časové řady přijde řada na samotné modelování. Modelovat jde pomocí balíčků `tseries` a `rugarch`. `Tseries` se používá pro jednodušší modely, jako jsou ARCH a GARCH. Druhý balíček `rugarch` patří už pro složitější modely, jako jsou EGARCH, GJRARCH, IGARCH, u kterých se nejdříve specifikují požadavky pomocí funkce `ugarchspec` a poté se „nasadí“ na časovou řadu pomocí funkce `ugarchfit`. V práci je využito modelování volatility pomocí balíčku `rugarch`.

Postup při modelování volatility pomocí balíčku `rugarch`

- 1) **Funkce `ugarchspec`** – k funkci `ugarchspec` se přiřadí model. Vybrat si můžeme buď ze standardního modelu sGARCH, ve kterém se dá modelovat model ARCH nebo model GARCH, nebo z dalších jako jsou eGARCH, iGARCH nebo gjrGARCH.
- 2) **Funkce `ugarchfit`** - do funkce `ugarchfit` zařadím definovaný model z `ugarchspec` a přiřadím k němu data.
- 3) **Vykreslení grafů** – u každého modelu si vytvoříme dva grafy, Q-Q graf a histogram. Q-Q graf je vhodný pro testování normality. Odtud můžeme zjistit, zda časová řada má leptokurtické rozdělení a jak jsou široké ocasy v porovnání s normální časovou řadou.
- 4) **Predikce** – pro predikci použiji funkci `ugarchforecast` a budu předvídat 5 budoucích hodnot. Vyjde mi časová řada, kterou použiji do grafů pro předpověď volatility.

Ze získaných výpočtů si vytvoříme rovnice, které zanalyzuji. K hodnocení nejlepší predikce použiji Střední čtvercovou chybu.

Všechny výpočty jsou přiložené v textových souborech na CD pro každou časovou řadu.

4 PRAKTICKÁ ČÁST

Teoretické znalosti z literární rešerše budou aplikovány na časové řady. V části metodiky je rozebrán postup, kterého se budeme držet při testování časové řady a při modelování volatility. Výpočty a grafy budou vytvářeny pomocí programu R.

4.1 Modelování volatility u akcií ČEZ

ČEZ je česká společnost zabývající se produkcí elektrické energie. Hlavní aktivitou ČEZu je prodej elektřiny, která je generována ve vlastních zařízeních a k tomu jsou poskytovány související služby. K hlavnímu předmětu podnikání zahrnujeme ještě produkci, distribuci a prodej tepla.

Akcie ČEZ jsou obchodované od února roku 1999. Počet vydaných akcií k 8. 7. 2016 je 537 989 759 kusů akcií. Nominální hodnota akcie je 100 Kč a roční dividenda činí 40 Kč na jednu akcii.

Data jsou získána z portálu <http://www.penize.cz/burza-cennych-papiru-praha/6143-cez>, odkud jsou vybrány informace o uzavíracím kurzu v Kč v období 1. 10. 2005 až 29.1 2016, o svátcích a víkendech se neobchoduje a za toto období vzniklo 1 807 pozorování. Data o uzavíracích cenách akcií jsou uložena v souboru CEZ_close.csv. Pro výpočty se použijí logaritmické výnosy, které dostaneme podle vzorce (36). Data s logaritmickými výnosy jsou uložena v souboru CEZ_return.csv a obsahuje 1 806 hodnot.

4.1.1 Analýza před odhadem volatility akcií ČEZ

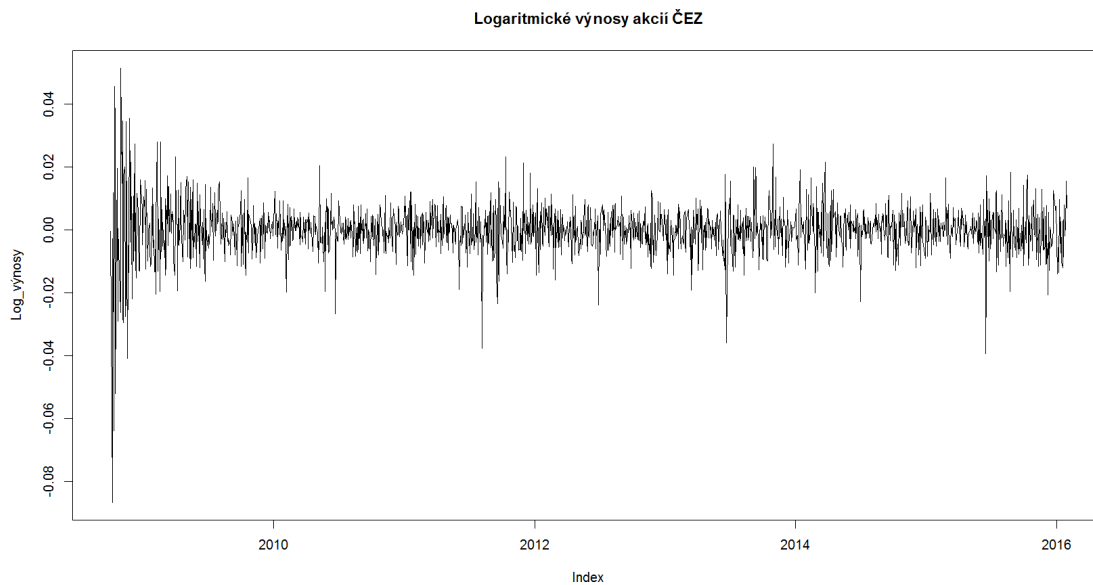
- 1) **Vykreslení dat** – v grafu (Graf 2) je vidět časová řada uzavíracích cen akcií od října roku 2008 do ledna roku 2016. V grafu se setkáváme s nestacionaritou časové řady. V grafu (Graf 3) jsou znázorněny logaritmické výnosy akcií ČEZ od října roku 2008 do ledna 2016. Na začátku sledovaného období se objevuje jeden velký shluk, který přechází do menších shluků a tyto nepatrné shluky přetrvávají po celé sledované období.

Graf 2: Časová řada uzavíracích cen akcií ČEZ od října 2008 do ledna 2016



Zdroj: vlastní zpracování

Graf 3: Logaritmické výnosy akcií ČEZ od října 2008 do ledna 2016



Zdroj: vlastní zpracování

- 2) **Ověření stacionarity časové řady** – použitím Augmented Dickey-Fuller testu, dat logaritmických výnosů a zpožděním 12, zjistíme, že časová řada je stacionární na hladině významnosti 5 %.

Tabulka 1: Augmented Dickey-Fuller test časové řady logaritmů výnosů akcií ČEZ

Test	Dickey-Fuller	lag	p-value
Augmented Dickey-Fuller test	-13,346	12	0,01

Zdroj: vlastní zpracování

- 3) **Testování korelace výnosů** - autokorelaci výnosů zjistíme funkcí autocorTest v Erku, ve které nám vyšla dosažená hladina významnosti minimální, a potvrdíme alternativní hypotézu, že časová řada je autokorelovaná.

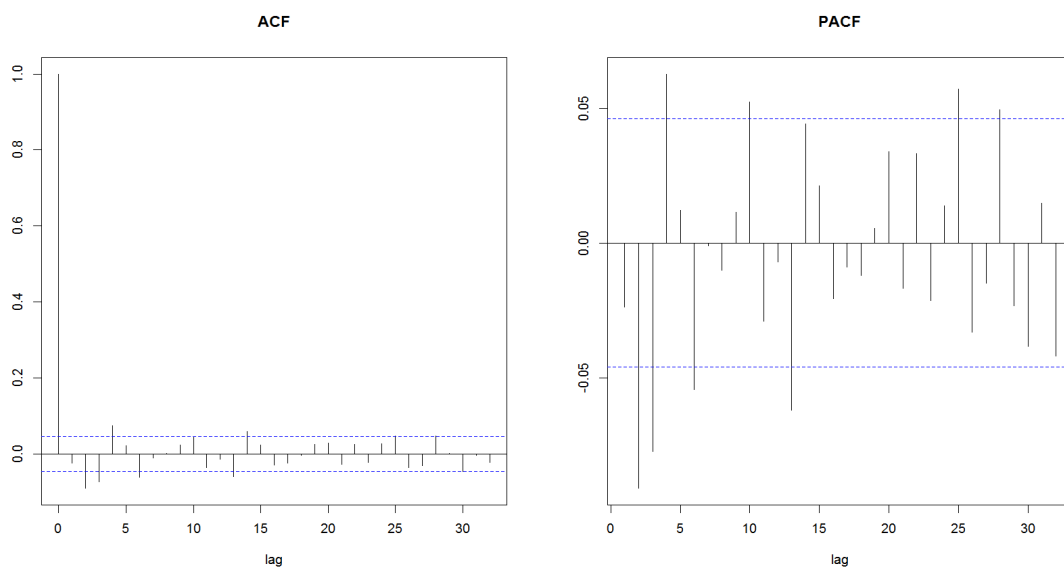
Tabulka 2: Test na autokorelaci časové řady logaritmů výnosů akcií ČEZ

Test	lag	X-squared	p-value
autocorTest	12	20394	2,2E-16

Zdroj: vlastní zpracování

V grafu (Graf 4) nalevo je vykreslena autokorelační funkce (ACF) a napravo parciální autokorelační funkce (PACF) logaritmů výnosů akcií ČEZ. Z grafů ACF a PACF vyčteme, že řada má v sobě plno statisticky významných hodnot, které přesahují konfidenční interval. Pokud si vykreslíme graf ACF logaritmických výnosů v absolutní hodnotě, zjistíme, že řada není lineární a znova nám to potvrzuje fakt, že časová řada je stacionární (Příloha 1).

Graf 4: ACF a PACF logaritmů výnosů akcií ČEZ



Zdroj: vlastní zpracování

Testování normality – použitím Jarque Bera testu jsme zjistili, že časová řada nemá normální rozdělení. Zamítáme nulovou hypotézu ve prospěch alternativní. Časová řada má nenormální rozdělení. V tabulce (Tabulka 4) sledujeme špičatost časové řady. Logaritmické výnosy akcií ČEZ mají větší špičatost než normální rozdělení.

Tabulka 3: Jarque Bera test časové řady logaritmů výnosů akcií ČEZ

Test	X-squared	df	p-value
Jarque Bera test	91,135	2	<2,2e-16

Zdroj: vlastní zpracování

Tabulka 4: Špičatost logaritmů výnosů akcií ČEZ

Data	Špičatost
Log. výnosy akcií ČEZ	14,8146

Zdroj: vlastní zpracování

4) **ARCH test** – řada v sobě nese ARCH efekty, tudíž je heteroskedastická.

Tabulka 5: ARCH test časové řady logaritmů výnosů akcií ČEZ

Test	Chi-squared	df	p-value
ARCH LM - test	550,97	12	2,20E-16

Zdroj: vlastní zpracování

Shrnutí: Na základě těchto analýz jsme zjistili, že časová řada logaritmických výnosů akcií ČEZ je stacionární a nemusí se upravovat pro další výpočty, dále je autokorelovaná, nemá normální rozdělení a je podmíněně heteroskedastická.

4.1.2 Výpočet volatility a výsledky u akcií ČEZ

Použitím postupu modelování volatility z metodiky jsme přišli k těmto výsledkům. V tabulce (Tabulka 6) najdeme použité modely a u každého modelu jsou parametry. U každého parametru jsou dvě hodnoty, horní hodnota je odhadnutá volatility a spodní je směrodatná odchylka. Hvězdička u hodnot znázorňuje, že výpočet je statisticky významný pro 5 % hladinu významnosti.

Tabulka 6: Odhad modelů volatility logaritmů výnosů akcií ČEZ

Model	μ	α_0	α_1	β_1	γ
ARCH(1)	-0,023028 0,000009*	0,000001 0*	0,998623 0,0004*		
GARCH(1,1)	-0,00017 0,000149	0,000002 0,000001*	0,055146 0,007596*	0,90678 0,008476*	
EGARCH(1,1)	-0,000221 0,000147	-0,288373 0,000388*	-0,04923 0,001628*	0,970716 0,124946*	0,124946 0,012426*
GJRGARCH(1,1)	-0,000205 0,000151	0,000002 0,000001*	0,045598 0,000398*	0,906884 0,008764*	0,017451 0,015734

Zdroj: vlastní zpracování

Model ARCH(1)

Z hodnot, které vyšly v tabulce (Tabulka 6), sestavíme rovnici podmíněného rozptylu podle vzoru rovnice (14):

$$\sigma_t^2 = 0,000001 + 0,998623e_{t-1}^2, \quad (37)$$

v modelu je α_0 příliš nízká a hodnota podmíněné volatility závisí na $0,998623e_{t-1}^2$, vlivu předchozího šoku, který je velký.

V příloze najdeme dva grafy (Příloha 2). Levý graf znázorňuje rozdělení standardizovaných reziduí⁴ modelu ARCH(1) a Q-Q graf standardizovaných reziduí ARCH(1). Zjistíme, že časová řada standardizovaných reziduí je velmi špičatá a s „tlustými ocasy“ v porovnání s normálním rozdělením.

Model GARCH(1,1)

Stejně jako u předchozího modelu a pomocí rovnice (17) si vytvoříme rovnici podmíněného rozptylu a vyjde nám:

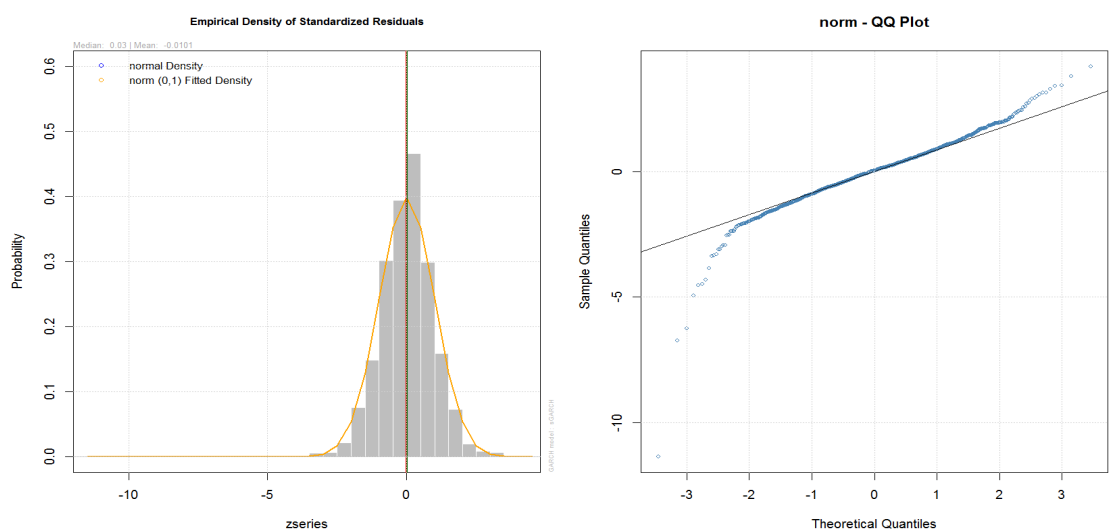
$$\sigma_t^2 = 0,000002 + 0,055146e_{t-1}^2 + 0,90678\sigma_{t-1}^2, \quad (38)$$

⁴ Standardizovaná rezidua jsou rezidua (zbytky) dělená směrodatnou odchylkou $\varepsilon_t = e_t/\sigma_t$.

parametru μ_t vyšel statisticky nevýznamný. Hodnota parametru β_1 je vysoká (0,90678), můžeme uvažovat, že šoky z minulých let se ztrácí velmi pomalu, přetrvávají a tento stav vede ke shlukování volatility. Model splňuje podmínku slabé stacionarity, součet $\alpha_1 + \beta_1 < 1$, $(0,055 + 0,906) < 1$.

Z grafu (Graf 5) vidíme rozdělení standardizovaných reziduí modelu GARCH(1,1) a Q-Q graf GARCH(1,1). GARCH(1,1) má vyšší špičatost než najdeme u normálního rozdělení a obsahuje extrémní hodnoty, což se projeví „tlustšími ocasy“. Podle Q-Q grafu standardizovaná rezidua nemají normální rozdělení.

Graf 5: Rozdělení standardizovaných reziduí modelu GARCH(1,1) a Q-Q graf standardizovaných reziduí GARCH(1,1) u akcií ČEZ



Zdroj: vlastní zpracování

Model EGARCH(1,1)

Rovnice modelu EGARCH(1,1) vypadá pro logaritmické výnosy akcií ČEZ pomocí rovnice (21) takto:

$$\ln(\sigma_t^2) = -0,2884 + (-0,0492\varepsilon_{t-1} + 0,1249(|\varepsilon_{t-1}| - E|\varepsilon_{t-1}|)) + 0,9707 * \ln(\sigma_{t-j}^2) \quad (39)$$

U modelu EGARCH(1,1) byly hodnoty statisticky významné, až na střední hodnotu μ . V modelu je zaveden pákový efekt, hodnota γ je kladná, to znamená, že záporný šok způsobuje menší volatilitu než kladný. Graf rozdělení standardizovaných

reziduí a Q-Q graf najdeme v příloze (Příloha 3). Časová řada má vyšší špičatost, než je u normálního rozdělení.

Model GJRGARCH(1,1)

Poslední testovaný model je GJRGARCH(1,1), který má rovnici zde:

$$\sigma_t^2 = 0,000001 + 0,0456e_{t-1}^2 + 0,9069\sigma_{t-1}^2, \quad (40)$$

rovnice je sestavena podle (22). Model GJRGARCH(1,1) má střední hodnotu a pákový efekt statisticky nevýznamný. GJRGARCH(1,1) nesplňuje podmínku, že $\gamma > 0$. Graf rozdělení standardizovaných reziduí a Q-Q graf najdeme v příloze (Příloha 4). Stejně jako u ostatních modelů má časová řada vyšší špičatost.

Shrnutí: Srovnáme-li hodnoty v tabulkách, dojdeme k závěru, že α_0 je neobvykle vysoká u modelu EGARCH(1,1). Oproti tomu α_1 je zase velmi vysoká u ARCH(1), u ostatních modelů se pohybuje okolo 0,05. Pákový efekt se projevil pouze u modelu EGARCH(1,1) a ještě obráceně, než je zvykem u akcií. U akcií by měly vlivy negativních šoků více ovlivňovat volatilitu než vlivy pozitivních šoků. Parametr β_1 se u modelů mění minimálně.

4.1.3 Hodnocení modelů a předpověď u akcií ČEZ

K hodnocení predikce je použita Střední čtvercová chyba (MSE). Hodnoty, které vyšly v predikci, jsou porovnány se skutečnými logaritmickými výnosy z období od 1. 2. 2016 – 5. 2. 2016. Výsledky se nachází v tabulce (Tabulka 7).

Tabulka 7: Hodnocení modelů pomocí MSE u logaritmů výnosů akcií ČEZ

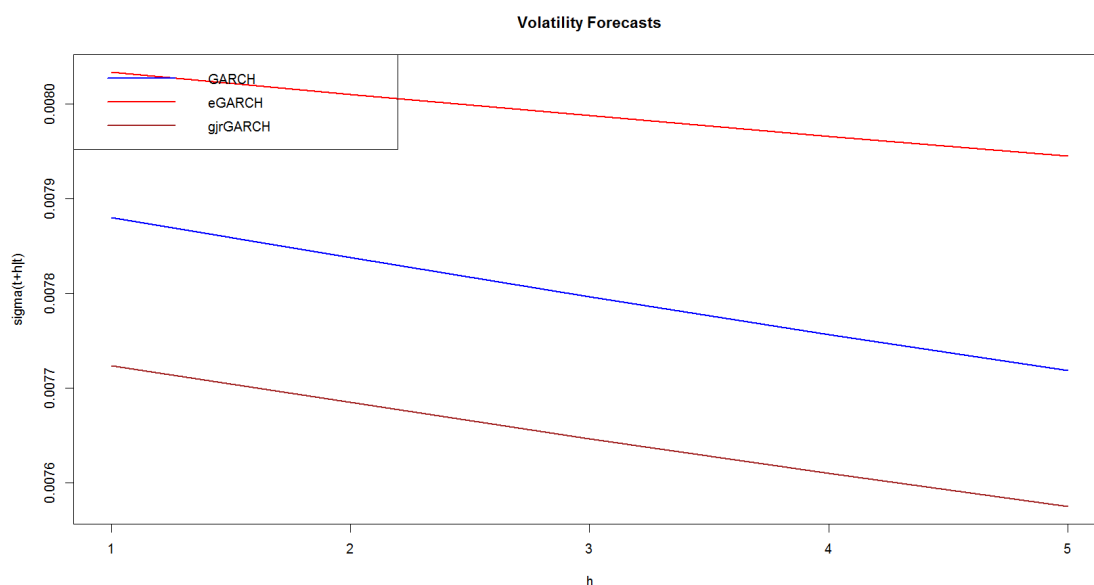
Model	MSE	Pořadí
ARCH(1)	0,001222	4
GARCH(1,1)	0,000244	2
EGARCH(1,1)	0,000248	3
GJRGARCH(1,1)	0,000241	1

Zdroj: vlastní zpracování

Nejnižší chybovost má model GJRGARCH(1,1), ve kterém byl pákový efekt statisticky nevýznamný, nejhůře dopadl model ARCH(1), který má skoro 5krát větší chybovost v předpovědi než jeho konkurenční modely.

V grafu (Graf 6) předpovědi volatility jsou použity pouze tři modely, model ARCH(1) pro svou velkou chybovost je vynechán. Předpověď je modelována pro pět období vpřed. Jak můžeme vidět, všechny modely klesají.

Graf 6: Předpověď volatility akcií ČEZ (predikce pro 5 hodnot)



Zdroj: vlastní zpracování

4.2 Modelování volatility u akcií Erste Group Bank

Erste Group Bank je rakouská společnost nabízející celou řadu bankovních a finančních služeb, např. spoření, investiční fondy, služby na kapitálových a finančních trzích atd. V dnešní době se cena za akcii pohybuje kolem 650 Kč. Dividenda za akcii ke konci roku 2015 byla 0,5 Eur. Informace jsou vzaty z internetového portálu www.patria.cz.

Z webového portálu, <http://www.penize.cz/burza-cennych-papiru-praha/6122-erste-bank>, jsou vybrány informace o uzavíracích cenách akcií. Z nich byly vypočteny logaritmické výnosy podle vzorce (36). Podle vzniklých výnosů se bude analyzovat

časová řada a vypočítat volatilita. Data jsou uložena v souborech ErsteBank_close.csv (datum a uzavírací cena akcií) a ErsteBank_return.csv (datum a logaritmický výnos akcií). V uložených souborech jsou data od 1. října 2008 do 29. ledna 2016, tím nám vzniklo 1 807 pozorování (pro logaritmickou výnosnost je 1 806 pozorování).

4.2.1 Analýza před odhadem volatility akcií Erste Group Bank

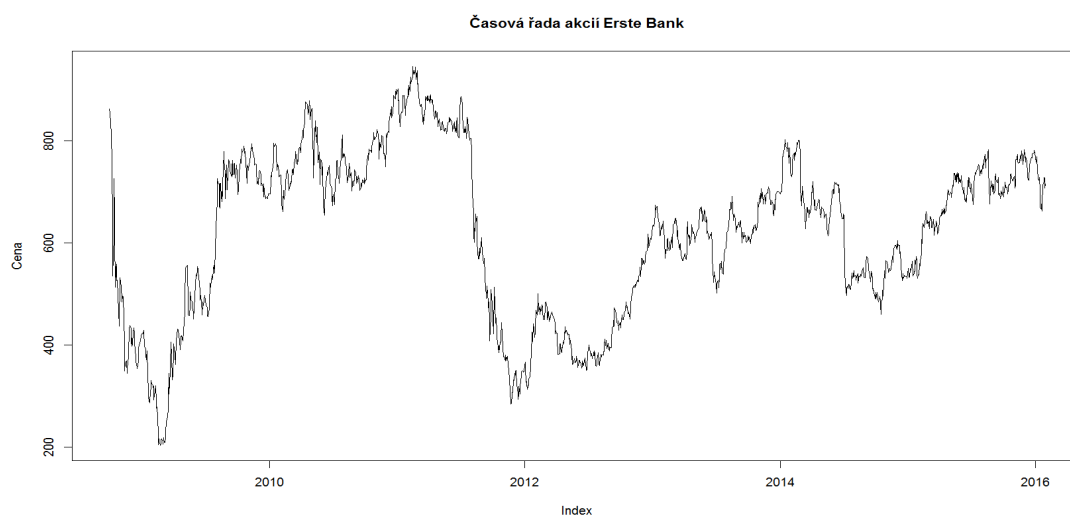
- 1) **Vykreslení dat** – v grafu (Graf 7) vidíme průběh cen akcií Erste Bank od října roku 2008 do ledna roku 2016. Řada je nestacionární a má v sobě dva velké skoky, a to ke konci roku 2008, kdy byla velká celosvětová finanční krize a burzy po celém světě zaznamenaly propad a poté před rokem 2012. Graf (Graf 8) znázorňuje logaritmické výnosy akcií, vypočtené podle vzorce (36). Na časové řadě sledujeme dva velké shluky, a to v letech 2008 a 2012. Časová řada logaritmických výnosů akcií je stacionární.
- 2) **Ověření stacionarity časové řady** – pomocí Augmented Dickey-Fuller testu jsme zjistili, že řada logaritmických výnosů akcií Erste Bank se zpožděním 12 se jeví jako stacionární s dosaženou hladinou významnosti 0,01. Zamítáme nulovou hypotézu ve prospěch alternativní.

Tabulka 8: Augmented Dickey-Fuller test časové řady logaritmů výnosů akcií Erste Bank

Test	Dickey-Fuller	lag	p-value
Augmented Dickey-Fuller test	-11,52	12	0,01

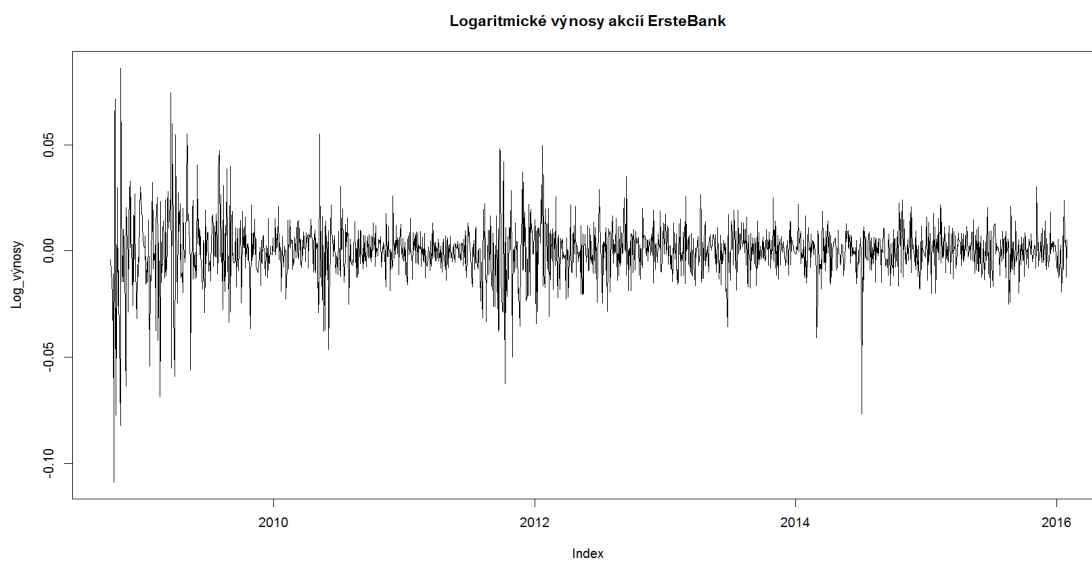
Zdroj: vlastní zpracování

Graf 7: Časová řada uzavíracích cen akcií Erste Bank od října roku 2008 do ledna 2016



Zdroj: vlastní zpracování

Graf 8: Logaritmické výnosy akcií Erste Bank od října roku 2008 do ledna 2016



Zdroj: vlastní zpracování

- 3) **Testování korelace výnosů** – test na autokorelaci logaritmických výnosů nám ukázal, že řada je autokorelovaná s dosaženou hladinou významnosti $2,16 \cdot 10^{-06}$. Řada logaritmických výnosů je vzájemně závislá.

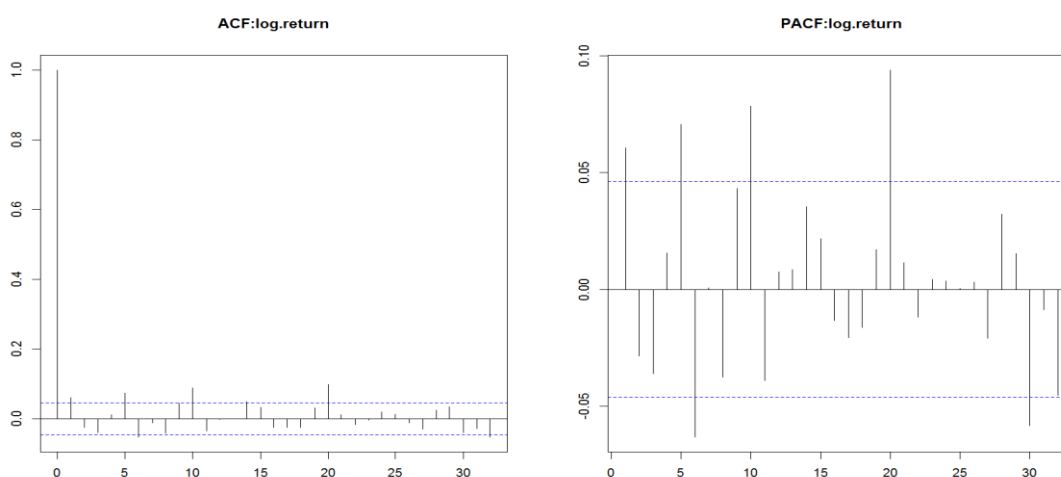
Tabulka 9: Test na autokorelaci časové řady logaritmů výnosů akcií ErsteBank

Test	lag	X-squared	p-value
AutocorTest	12	48,926	2,16E-06

Zdroj: vlastní zpracování

Na levé straně grafu (Graf 9) je vykreslena ACF logaritmických výnosů akcií Erste Bank a na pravé straně grafu (Graf 9) je vykreslená PACF logaritmických výnosů akcií Erste Bank. K vidění jsou nestejnoměrné odchylky od střední hodnoty a hodnoty statisticky významné (přesahující konfidenční interval). V příloze (Příloha 5) se nachází graf ACF absolutních logaritmických výnosů, ve kterém vidíme, že řada není lineární.

Graf 9: ACF a PACF řada logaritmických výnosů akcií Erste Bank



Zdroj: vlastní zpracování

- 4) **Testování normality** – Jarque Bera test nám ukázal, že řada nemá normální rozdělení. Zamítáme nulovou hypotézu ve prospěch alternativní. V tabulce (Tabulka 11) pozorujeme špičatost časové řady. Logaritmické výnosy akcií Erste Bank mají větší špičatost, než je u normálního rozdělení, ale ne až tak vysokou, jako tomu bylo u akcií ČEZ.

Tabulka 10: Jarque Bera test časové řady logaritmů výnosů akcií Erste Bank

Test	X-squared	df	p-value
Jarque Bera test	6306,4	2	2,20E-16

Zdroj: vlastní zpracování

Tabulka 11: Špičatost logaritmů výnosů akcií Erste Bank

Data	Špičatost
Log. výnosy akcií ErsteBank	9,0833

Zdroj: vlastní zpracování

- 5) **ARCH test** – v časové řadě logaritmických výnosů jsou ARCH efekty. Časová řada je heteroskedastická.

Tabulka 12: ARCH test časové řady logaritmů výnosů akcií Erste Bank

Test	Chi-squared	df	p-value
ARCH LM - test	406,4	12	2,20E-16

Zdroj: vlastní zpracování

Shrnutí: Použitím těchto testů jsme si ověřili, že časová řada logaritmických výnosů akcií Erste Bank je stacionární, autokorelovaná, heteroskedastická a má nenormální rozdělení. Můžeme ji používat pro modelování volatility.

4.2.2 Výpočet volatility a výsledky akcií Erste Bank

K modelování volatility jsou použity tyto modely: ARCH(1), GARCH(1,1), EGARCH(1,1) a GJRARCH(1,1). Postupem popsaným v metodice jsme přišli k těmto hodnotám:

Tabulka 13: Odhad modelů volatility logaritmů výnosů akcií Erste Bank

Model	μ	α_0	α_1	β_1	γ
ARCH(1)	0,000176 0,000257	0,0001 0,000005*	0,484318 0,054582*		
GARCH(1,1)	0,000382 0,000221	0,000005 0,000001*	0,112021 0,009227*	0,856223 0,011340*	
EGARCH(1,1)	0,000253 0,000171	-0,061428 0,0112243*	-0,200929 0,034200*	0,976631 0,004066*	0,186211 0,036033*
GJRARCH(1,1)	0,000190 0,000120	0,000004 0,000006	0,064885 0,009505*	0,869996 0,015946*	0,076523 0,015299*

Zdroj: vlastní zpracování

Stejně jako u akcií ČEZ, horní hodnota u parametrů znamená odhadnutá volatility, spodní hodnota obsahuje směrodatnou odchylku. Hvězdičky u hodnot znázorňují, že výpočet je statisticky významný pro 5 % hladinu významnosti.

Hodnoty, které nám vyšly, jsou významné, až na α_0 u GJRARCH(1,1) a μ u všech modelů. S těmito hodnotami v rovnici nepočítáme.

Model ARCH(1)

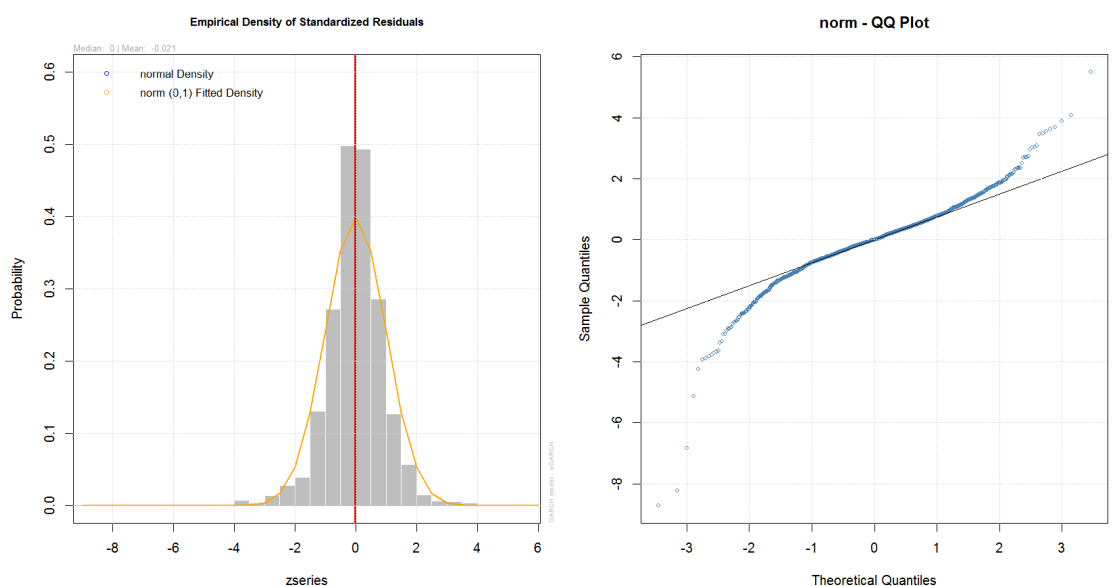
Sestavíme si rovnici podle vzoru (12) a hodnoty vezmeme z tabulky (Tabulka 13):

$$\sigma_t^2 = 0,0001 + 0,484318e_{t-1}^2, \quad (41)$$

v modelu je α_0 příliš nízká a druhá část rovnice nám určuje, jak se bude vyvíjet volatilita v závislosti na předchozím šoku. V porovnání s akciemi ČEZ u modelu ARCH(1) vliv předchozího šoku je poloviční u akcií Erste Bank.

V grafu (Graf 10) je zobrazeno rozdělení standardizovaných reziduí modelu ARCH(1) a Q-Q graf standardizovaných reziduí model ARCH(1) u akcií Erste Bank. V grafu je vidět větší špičatost a existence extrémních hodnot.

Graf 10: Rozdělení standardizovaných reziduí modelu ARCH(1) a Q-Q graf standardizovaných reziduí ARCH(1) u akcií Erste Bank



Zdroj: vlastní zpracování

Model GARCH(1,1)

Podle vzorce (17) si sestavíme rovnici GARCH(1,1):

$$\sigma_t^2 = 0,000005 + 0,112021e_{t-1}^2 + 0,856223\sigma_{t-1}^2, \quad (42)$$

současná volatilita má v sobě vysokou závislost na volatilitě předchozí. Vliv předchozího šoku na volatilitu je minimální. Hodnota α_0 je velmi nízká a závislost volatility na předchozím šoku je 0,112021. Největší vliv na podmíněný rozptyl má minulé volatilita.

Model EGARCH(1,1)

Z rovnice (21) a z parametrů v tabulce (Tabulka 13) nám vyjde rovnice volatility:

$$\ln(\sigma_t^2) = -0,061428 + [-0,200929\varepsilon_{t-1} + 0,186211(|\varepsilon_{t-1}| - E|\varepsilon_{t-1}|)] + 0,976631\ln(\sigma_{t-1}^2), \quad (43)$$

stejně jako u modelu GARCH(1,1) vyčteme, že největší vliv na „dnešní“ volatilitu má „včerejší“ volatilita. V rovnici se objevuje pákový efekt, který je ale kladný. Kladná náhodná složka (bílý šum) vyvolá větší volatilitu, než záporná náhodná složka. Stejně jako u akcií ČEZ i u Erste Bank kladný pákový efekt není zvykem, často u akcií se zobrazuje záporný pákový efekt.

Model GJRGARCH(1,1)

Podle rovnice (22) jsme si vytvořili rovnici volatility pro logaritmicovou výnosnost akcií ČEZ:

$$\sigma_t^2 = (0,064885 + 0,076523N_{t-1})e_{t-1}^2 + 0,869996\sigma_{t-1}^2, \quad (44)$$

N_{t-1} máme 0 nebo 1, záleží zda e_{t-1} je větší nebo rovno nule, v rovnici (23) je k vidění specifikace k N_{t-1} . Vliv pákového efektu je v této rovnici menší než u EGARCH(1,1). Opět největší vliv na volatilitu má volatilita předchozí.

Shrnutí: U akcií Erste Bank jsme z rovnic zjistili, že největší vliv na volatilitu má předchozí volatilita, pohybuje se od 0,856 do 0,977 a je u všech modelů, ve kterých se s ní pracuje podobná. Vliv předchozího šoku na volatilitu není tak výrazný v porovnání se závislostí na předchozí volatilitu. α_0 nám u všech modelů vyšla malá a u modelu

GJRGARCH i jako statisticky nevýznamná. Časové řada standardizovaných reziduí nám vyšly u všech modelů špičatější, srovnáme-li s normálním rozdělením a podle grafů Q-Q, jsou v časových řadách vidět extrémní hodnoty a dále řada nemá normální rozdělení. Grafy jsou k nahlédnutí v příloze (Příloha 6, Příloha 7 a Příloha 8).

4.2.3 Hodnocení modelů a předpověď u akcií Erste Bank

Střední čtvercovou chybou jsme zjistili, že nejlepší předpověď pro volatilitu je z rovnice GJRGARCH(1,1), nejhůře dopadl model ARCH(1).

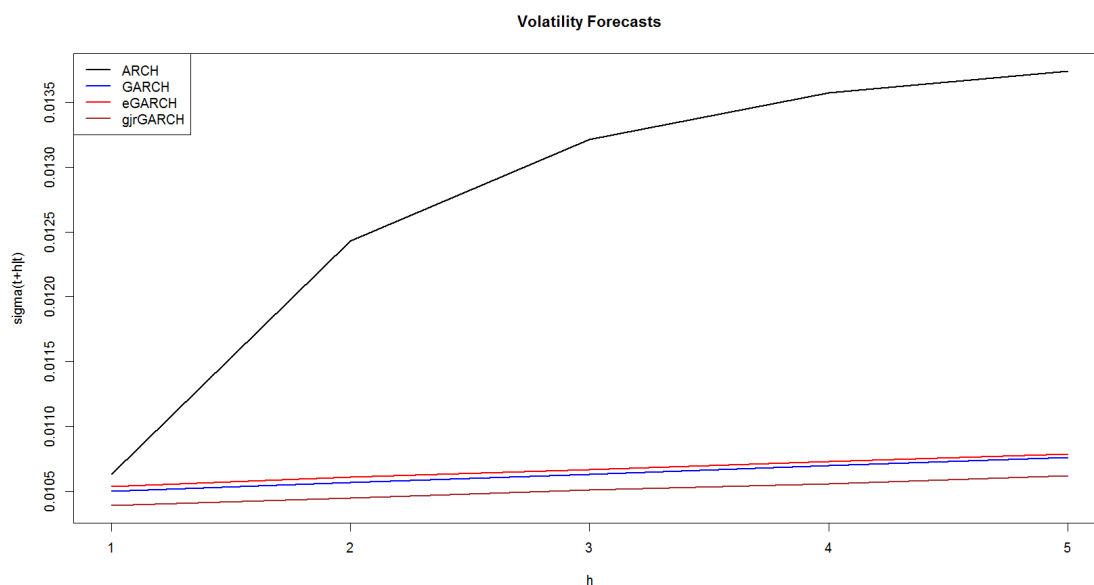
Tabulka 14: Hodnocení modelů pomocí MSE u logaritmů výnosů akcií Erste Bank

Model	MSE	Pořadí
ARCH(1)	0,000371	4
GARCH(1,1)	0,000313	2
EGARCH(1,1)	0,000314	3
GJRGARCH(1,1)	0,000310	1

Zdroj: vlastní zpracování

Pro pět období vpřed je vytvořen graf (Graf 11) s předpověďmi. Předpovědi pro těchto pět období jsou rostoucí, největší růst zaznamenává model ARCH(1).

Graf 11: Předpověď volatility akcií Erste Bank (predikce pro 5 hodnot)



Zdroj: vlastní zpracování

4.3 Modelování volatility u zlata

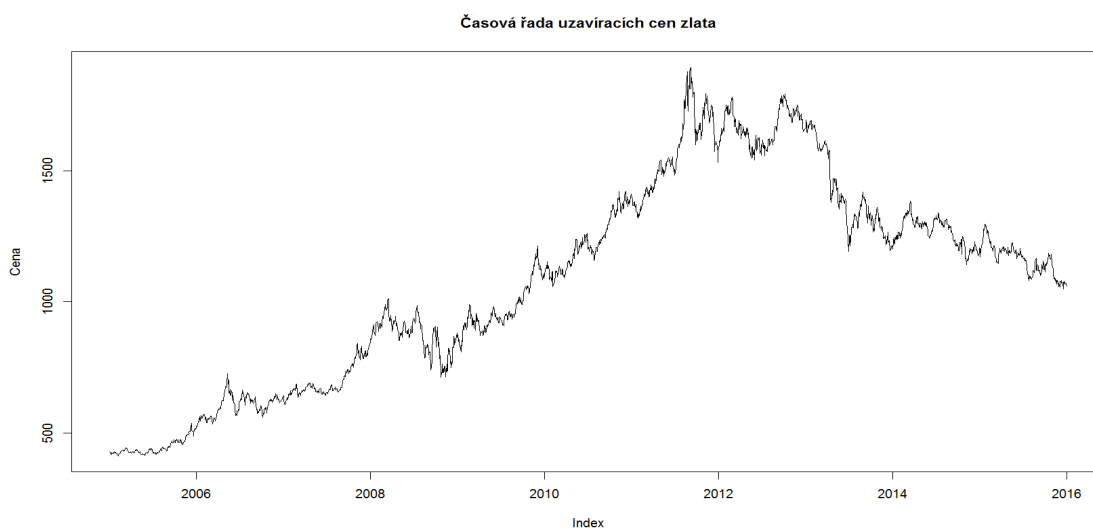
Ve formě tzv. fixu se zlatem se obchoduje na Londýnské burze (*The London Bullion Market Association*). Tento trh je znám jako nejvýznamnější trh s fyzickým zlatem. Cena se stanovuje ve třech měnách: v amerických dolarech, eurech a britských librách za 1 trojskou unci a platí při odběru minimálně 1 000 trojských uncí. Ceny na Londýnské burze jsou akceptovány pro většinu obchodů na celém světě.

Pro účely modelování volatility jsme získali data z webového portálu (<http://www.lbma.org.uk/pricing-and-statistics>) od roku 2005 do roku 2015. Jedná se o 2 778 pozorování. V souboru Gold_close.csv se objevuje datum a uzavírací cena akcií v USD. V souboru Gold_return.csv se objevuje datum a logaritmické výnosy vypočtené podle rovnice (36).

4.3.1 Analýza před odhadem volatility u zlata

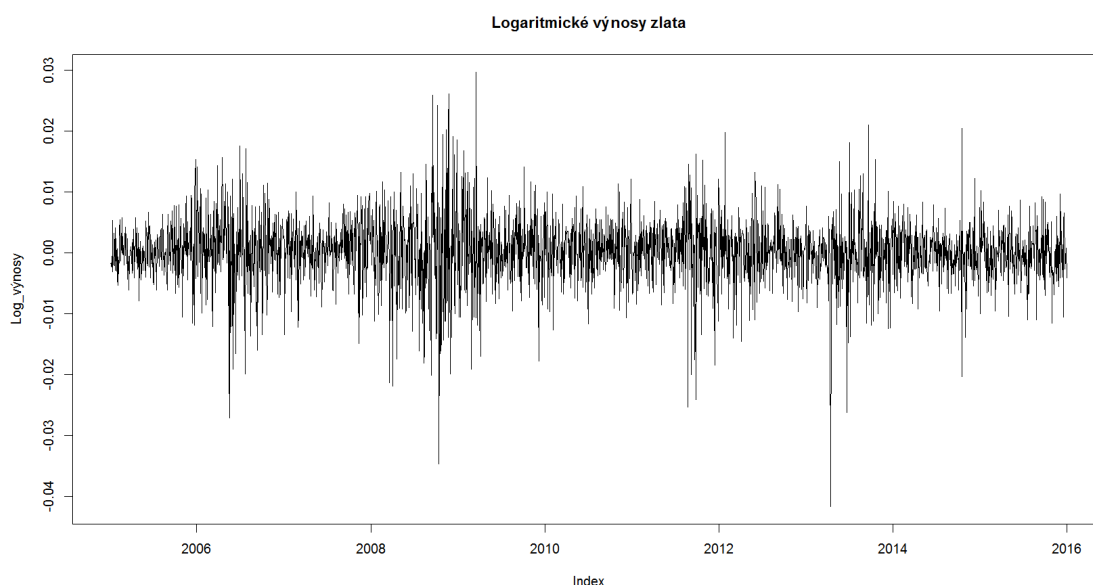
- 1) **Vykreslení dat** - na grafu (Graf 12) je vidět vývoj cen zlata z Londýnské burzy. Nejvyšší cena, která se objevila za těchto deset let, je ze začátku září roku 2011 a dosáhla hodnoty 1 895 USD za trojskou unci. V grafu (Graf 13) jsou vykresleny logaritmické výnosy zlata, vidíme velké shluky v obdobích 2006, 2009, 2012 nebo po roce 2013. V časové řadě logaritmických výnosů u zlata vidíme častější a výraznější shluky než u akcií ČEZ a Erste Bank. Časová řada logaritmických výnosů zlata je stacionární.

Graf 12: Časová řada uzavíracích cen u zlata 2005 - 2015



Zdroj: vlastní zpracování

Graf 13: Logaritmické výnosy zlata 2005 - 2015



Zdroj: vlastní zpracování

- 2) **Ověření stacionarity časové řady** – Augmented Dickey-Fuller test zjistil, že časová řada logaritmických výnosů je stacionární s dosaženou hladinou významnosti 0,01. Zpoždění u této časové řady bylo použito 14. Vyvrácíme nulovou hypotézu ve prospěch alternativní.

Tabulka 15: Augmented Dickey-Fuller test časové řady logaritmů výnosů zlata

Test	Dickey-Fuller	lag	p-value
Augmented Dickey-Fuller test	-14,403	14	0,01

Zdroj: vlastní zpracování

- 3) **Testování korelace výnosů** – použitím testu na závislost časové řady, vyšlo najevo, že časová řada je nezávislá s dosaženou hladinou významnosti 0,17. Test na autokorelaci výnosů jsme použili ještě jednou, tentokrát na čtverce výnosů a vyšlo nám, že řada logaritmický výnosů na druhou je autokorelovaná. Výsledky jsou v tabulce (Tabulka 17).

Tabulka 16: Test na autokorelaci logaritmů výnosů zlata

Řada	Špičatost	Řada	Špičatost
AutocorTest	14	18,867	1,70E-01

Zdroj: vlastní zpracování

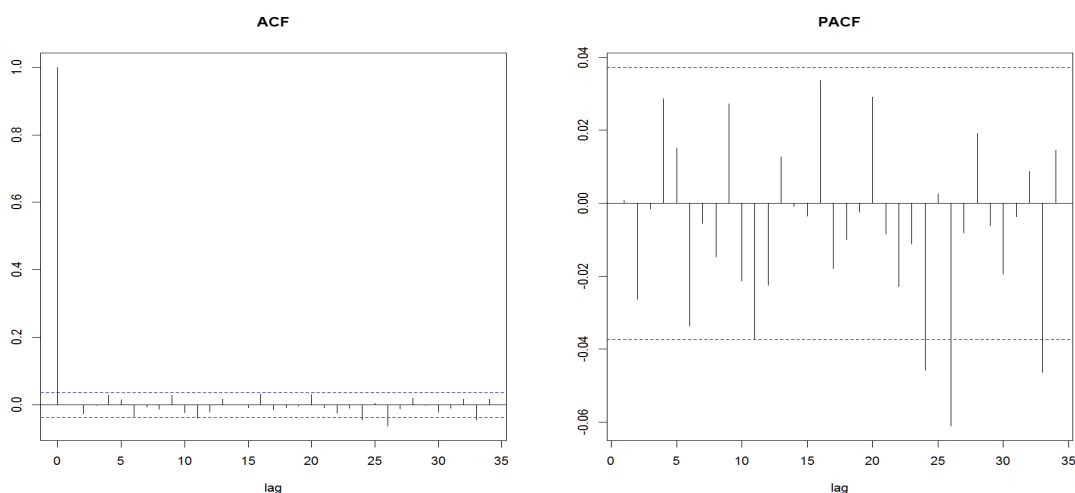
Tabulka 17: Test na autokorelaci časové řady čtverců logaritmů výnosů zlata

Test	lag	X-squared	p-value
AutocorTest	14	409,15	2,20E-16

Zdroj: vlastní zpracování

V grafu (Graf 14) jsou vykresleny dva grafy. Vlevo ACF a vpravo PACF logaritmů výnosů zlata. V grafu ACF i PACF vidíme, že řada obsahuje pouze 3 statisticky významné hodnoty přesahující konfidenční interval. V příloze (Příloha 9) se objevuje graf ACF absolutních logaritmických výnosů, který nám potvrzuje, že řada je stacionární, graf není lineární.

Graf 14: ACF a PACF řada logaritmických výnosů zlata



Zdroj: vlastní zpracování

- 4) **Testování normality** – Jarque Bera test ukázal, že řadu nelze považovat za veličinu s normálním rozdělením s minimální dosaženou hladinou významnosti, zamítáme nulovou hypotézu ve prospěch alternativní. V tabulce (Tabulka 19) pozorujeme špičatost časové řady, špičatost je větší než 3, časová řada je špičatější než je u normálního rozdělení.

Tabulka 18: Jarque Bera test časové řady logaritmů výnosů zlata

Test	X-squared	df	p-value
Jarque Bera test	2545,6	2	2,20E-16

Zdroj: vlastní zpracování

Tabulka 19: Přehled špičatosti logaritmů výnosů zlata

Řada	Špičatost
Log. výnosy zlata	4,6250

Zdroj: vlastní zpracování

- 5) **ARCH test** – použitím funkce v Erku `arch.lm` jsme zjistili, že časová řada je heteroskedastická.

Tabulka 20: ARCH test časové řady logaritmů výnosů zlata

Test	Chi-squared	df	p-value
ARCH LM - test	185,64	12	2,20E-16

Zdroj: vlastní zpracování

Shrnutí: Analyzováním časové řady logaritmických výnosů zlata jsme zjistili, že časová řada je stacionární, nemá normální rozdělení, obsahuje ARCH efekty, ale není autokorelovaná, není vzájemně závislá pro časovou řadu logaritmů výnosů. Použitím čtverečních logaritmů výnosů jsme tvrzení o nezávislosti vyvrátili.

4.3.2 Výpočet volatility a výsledky u zlata

K modelování volatility u zlata jsou použity modely: ARCH(1), GARCH(1,1), EGARCH(1,1) a GJRARCH(1,1). Pomocí výpočtů v Erku a podle metodiky jsme došli k těmto hodnotám a následně k rovnicím:

Tabulka 21: Odhad modelů volatility logaritmů výnosů zlata

Model	μ	α_0	α_1	β_1	γ
ARCH(1)	0,014156 0,000003*	0 0	0,998978 0,010860*		
GARCH(1,1)	0,000135 0,000087	0 0,000001	0,053690 0,021268*	0,933991 0,021168*	
EGARCH(1,1)	0,000156 0,000091	-0,161138 0,005134*	-0,010077 0,008295	0,983956 0,000414*	0,135190 0,008795*
GJRARCH(1,1)	0,000143 0,000096	0 0,000084	0,052071 1,934604	0,935615 1,926104	0,000016 0,023227

Zdroj: vlastní zpracování

Jako u předchozích modelů jsou hvězdičkou označeny statisticky významné hodnoty a se statisticky nevýznamnými hodnotami se v rovnicích podmíněné volatility nebude počítat. Horní hodnota u každého parametru označuje vypočtenou volatilitu a spodní hodnota směrodatnou odchylku.

Střední hodnota μ vyšla až na ARCH(1) jako statisticky nevýznamná. α_0 nám vyšla statisticky nevýznamná ve všech modelech kromě EGARCH(1,1) a celý model GJRGARCH(1,1) nám vyšel statisticky nevýznamný.

Model ARCH(1)

Podle rovnice (12) a hodnot z tabulky (Tabulka 21) tvar rovnice podmíněné volatility pro model ARCH(1) vypadá takto:

$$\sigma_t^2 = 0,998978e_{t-1}^2, \quad (45)$$

rovnice (45) nesplňuje podmínku, $\alpha_0 > 0$, a s modelem ARCH(1) pro modelování volatility zlata nelze dále pracovat.

Model GARCH(1,1)

Z rovnice (17) a tabulky (Tabulka 21) rovnice podmíněné volatility vypadá takto:

$$\sigma_t^2 = 0,053690e_{t-1}^2 + 0,933991\sigma_{t-1}^2, \quad (46)$$

stejně jako u modelu ARCH(1), GARCH(1,1) nesplňuje podmínku, kdy $\alpha_0 > 0$.

Model EGARCH(1,1)

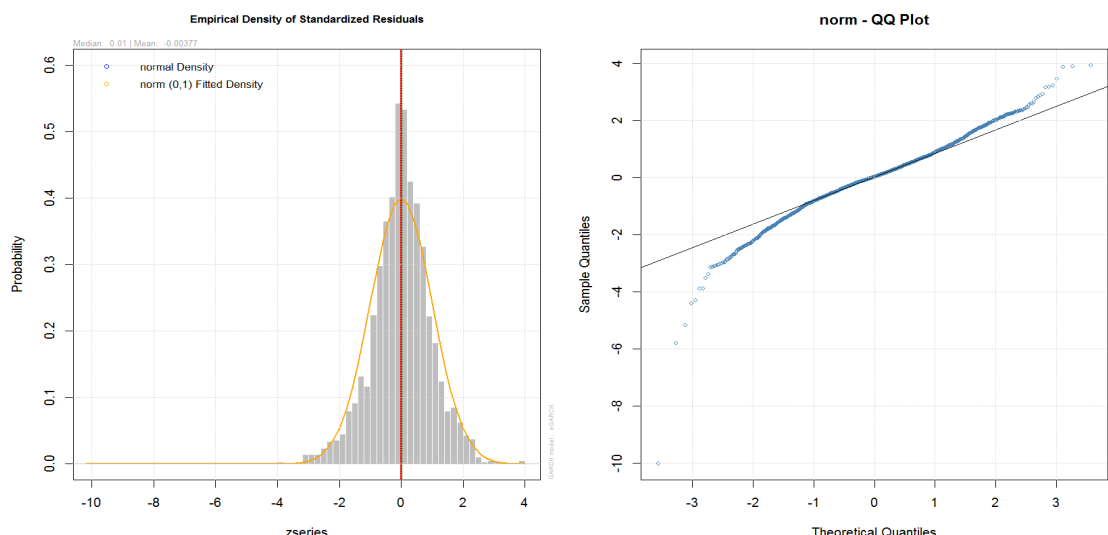
Z rovnice (21) a hodnot v tabulce (Tabulka 21) je vytvořena rovnice pro model EGARCH(1,1):

$$\ln(\sigma_t^2) = -0,161 + [0,135(|\varepsilon_{t-1}| - E|\varepsilon_{t-1}|)] + 0,984\ln(\sigma_{t-1}^2). \quad (47)$$

V rovnici nejsou žádná omezení a je to jediná rovnice z modelování volatility zlata, která šla vytvořit. Vliv na volatilitu má předchozí volatilita a pákový efekt.

Pákový efekt vyšel kladně. Negativní šok má menší vliv na volatilitu než pozitivní šok. V grafu je (Graf 15) je zobrazena špičatost reziduí a Q-Q graf reziduí.

Graf 15: Rozdělení standardizovaných reziduí modelu EGARCH(1,1) a Q-Q graf standardizovaných reziduí EGARCH(1,1) u zlata



Zdroj: vlastní zpracování

Model GJRGARCH(1,1)

Všechny hodnoty v tabulce (Tabulka 21) pro model GJRGARCH(1,1) nám vyšly statisticky nevýznamné. Rovnice pro tento model nelze vytvořit.

Shrnutí: U časové řady logaritmických výnosů zlata vyšly hodnoty u většiny parametrů jako statisticky nevýznamné, kromě parametrů v modelu EGARCH(1,1). Pro lepší výsledky by šly použít modely s vyššími parametry (p , q), jiné modely z rodiny GARCH nebo při definování funkce `ugarchspec` místo použitého modelu `armaOrder=c(0,0)`, použít `armaOrder=c(1,1)`. V příloze (Příloha 10, Příloha 11 a Příloha 12) najdeme rozdělení standardizovaných reziduí a Q-Q graf.

4.3.3 Hodnocení modelů a předpověď u zlata

K hodnocení jsme využili rovnici MSE. Hodnoty z predikce jsou porovnány se skutečnými logaritmickými výnosy z období 4. 1. 2016 – 8. 1. 2016. Výpočet byl

proveden pouze pro model EGARCH(1,1), u kterého jsme dokázali vytvořit rovnici. Jelikož nemohu model s ničím jiným porovnat, vyšel nám jako vítězný.

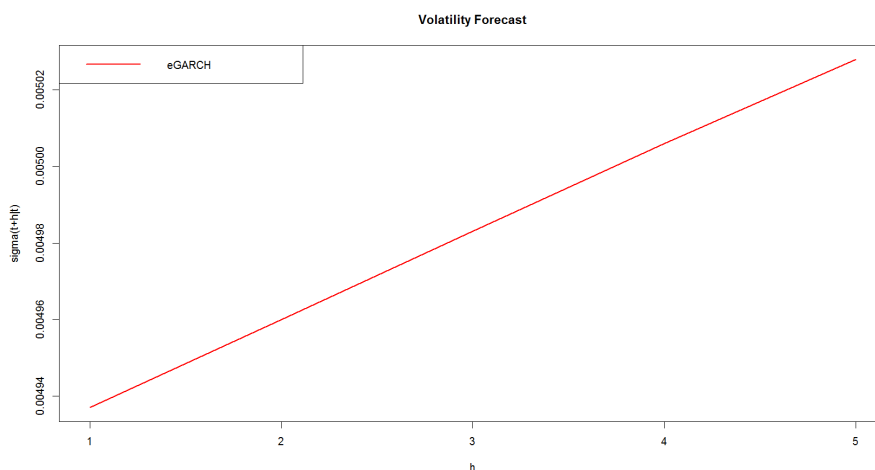
Tabulka 22: Hodnocení modelu pomocí MSE u logaritmů výnosů komodity zlata

Model	MSE	Pořadí
EGARCH(1,1)	0,000021	1

Zdroj: vlastní zpracování

V grafu (Graf 16) je zobrazena predikce modelu EGARCH(1,1). Predikce je provedena pro pět následujících období.

Graf 16: Předpověď volatility u zlata pro model (predikce pro 5 hodnot)



Zdroj: vlastní zpracování

4.4 Modelování volatility u stříbra

Stříbro se od středověku používalo jako platidlo. Dnes používané stříbro k investování vypadá buď jako mince, slitky nebo cihly s vysokou ryzostí a definovanou hmotností. Stříbro nemá jenom platební možnosti, ale využívá se i v průmyslu. Stejně jako u zlata se se stříbrem obchoduje na Londýnské burze (LBMA).

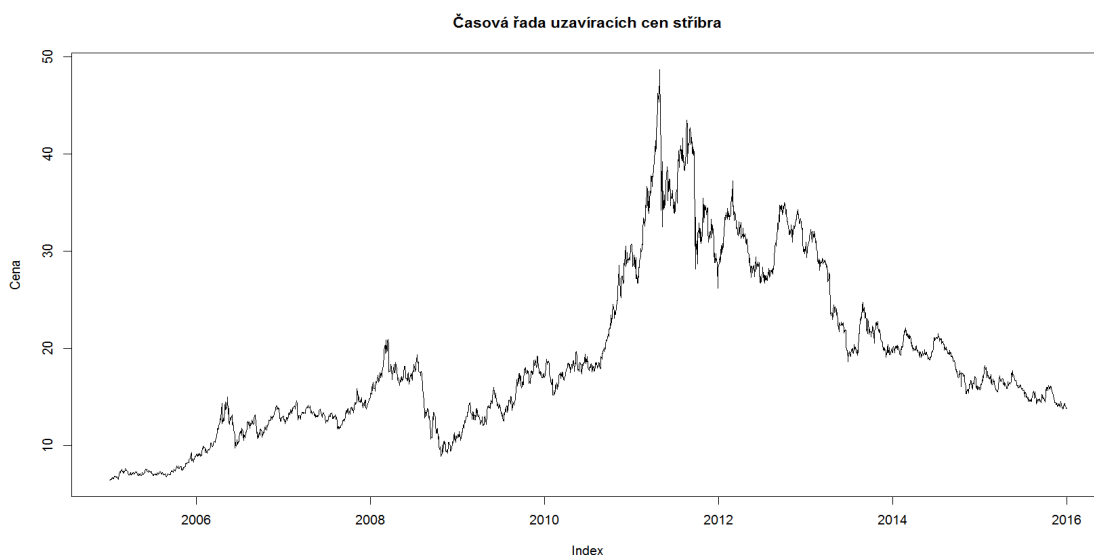
Soubor Silver_close.csv obsahuje datum a uzavírací ceny v USD z období 2005 – 2015. Logaritmické výnosy z období 2005 – 2015 obsahuje soubor Silver_return.csv.

Data jsou z webového portálu (<http://www.lbma.org.uk/pricing-and-statistics>). Soubor obsahuje 2 778 pozorování, u logaritmických výnosů 2 777 pozorování.

4.4.1 Analýza před odhadem volatility u stříbra

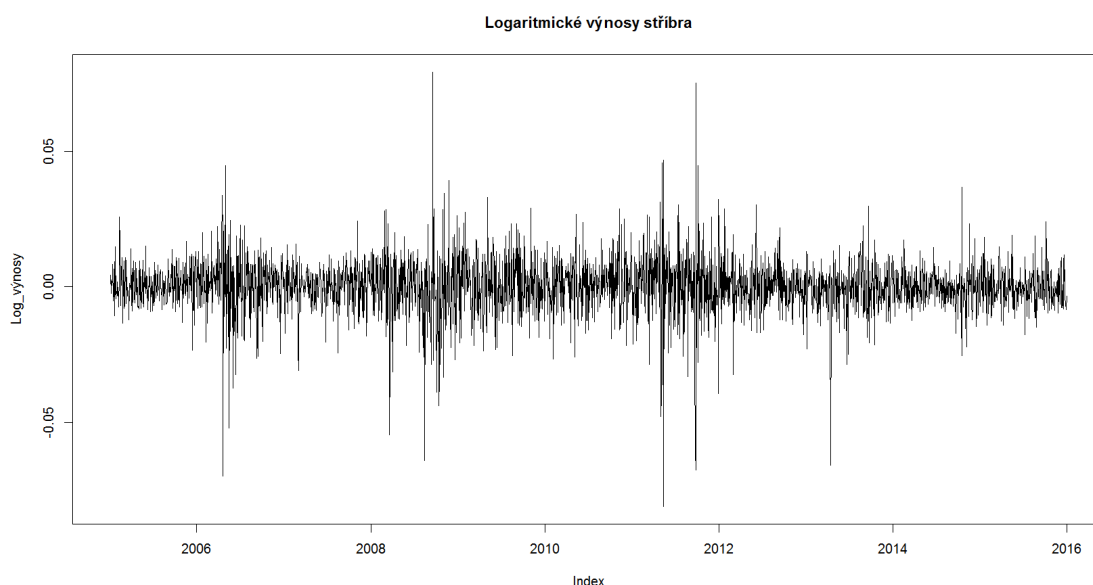
- 1) **Vykreslení dat** – graf (Graf 17) zobrazuje řadu uzavíracích cen stříbra od roku 2005 do roku 2015. Od poloviny roku 2011 probíhalo velké navyšování ceny stříbra a v roce 2011 cena stříbra dosáhla svého maxima na burze ve sledovaném období. Odstranění stacionarity pomocí vzorce (36), nám vznikl graf (Graf 18) logaritmických výnosů stříbra. Zaznamenáváme zde několik větších shluků, začátkem roku 2006, v polovině roku 2008 nebo koncem roku 2011.

Graf 17: Časová řada uzavíracích cen stříbra 2005 - 2015



Zdroj: vlastní zpracování

Graf 18: Logaritmické výnosy stříbra 2005 - 2015



Zdroj: vlastní zpracování

- 2) **Ověření stacionarity časové řady** – test na stacionaritu (Augmented Dickey-Fuller test) ukázal, že časová řada logaritmických výnosů je stacionární s dosaženou hladinou významnosti 0,01, potvrzujeme alternativní hypotézu. Časovou řadu nemusíme dále upravovat.

Tabulka 23: Augmented Dickey-Fuller test časové řady logaritmů výnosů stříbra

Test	Dickey-Fuller	lag	p-value
Augmented Dickey-Fuller test	-13,908	14	0,01

Zdroj: vlastní zpracování

- 3) **Testování korelace výnosů** – časová řada je autokorelována s dosaženou hladinou významnosti 0,00119, vyvracíme nulovou hypotézu a potvrzujeme alternativní.

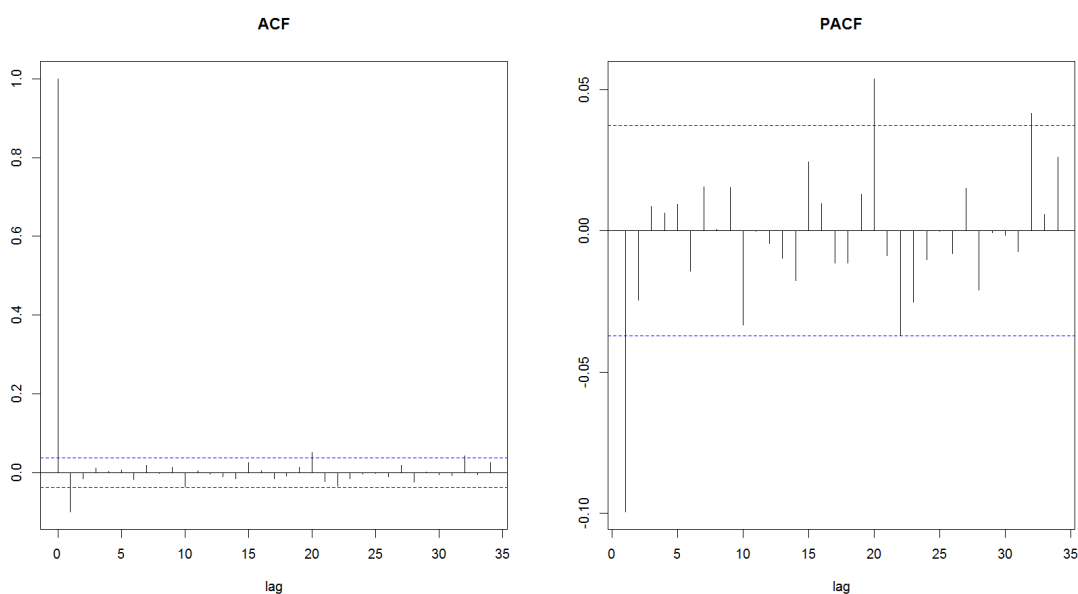
Tabulka 24: Test na autokorelaci časové řady logaritmů výnosů stříbra

Test	lag	X-squared	p-value
AutocorTest	35,618	14	0,00119

Zdroj: vlastní zpracování

V grafu (Graf 19) máme ACF vlevo a PACF vpravo pro logaritmy výnosů stříbra. Objevuje se zde pouze pár hodnot přesahující konfidenční interval a mající statistickou významnost. ACF logaritmů výnosů v absolutní hodnotě nám potvrzuje, že časová řada je stacionární (Příloha 13), nemá lineární předpověď.

Graf 19: ACF a PACF logaritmů výnosů stříbra



Zdroj: vlastní zpracování

- 4) **Testování normality** – řada logaritmických výnosů nemá normální rozdělení. Zamítáme nulovou hypotézu ve prospěch alternativní. Špičatost logaritmických výnosů stříbra je 8,6103, což je více než u normálního rozdělení.

Tabulka 25: Jarque Bera test časové řady logaritmů výnosů stříbra

Test	X-squared	df	p-value
Jarque Bera test	8692,4	2	2,20E-16

Zdroj: vlastní zpracování

Tabulka 26: Špičatost logaritmů výnosů stříbra

Řada	Špičatost
Log. výnosy stříbra	8,6103

Zdroj: vlastní zpracování

- 5) **ARCH test** – v časové řadě stříbra se nachází ARCH efekty.

Tabulka 27: ARCH test časové řady logaritmů výnosů stříbra

Test	Chi-squared	df	p-value
ARCH LM - test	2745,7	12	2,20E-16

Zdroj: vlastní zpracování

Shrnutí: řada logaritmické výnosnosti u komodity stříbra splňuje všechny podmínky pro modelování volatility. Časová řada je stacionární, má nenormální rozdělení, je autokorelovaná a obsahuje ARCH efekty.

4.4.2 Výpočet volatility a výsledky u stříbra

K modelům ARCH(1), GARCH(1,1), EGARCH(1,1) nebo GJRARCH(1,1) jsme modelováním v Erku zjistili hodnoty pro níže vypsane parametry. Horní hodnota u parametru je vypočtená volatilita, spodní hodnota je směrodatná odchylka. Statisticky významné hodnoty jsou označeny hvězdičkou.

Tabulka 28: Odhad modelů volatility logaritmů výnosů stříbra

Model	μ	α_0	α_1	β_1	γ
ARCH(1)	0,000232 0,000174	0,000078 0,000003*	0,229996 0,028775*		
GARCH(1,1)	0,000126 0,000157	0,000002 0,000001*	0,080088 0,010997*	0,899934 0,012699*	
EGARCH(1,1)	0,000037 0,000160	-0,206842 0,017073*	-0,011575 0,001775	0,976834 0,001775*	0,176820 0,016167*
GJRARCH(1,1)	0,000109 0,000161	0,000002 0,000001*	0,077387 0,012080*	0,899051 0,012706*	0,006301 0,012623

Zdroj: vlastní zpracování

V modelu máme statisticky nevýznamné hodnoty pro 5% hladinu významnosti. Jedná se o střední hodnotu u všech modelů, α_1 u modelu EGARCH(1,1) a o pákový efekt γ_1 u modelu GJRARCH(1,1).

Model ARCH(1)

Podle rovnice (12) a parametrů z tabulky (Tabulka 28) nám vznikla rovnice modelu ARCH(1):

$$\sigma_t^2 = 0,000078 + 0,229996e_{t-1}^2, \quad (48)$$

Vliv na „dnešní“ volatilitu má šok z předchozího dne, tento vliv není až tak velký v porovnání s modely ARCH(1) u modelování volatility akcií ČEZ a Erste Bank. Nevýhodou modelu je, že šok, který ovlivňoval „dnešní“ volatilitu, je pro „zítrější“ volatilitu zapomenutý a už podmíněný rozptyl neovlivňuje.

Model GARCH(1,1)

Podle rovnice (17) jsme si vytvořili rovnici podmíněné volatility:

$$\sigma_t^2 = 0,000002 + 0,080088e_{t-1}^2 + 0,8999934\sigma_{t-1}^2, \quad (49)$$

největší vliv na volatilitu má předchozí volatilita (0,8999934). Šok, který se objeví ve volatilitě, přetrvává velmi dlouho do budoucnosti. Model je slabě stacionární (součet α_1 a β_1 je menší než 1).

Model EGARCH(1,1)

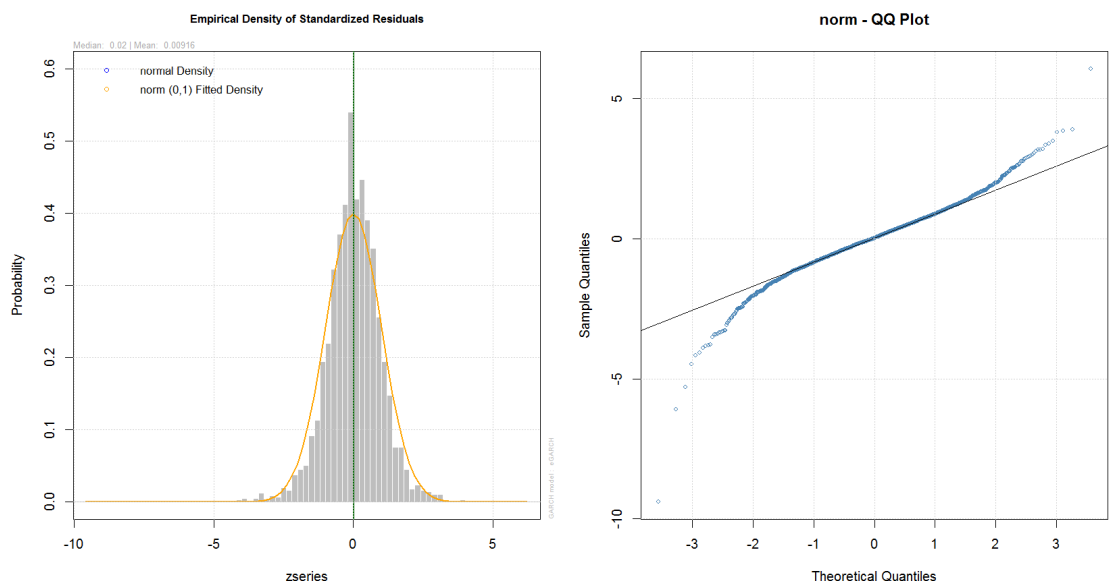
Z rovnice (21) jsme dostali model EGARCH(1,1), který vypadá takto:

$$\ln(\sigma_t^2) = -0,207 + [0,176820(|\varepsilon_{t-1}| - E|\varepsilon_{t-1}|)] + 0,977\ln(\sigma_{t-1}^2). \quad (50)$$

Model EGARCH(1,1) nemá žádné omezení, proto může být α_0 záporná. Objevuje se v modelu pákový efekt, který upravuje normalizovaný zbytek řady. Výše pákového efektu je 0,176820 a rozlišujeme, jak velký vliv bude mít na model kladný nebo záporný normalizovaný zbytek řady. Vliv předchozí volatility na výpočet je velmi vysoký, 0,977.

V grafu (Graf 20) vidíme rozložení standardizovaných reziduí modelu EGARCH(1,1) a Q-Q graf standardizovaných reziduí. Časová řada má větší špičatost než je u normálního rozdělení.

Graf 20: Rozdělení standardizovaných reziduí modelu EGARCH(1,1) a Q-Q graf standardizovaných reziduí EGARCH(1,1) u stříbra



Zdroj: vlastní zpracování

Model GJRGARCH(1,1)

Podle rovnice (22) a hodnot z tabulky (Tabulka 28) nám vznikla rovnice pro model GJRGARCH(1,1):

$$\sigma_t^2 = 0,000002 + 0,077387e_{t-1}^2 + 0,899051\sigma_{t-1}^2, \quad (51)$$

v modelu GJRGARCH(1,1) nám vypadl pákový efekt a nesplňuje podmínku modelu GJRGARCH, $\gamma_i > 0$. Proto může být model zjednodušen na model GARCH(1,1).

Shrnutí: Srovnáme-li modely, hodnota α_0 vyšla velmi nízká a u modelu EGARCH dokonce záporná. Vliv volatility na předchozí šok e_{t-1}^2 nám určuje α_1 , která se pohybuje velmi podobně, a to kolem 0,08, u modelu EGARCH je statisticky nevýznamná a u modelu ARCH je vyšší, protože jako jediná ovlivňuje volatilitu. β_1 je u všech modelů velmi vysoká, z tohoto důvodu volatilita nezapomene na předchozí šoky po pár krocích. Pákový efekt se projevil pouze u modelu EGARCH(1,1).

V příloze najdeme rozdělení standardizovaných reziduí s křivkou s normálním rozdělením, kde u všech modelů vidíme vyšší špičatost a extrémní hodnoty. Dále jsou v příloze zobrazeny Q-Q grafy (Příloha 14, Příloha 15 a Příloha 16).

4.4.3 Hodnocení modelů a předpověď u stříbra

K hodnocení modelů je použita střední čtvercová chyba (MSE) a hodnotí se všechny modely včetně modelu GJRGARCH(1,1), kde byl statisticky nevýznamný pákový efekt. Pořadí, které vyšlo, nalezneme v tabulce (Tabulka 29).

Tabulka 29: Hodnocení modelů pomocí MSE u logaritmů výnosů stříbra

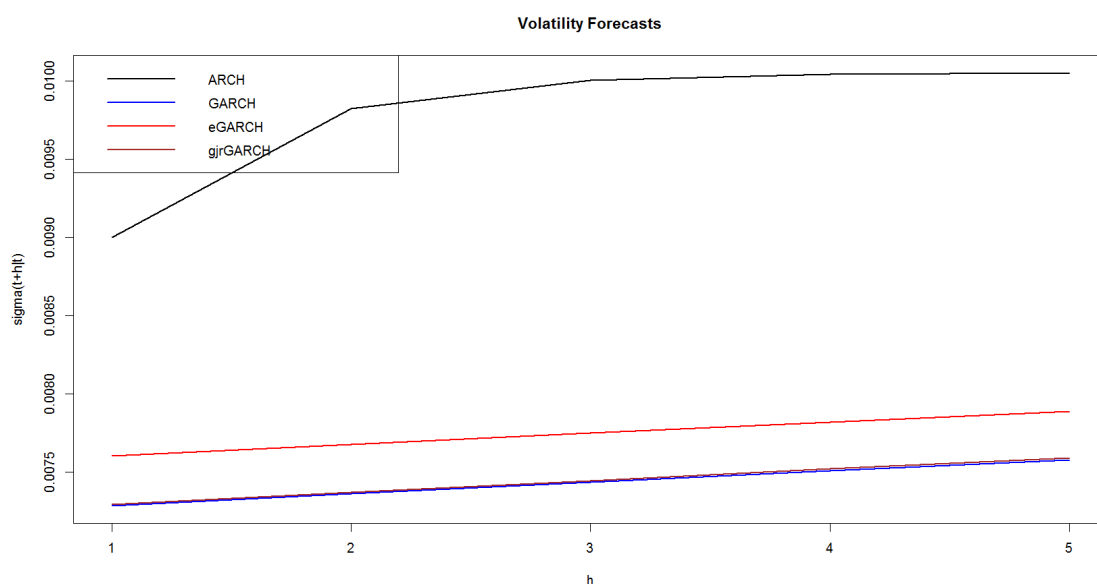
Model	MSE	Pořadí
ARCH(1)	0,000077	4
GARCH(1,1)	0,000041	1
EGARCH(1,1)	0,000046	3
GJRGARCH(1,1)	0,000042	2

Zdroj: vlastní zpracování

Nejlepší hodnocení má model GARCH(1,1). Druhým modelem je GJRGARCH(1,1), ve kterém vyšel pákový efekt jako statisticky nevýznamný. Nejhorší model pro predikci u stříbra je ARCH(1).

Předpověď pro stříbro pro 5 kroků vpřed je zobrazeno v grafu (Graf 21). Předpověď má rostoucí funkci. Model GARCH(1,1) a GJRGARCH(1,1) se překrývají.

Graf 21: Předpověď volatility u stříbra (predikce pro 5 kroků)



Zdroj: vlastní zpracování

5 ZÁVĚR

V práci se setkáváme s velkým množstvím pojmů spojených s volatilitou, které byly blíže objasněny a specifikovány. Jedním z těchto pojmů je např. pákový efekt, shlukování volatility, normalita a její testování a další rysy s volatilitou spojené. Hlavní pojem volatilita je rozebrán hned v první podkapitole literární rešerše, protože bez odpovědi na otázky, „Co je volatilita?“, by nešlo dále pracovat.

Modely volatility prošly dlouhým vývojem. Historická volatilita vznikla dávno před modelem ARCH, o kterém je známo, že jej vytvořil Robert Engle v roce 1982 z důvodu zvyšující se inflaci. Ostatní modely se „nabalovaly“ na model ARCH a snažily se odstranit nebo eliminovat chyby z modelů ARCH a hlavně modelů GARCH, který je známější a více využívanější, a který řadíme mezi základní modely. Pokročilejší modely jsou např. EGARCH, IGARCH, NAGARCH, GJRARCH a další. Vše o těchto modelech jste se mohli dočíst v první části diplomové práce.

V praktické části jsem se zaměřila na čtyři časové řady, jedná se o časovou řadu akcií ČEZ. Druhá časová řada pochází ze stejné burzy a jedná se o akcie firmy Erste Group Bank. Třetí a čtvrtá časová řada je z Londýnské burzy a jedná se o zlato a stříbro. Vybrala jsem si uzavírací ceny akcií, které jsou upraveny na logaritmickou míru výnosnosti. Upravená data používám v celé praktické části.

Pokud si člověk chce začít modelovat volatilitu, měl by si otestovat data na normalitu, stacionaritu, závislost nebo heteroskedasticitu. Testy se dají lehce zvládnout pomocí statistického programu R, který je popsán v úvodu praktické části. Program R jsem nevyužila jenom na testování, ale i na modelování volatility. Použité modely jsou ARCH, GARCH, EGARCH a GJRARCH.

U všech rovnic bylo k vidění, že volatilita z největší části závisí na předchozí volatilitě. Vznikne-li na akciovém trhu šok, vysokou závislostí na předchozí volatilitě tento šok jen tak nevymizí. Tento jev neplatí u modelu ARCH, u kterého se na minulý šok zapomíná velmi rychle a s minulou volatilitou se v modelu ARCH nepracuje.

Pokud se v modelech EGARCH nebo GJRARCH objeví pákový efekt, tak byl většinou kladný, což má za následek obrácený efekt, než se uvádí u vlastností. S kladným pákovým efektem se volatilita více zvětšuje po cenovém nárůstu cen než po cenovém poklesu. U zlata a stříbra se s pákovým efektem setkáváme častěji, než je

tomu u akcií, protože v době krize investoři raději investují do zlata a později do stříbra, než do akcií.

K nejlépe hodnoceným modelům patří model GARCH nebo GJR-GARCH, který měl nejmenší chybovost mezi logaritmickými výnosy a vypočtenou predikcí v Erku. Chybovost předpovědi byla vypočtena pomocí MSE. Mezi nejméně spolehlivý model patří ARCH(1) z důvodu rychlého zapomínání.

I SUMMARY AND KEYWORDS

This diploma thesis deals with the modelling of volatility of time series using the program R. The volatility is explained as a volatility clustering or leverage effect. The models that are connected to volatility are the historical volatility model, the model of ARCH, GARCH, EGARCH and other. While working, these models are described and explained by an equation. The model of GARCH is the most frequently used. These models are divided into the symmetrical and asymmetrical ones depending on the existence of leverage effect in the equations. The terms and models are explained in the theoretical part of the thesis.

The practical part of the thesis focuses on four time series. Two series are represented by the stock of Prague Stock Exchange, concerning the stock of the company of ČEZ and the company of Erste Bank. Gold and silver from LBMA are the next two series. A log return of the stock or commodities is used for calculation. The time series are analyzed and modelled by using the program R. The series are analyzed into normality, stationary, autocorrelation or heteroscedastic. Then the volatility is modelled by using the methods of ARCH(1), GARCH(1,1), EGARCH(1,1) or GJRARCH(1,1). By using these methods, we find out what the time series react to. The best model is evaluated by using the Mean squared error. There is a prediction made for next 5 steps ahead in each model.

Keywords

Financial model, volatility, ARCH model, GARCH model, EGARCH model, GJRARCH model, prediction volatility, program R.

II SEZNAM POUŽITÝCH ZDROJŮ

- [1] Ardia, D. (2008). *Financial risk management with Bayesian estimation of GARCH models: Theory and applications*. Berlin: Springer.
- [2] Arlt, J., & Arltová, M. (2003). *Finanční časové řady*. Praha: Grada.
- [3] Arlt, J., & Radkovský, Š. (1999). *Význam modelování a předpovídání volatility časových řad pro tvorbu měnové politiky centrální banky*.
- [4] Arlt, J., & Radkovský, Š. (2000). *Význam modelování a předpovídání volatility časových řad pro řízení ekonomických procesů*. Dostupné z: http://nb.vse.cz/~arlt/publik/AR_VMPVCRREP_00.pdf
- [5] Bollerslev, T. (1986). *Generalized autoregressive conditional heteroscedasticity*. Dostupné z: http://public.econ.duke.edu/~boller/Published_Papers/joe_86.pdf
- [6] Borovička, A. (2011). *Srovnání volatility akciových indexů PX a FTSE 100*.
- [7] Cipra, T. (2008). *Finanční ekonometrie*. Praha: Ekopress.
- [8] Engle, R. (1982). *Autoregressive Conditional Heteroscedasticity with Estimates of the Variance of United Kingdom Inflation*. Dostupné z: <http://www.econ.uiuc.edu/~econ508/Papers/engle82.pdf>
- [9] Engle, R. (1991). *Measuring and testing the impact of news on volatility*. Dostupné z: <http://www.finance.martinsewell.com/stylized-facts/volatility/EngleNg1993.pdf>
- [10] Figlowski, S. (2004). *Forecasting volatility*. New York University Stern School Business.
- [11] Nelson, D., (1991). *Conditional Heteroskedasticity in Asset Returns: A New Approach*. Dostupné z: <http://finance.martinsewell.com/stylized-facts/distribution/Nelson1991.pdf>
- [12] Pagan, A., & Schwert, W. (1990). *Alternative models for conditional stock volatility*. Journal of Econometrics.
- [13] Poon, S.-H. (2005). *A practical guide for forecasting financial market volatility*. Chichester: Wiley.

- [14] Shumway, R. H., & Stoffer, D. S. (2011). *Time series analysis and its applications: With R examples*. New York: Springer.
- [15] Shamiri, A., & Isa, Z. (2009). *Modeling and Forecasting Volatility of the Malaysian Stock Markets*. Dostupné z: <http://thescipub.com/PDF/jmssp.2009.234.240.pdf>
- [16] Tsay, R. S. (2005). *Analysis of financial time series*. Hoboken, N.J: Wiley.

Elektronické zdroje

- [17] *Akcie ČEZ*. Dostupné z: <http://www.penize.cz/burza-cennych-papiru-praha/6143-cez>
- [18] *Akcie Erste Bank*. Dostupné z: <http://www.penize.cz/burza-cennych-papiru-praha/6122-erste-bank>
- [19] Graves, S. (2014). *Companion to Tsay (2005) Analysis of Financial Time Series*. Dostupné z: <https://cran.r-project.org/web/packages/FinTS/index.html>
- [20] *Akcie Erste Bank*. Dostupné z: <https://www.patria.cz/akcie/ERSTbl.PR/erste-bank/online.html>
- [21] Ghalanos, A. (2015). *Introduction to the rugarch package*. Dostupné z: https://cran.r-project.org/web/packages/rugarch/vignettes/Introduction_to_the_rugarch_package.pdf
- [22] *Investiční zlato: Světové trhy*. Dostupné z: <http://investicnizlato.com/svetove-trhy>
- [23] *LBMA: London is home to the international prices for Gold, Silver, Platinum and Palladium*. Dostupné z: <http://www.lbma.org.uk/pricing-and-statistics>
- [24] *R projekt pro statistické výpočty v České republice*. Dostupné z: <http://www.r-project.cz/>
- [25] *Skupina ČEZ*. Dostupné z: <https://www.cez.cz/>
- [26] Chan, K.-S., & Ripley B. (2012). *Time Series Analysis*. Dostupné z: <https://cran.r-project.org/web/packages/TSA/>
- [27] Hornik, K., & Trapletti, A. (2016). *Time Series Analysis and Computational Finance*. Dostupné z: <https://cran.r-project.org/web/packages/tseries/index.html>

III SEZNAM GRAFŮ A TABULEK

Seznam grafů

Graf 1: Mesokurtické, leptokurtické a platykurtické rozdělení

Graf 2: Časová řada uzavíracích cen akcií ČEZ od října 2008 do ledna 2016

Graf 3: Logaritmické výnosy akcií ČEZ od října 2008 do ledna 2016

Graf 4: ACF a PACF logaritmů výnosů akcií ČEZ

Graf 5: Rozdělení standardizovaných reziduí modelu GARCH(1,1) a Q-Q graf standardizovaných reziduí GARCH(1,1) u akcií ČEZ

Graf 6: Předpověď volatility akcií ČEZ (predikce pro 5 hodnot)

Graf 7: Časová řada uzavíracích cen akcií Erste Bank od října roku 2008 do ledna 2016

Graf 8: Logaritmické výnosy akcií Erste Bank od října roku 2008 do ledna 2016

Graf 9: ACF a PACF řada logaritmických výnosů akcií Erste Bank

Graf 10: Rozdělení standardizovaných reziduí modelu ARCH(1) a Q-Q graf standardizovaných reziduí ARCH(1) u akcií Erste Bank

Graf 11: Předpověď volatility akcií Erste Bank (predikce pro 5 hodnot)

Graf 12: Časová řada uzavíracích cen u zlata 2005 - 2015

Graf 13: Logaritmické výnosy zlata 2005 - 2015

Graf 14: ACF a PACF řada logaritmických výnosů zlata

Graf 15: Rozdělení standardizovaných reziduí modelu EGARCH(1,1) a Q-Q graf standardizovaných reziduí EGARCH(1,1) u zlata

Graf 16: Předpověď volatility u zlata pro model (predikce pro 5 hodnot)

Graf 17: Časová řada uzavíracích cen stříbra 2005 - 2015

Graf 18: Logaritmické výnosy stříbra 2005 - 2015

Graf 19: ACF a PACF logaritmů výnosů stříbra

Graf 20: Rozdělení standardizovaných reziduí modelu EGARCH(1,1) a Q-Q graf standardizovaných reziduí EGARCH(1,1) u stříbra

Graf 21: Předpověď volatility u stříbra (predikce pro 5 kroků)

Seznam tabulek

Tabulka 1: Augmented Dickey-Fuller test časové řady logaritmů výnosů akcií ČEZ

Tabulka 2: Test na autokorelaci časové řady logaritmů výnosů akcií ČEZ

Tabulka 3: Jarque Bera test časové řady logaritmů výnosů akcií ČEZ

Tabulka 4: Špičatost logaritmů výnosů akcií ČEZ

Tabulka 5: ARCH test časové řady logaritmů výnosů akcií ČEZ

Tabulka 6: Odhad modelů volatility logaritmů výnosů akcií ČEZ

Tabulka 7: Hodnocení modelů pomocí MSE u logaritmů výnosů akcií ČEZ

Tabulka 8: Augmented Dickey-Fuller test časové řady logaritmů výnosů akcií Erste Bank

Tabulka 9: Test na autokorelaci časové řady logaritmů výnosů akcií ErsteBank

Tabulka 10: Jarque Bera test časové řady logaritmů výnosů akcií Erste Bank

Tabulka 11: Špičatost logaritmů výnosů akcií Erste Bank

Tabulka 12: ARCH test časové řady logaritmů výnosů akcií Erste Bank

Tabulka 13: Odhad modelů volatility logaritmů výnosů akcií Erste Bank

Tabulka 14: Hodnocení modelů pomocí MSE u logaritmů výnosů akcií Erste Bank

Tabulka 15: Augmented Dickey-Fuller test časové řady logaritmů výnosů zlata

Tabulka 16: Test na autokorelaci logaritmů výnosů zlata

Tabulka 17: Test na autokorelaci časové řady čtverců logaritmů výnosů zlata

Tabulka 18: Jarque Bera test časové řady logaritmů výnosů zlata

Tabulka 19: Přehled špičatosti logaritmů výnosů zlata

Tabulka 20: ARCH test časové řady logaritmů výnosů zlata

Tabulka 21: Odhad modelů volatility logaritmů výnosů zlata

Tabulka 22: Hodnocení modelu pomocí MSE u logaritmů výnosů komodity zlata

Tabulka 23: Augmented Dickey-Fuller test časové řady logaritmů výnosů stříbra

Tabulka 24: Test na autokorelaci časové řady logaritmů výnosů stříbra

Tabulka 25: Jarque Bera test časové řady logaritmů výnosů stříbra

Tabulka 26: Špičatost logaritmů výnosů stříbra

Tabulka 27: ARCH test časové řady logaritmů výnosů stříbra

Tabulka 28: Odhad modelů volatility logaritmů výnosů stříbra

Tabulka 29: Hodnocení modelů pomocí MSE u logaritmů výnosů stříbra

IV SEZNAM PŘÍLOH

Příloha 1: ACF graf absolutních logaritmických výnosů akcií ČEZ

Příloha 2: Rozdělení standardizovaných reziduí modelu ARCH(1) a Q-Q graf standardizovaných reziduí ARCH(1) u akcií ČEZ

Příloha 3: Rozdělení standardizovaných reziduí modelu EGARCH(1,1) a Q-Q graf standardizovaných reziduí EGARCH(1,1) u akcií ČEZ

Příloha 4: Rozdělení standardizovaných reziduí modelu GJRGARCH(1,1) a Q-Q graf standardizovaných reziduí GJRGARCH(1,1) u akcií ČEZ

Příloha 5: ACF graf absolutních logaritmických výnosů akcií Erste Bank

Příloha 6: Rozdělení standardizovaných reziduí modelu GARCH(1,1) a Q-Q graf standardizovaných reziduí GARCH(1,1) u akcií Erste Bank

Příloha 7: Rozdělení standardizovaných reziduí modelu EGARCH(1,1) a Q-Q graf standardizovaných reziduí EGARCH(1,1) u akcií Erste Bank

Příloha 8: Rozdělení standardizovaných reziduí modelu GJRGARCH(1,1) a Q-Q graf standardizovaných reziduí GJRGARCH(1,1) u akcií Erste Bank

Příloha 9: ACF graf absolutních logaritmických výnosů komodity zlata

Příloha 10: Rozdělení standardizovaných reziduí modelu ARCH(1) a Q-Q graf standardizovaných reziduí ARCH(1) u zlata

Příloha 11: Rozdělení standardizovaných reziduí modelu GARCH(1,1) a Q-Q graf standardizovaných reziduí GARCH(1,1) u zlata

Příloha 12: Rozdělení standardizovaných reziduí modelu GJRGARCH(1,1) a Q-Q graf standardizovaných reziduí GJRGARCH(1,1) u zlata

Příloha 13: ACF graf absolutních logaritmických výnosů u komodity stříbra

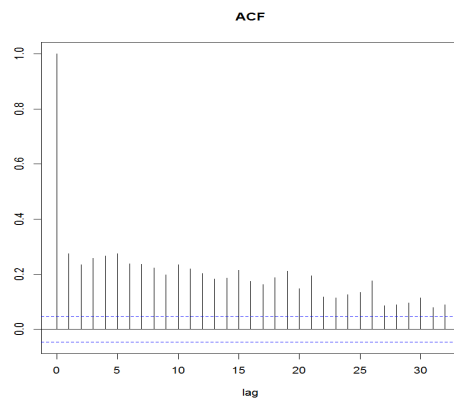
Příloha 14: Rozdělení standardizovaných reziduí modelu ARCH(1) a Q-Q graf standardizovaných reziduí ARCH(1) u stříbra

Příloha 15: Rozdělení standardizovaných reziduí modelu GARCH(1,1) a Q-Q graf standardizovaných reziduí GARCH(1,1) u stříbra

Příloha 16: Rozdělení standardizovaných reziduí modelu GJRGARCH(1,1) a Q-Q graf standardizovaných reziduí GJRGARCH(1,1) u stříbra

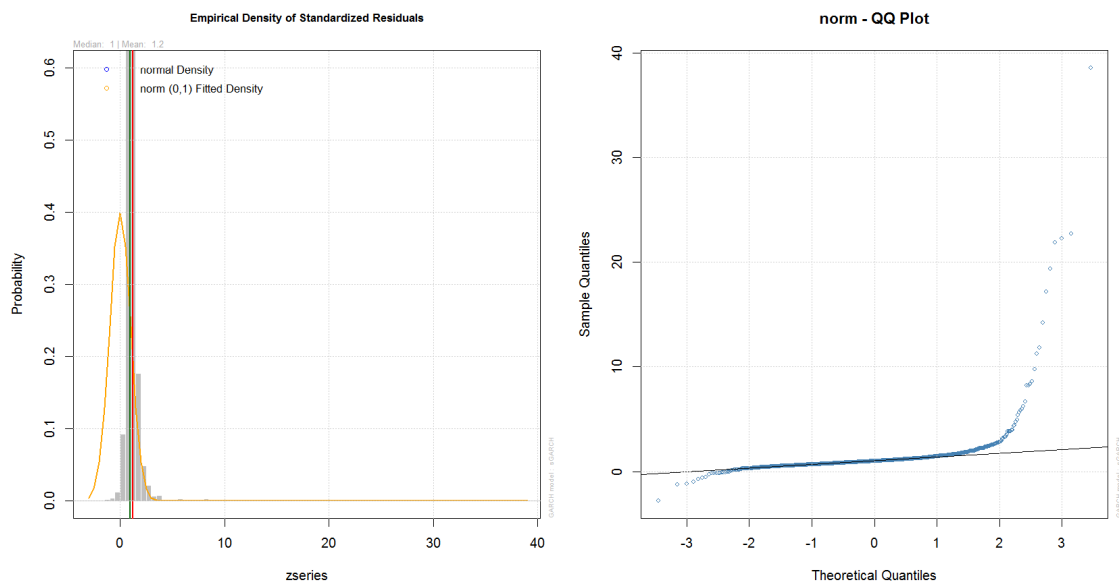
V PŘÍLOHY

Příloha 1: ACF graf absolutních logaritmických výnosů akcii ČEZ



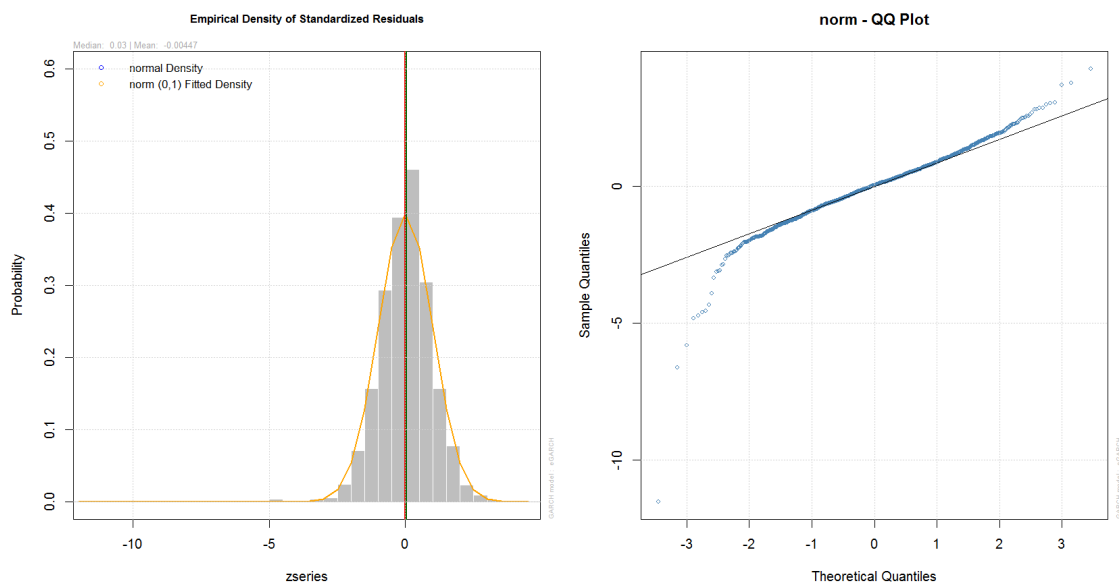
Zdroj: vlastní zpracování

Příloha 2: Rozdělení standardizovaných reziduí modelu ARCH(1) a Q-Q graf standardizovaných reziduí ARCH(1) u akcii ČEZ



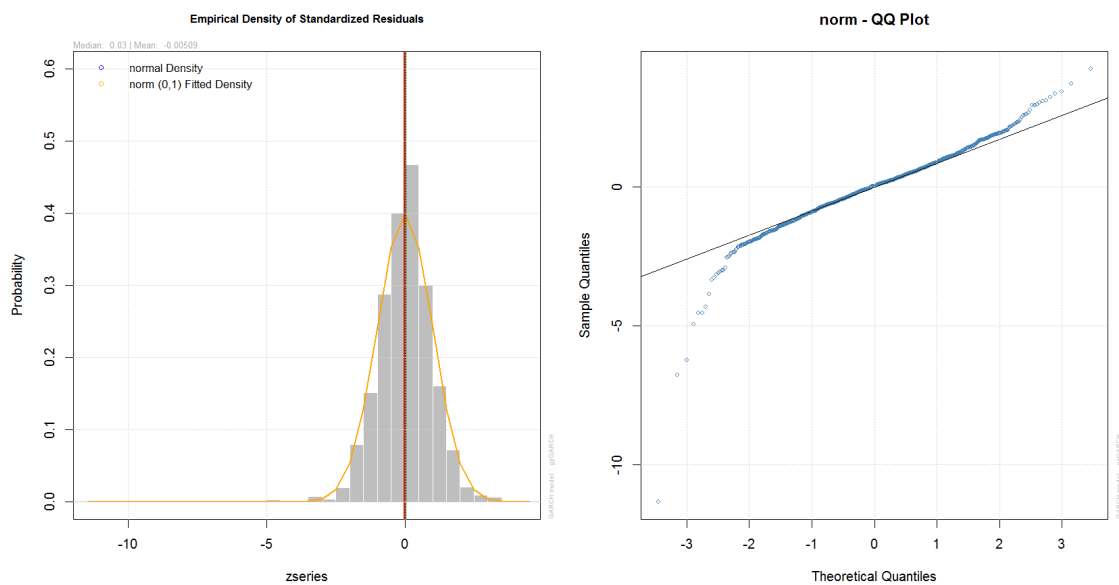
Zdroj: vlastní zpracování

Příloha 3: Rozdělení standardizovaných reziduí modelu EGARCH(1,1) a Q-Q graf standardizovaných reziduí EGARCH(1,1) u akcí ČEZ



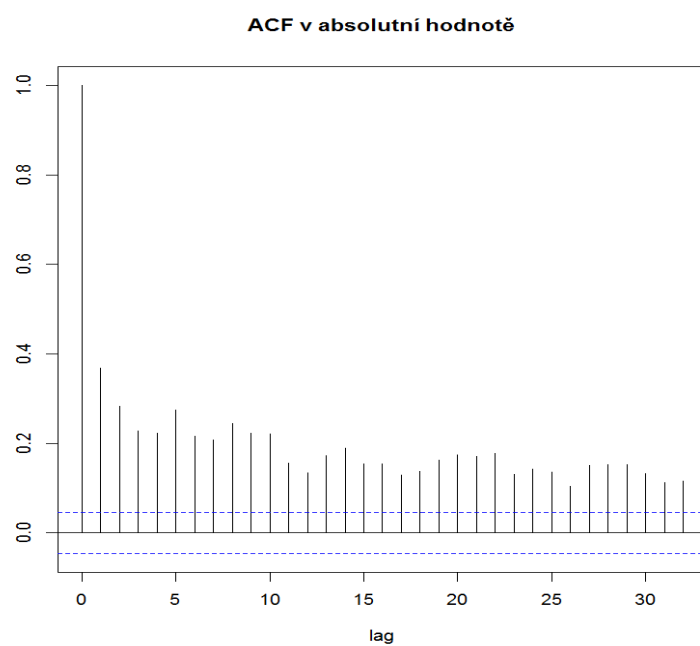
Zdroj: vlastní zpracování

Příloha 4: Rozdělení standardizovaných reziduí modelu GJRGARCH(1,1) a Q-Q graf standardizovaných reziduí GJRGARCH(1,1) u akcí ČEZ



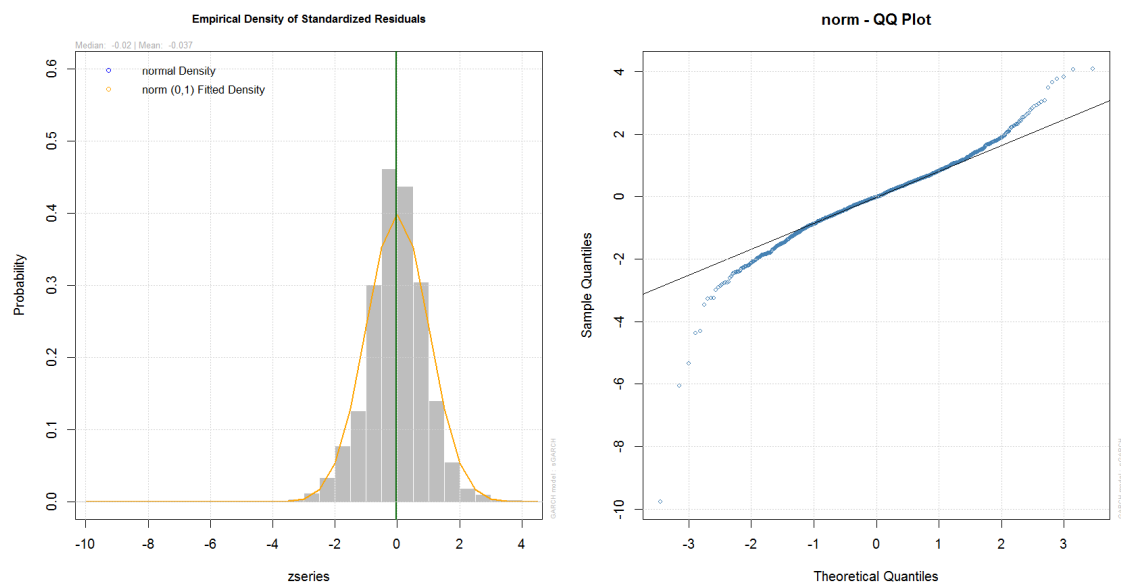
Zdroj: vlastní zpracování

Příloha 5: ACF graf absolutních logaritmických výnosů akcií Erste Bank



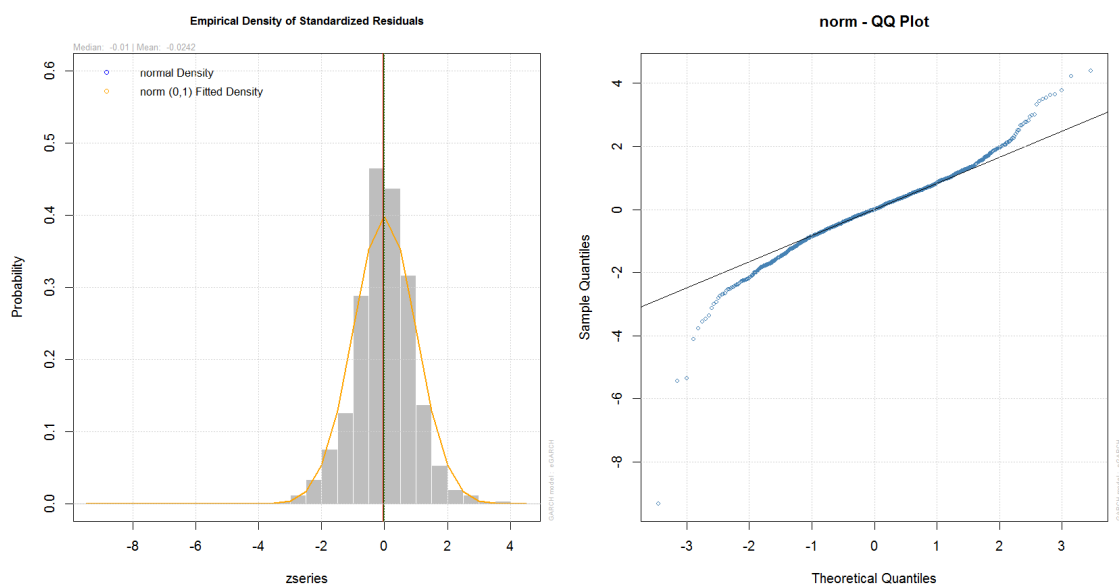
Zdroj: vlastní zpracování

Příloha 6: Rozdělení standardizovaných reziduí modelu GARCH(1,1) a Q-Q graf standardizovaných reziduí GARCH(1,1) u akcií Erste Bank



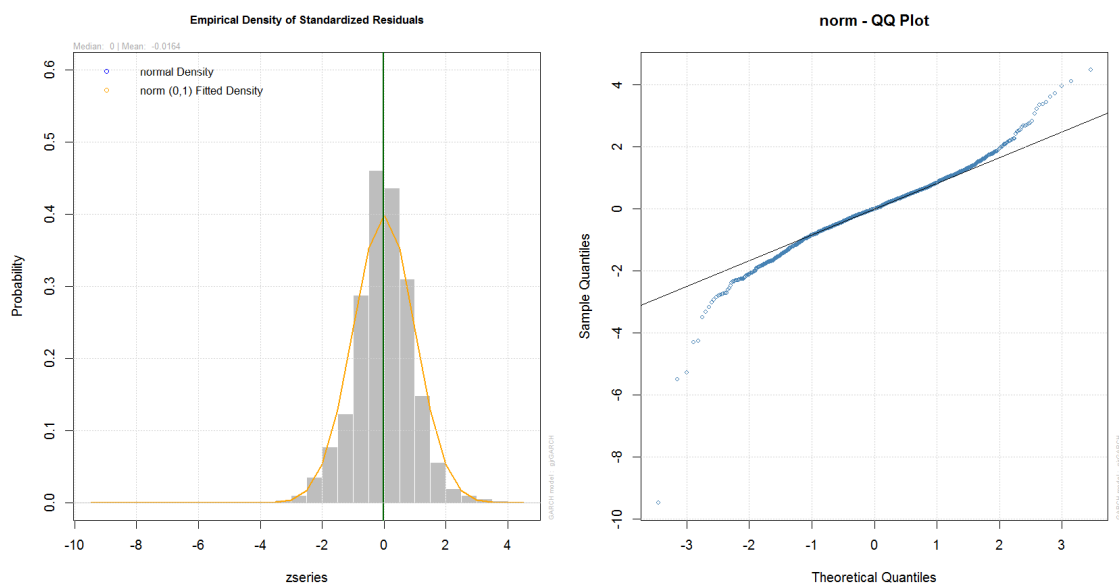
Zdroj: vlastní zpracování

Příloha 7: Rozdělení standardizovaných reziduí modelu EGARCH(1,1) a Q-Q graf standardizovaných reziduí EGARCH(1,1) u akcií Erste Bank



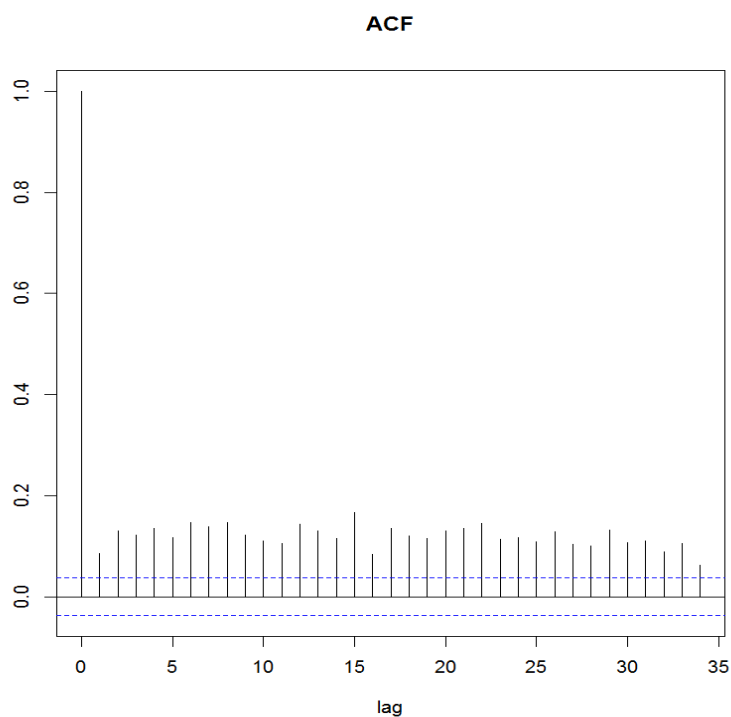
Zdroj: vlastní zpracování

Příloha 8: Rozdělení standardizovaných reziduí modelu GJRGARCH(1,1) a Q-Q graf standardizovaných reziduí GJRGARCH(1,1) u akcií Erste Bank



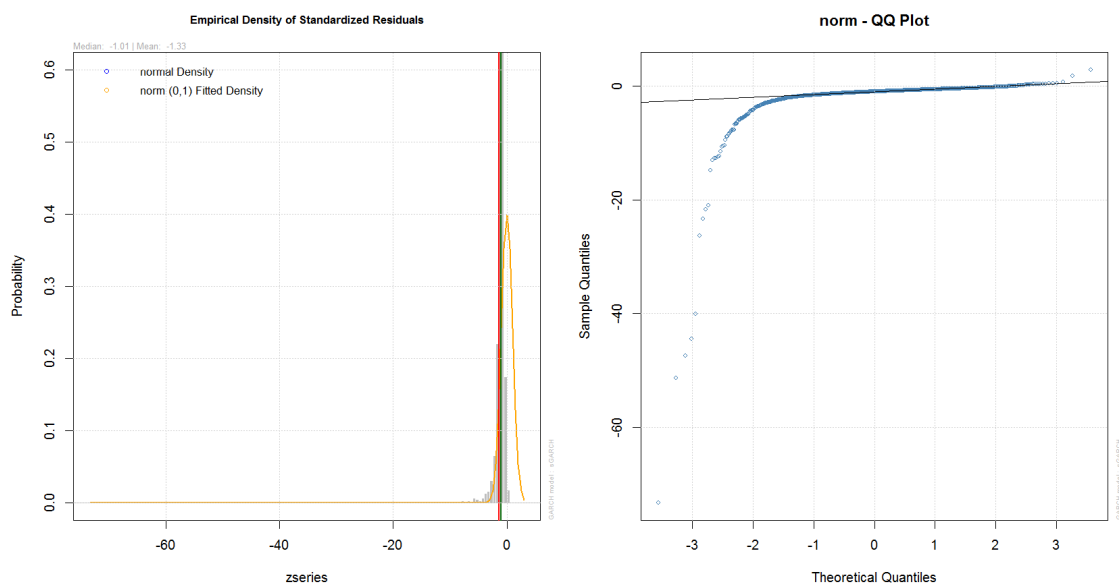
Zdroj: vlastní zpracování

Příloha 9: ACF graf absolutních logaritmických výnosů komodity zlata



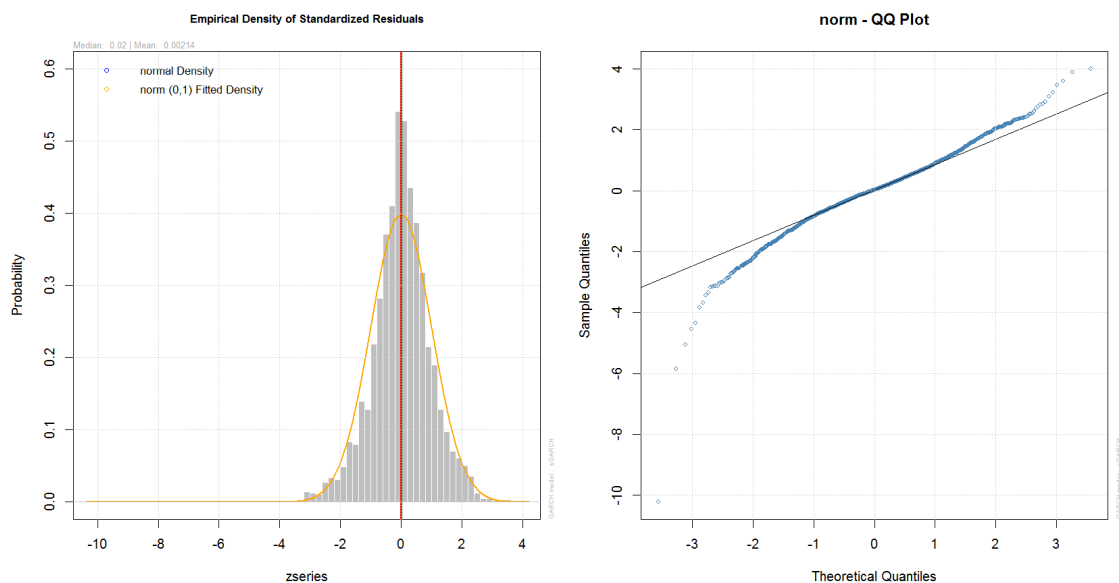
Zdroj: vlastní zpracování

Příloha 10: Rozdělení standardizovaných reziduí modelu ARCH(1) a Q-Q graf standardizovaných reziduí ARCH(1) u zlata



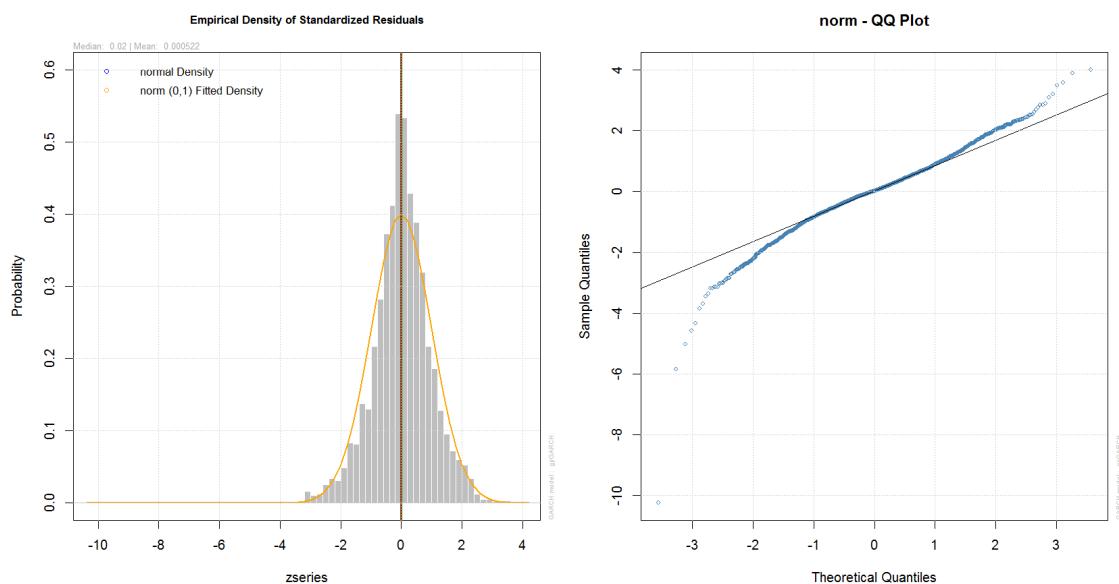
Zdroj: vlastní zpracování

Příloha 11: Rozdělení standardizovaných reziduí modelu GARCH(1,1) a Q-Q graf standardizovaných reziduí GARCH(1,1) u zlata



Zdroj: vlastní zpracování

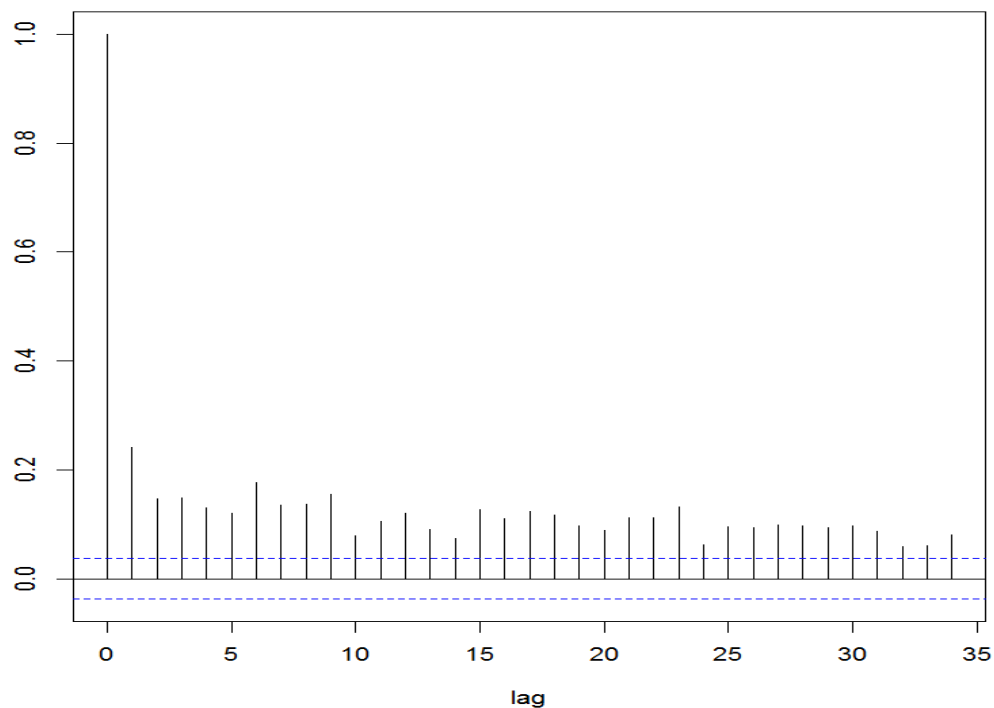
Příloha 12: Rozdělení standardizovaných reziduí modelu GJR(1,1) a Q-Q graf standardizovaných reziduí GJR(1,1) u zlata



Zdroj: vlastní zpracování

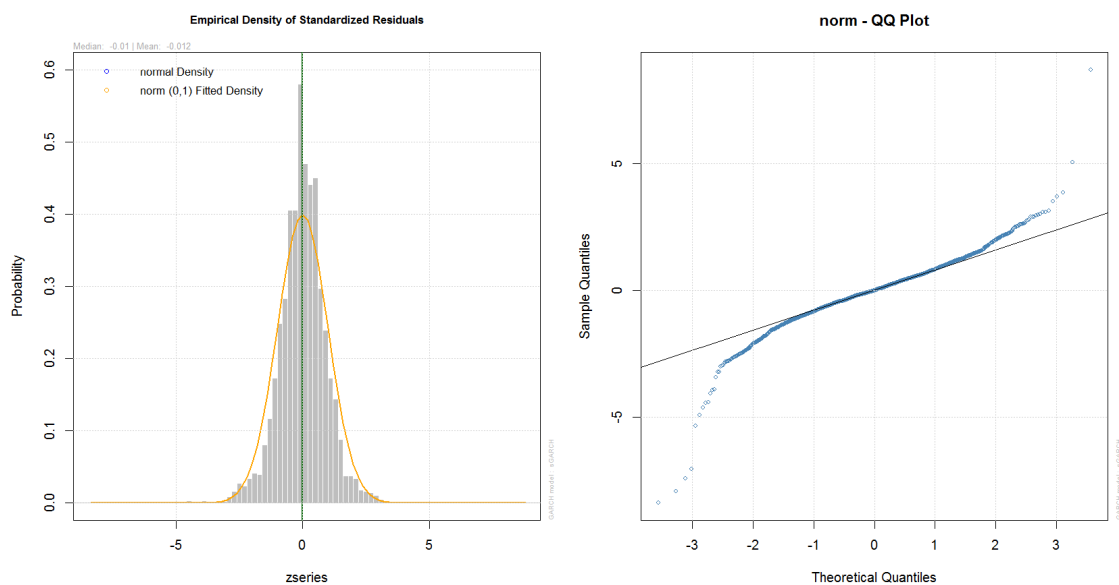
Priloha 13: ACF graf absolutnich logaritmickych vynosu u komodity stribra

ACF v absolutní hodnotě



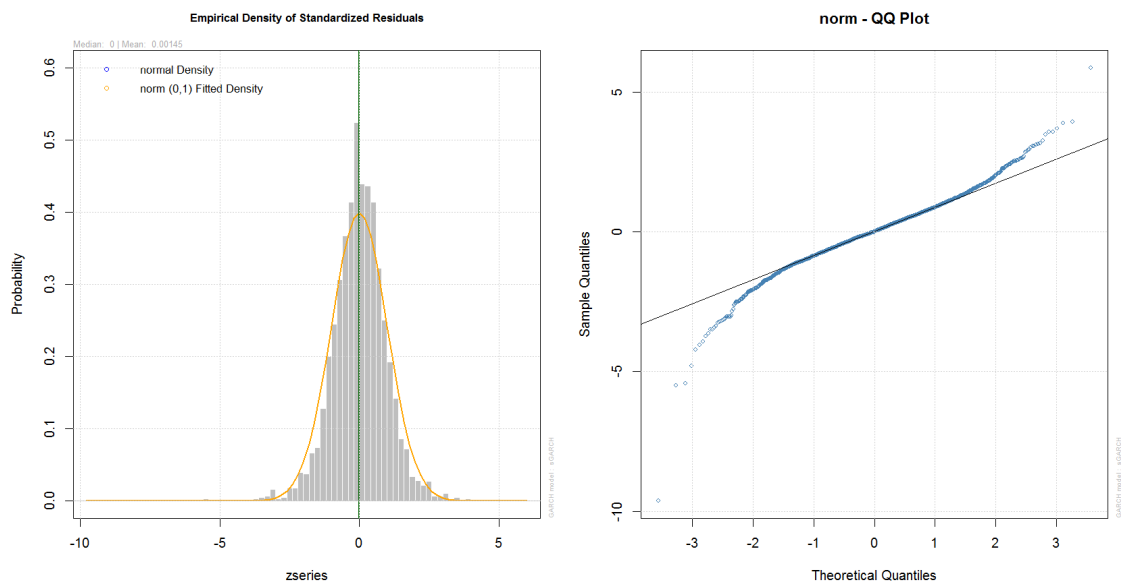
Zdroj: vlastní zpracování

Priloha 14: Rozdělení standardizovaných reziduí modelu ARCH(1) a Q-Q graf standardizovaných reziduí ARCH(1) u stříbra



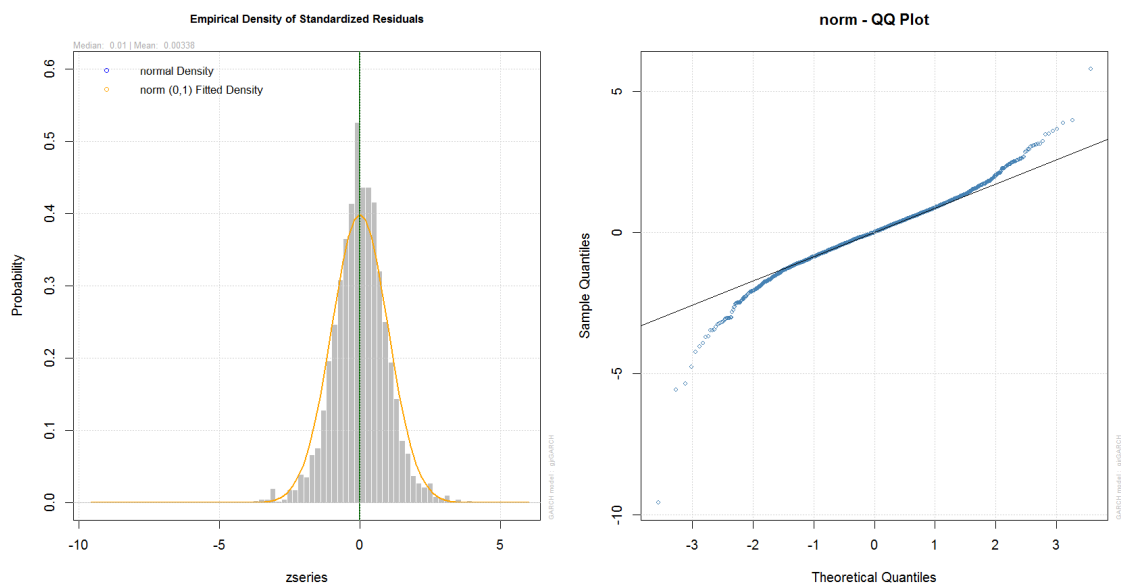
Zdroj: vlastní zpracování

Příloha 15: Rozdělení standardizovaných reziduí modelu GARCH(1,1) a Q-Q graf standardizovaných reziduí GARCH(1,1) u stříbra



Zdroj: vlastní zpracování

Příloha 16: Rozdělení standardizovaných reziduí modelu GJRGARCH(1,1) a Q-Q graf standardizovaných reziduí GJRGARCH(1,1) u stříbra



Zdroj: vlastní zpracování