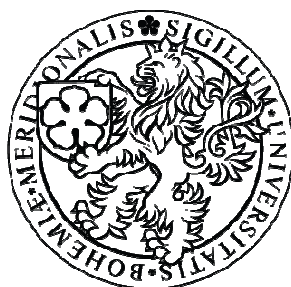


JIHOČESKÁ UNIVERZITA V ČESKÝCH
BUDĚJOVICÍCH

PEDAGOGICKÁ FAKULTA, KATEDRA MATEMATIKY



Environmentální výchova ve výuce matematiky

DIPLOMOVÁ PRÁCE

Michala Křížová

Vedoucí práce: RNDr. Pavel Leischner, Ph.D.

České Budějovice 2011

Prohlášení

Prohlašuji, že svoji diplomovou práci jsem vypracovala samostatně pouze s použitím pramenů a literatury uvedených v seznamu citované literatury.

Prohlašuji, že v souladu s § 47b zákona č. 111/1998 Sb. v platném znění souhlasím se zveřejněním své diplomové práce, a to v nezkrácené podobě pedagogickou fakultou elektronickou cestou ve veřejně přístupné části databáze STAG provozované Jihočeskou univerzitou v Českých Budějovicích na jejích internetových stránkách.

V Českých Budějovicích dne 29. 4. 2011.

Anotace

Název:	Environmentální výchova ve výuce matematiky
Vypracovala:	Michala Křížová
Vedoucí práce:	RNDr. Pavel Leischner, Ph.D.
Klíčová slova:	environmentální výchova, didaktika matematiky, slovní úlohy

Tato diplomová práce se věnuje zavedení témat environmentální výchovy do výuky matematiky na středních školách (resp. na gymnáziích). Práce je reakcí na nedostatek těchto témat ve výuce středních škol, které nejsou zaměřené na přírodní vědy, a aktuálnost ekologických problémů pro naši společnost. Obsahem jsou řešené úlohy s metodickými poznámkami určené vyučujícím matematiky. Snahou bylo propojit environmentální téma úloh se znalostmi studentů z předmětů biologie a zeměpisu v daném ročníku. Obsahem příloh jsou pracovní listy pro studenty. Cílem práce je inspirovat vyučující matematiky středních škol k zapojení těchto nebo vlastních úloh do výuky.

Annotation

Title:	Environmentální výchova ve výuce matematiky
Author:	Michala Křížová
Supervisor:	RNDr. Pavel Leischner, Ph.D.
Key words:	environmental education, mathematics education, mathematical problems

This diploma work is focused on the introduction of environmental topics in teaching mathematics at the secondary schools including grammar schools. The thesis are a response to the lack of those topics in teaching at the secondary schools, which are not specified for physical sciences and timeliness of environmental problems in our community as a whole. The diploma work content are solved mathematical problems with methodological notes for math teachers. Logic interface of environmental problems with students knowledge of biology and geography for the relevant grade is the major effort of the thesis. Annexes contain worksheets for students. The aim of this diploma work is to inspire math teachers at the secondary schools to engage these problems or the environmental problems of their own in teaching.

Poděkování

Ráda bych poděkovala panu RNDr. Pavlu Leischnerovi, Ph.D. za odborné rady a pomoc při tvorbě diplomové práce.

Obsah

1	ÚVOD	8
2	ENVIRONMENTÁLNÍ VÝCHOVA.....	11
2.1	ENVIRONMENTÁLNÍ VÝCHOVA A EKOLOGIE	11
2.2	ENVIRONMENTÁLNÍ VÝCHOVA VE VÝUCE	12
2.3	ENVIRONMENTÁLNÍ VÝCHOVA VE VÝUCE MATEMATIKY	15
3	1. ROČNÍK	17
3.1	ČÍSELNÉ OBORY	17
3.1.1	Přirozená čísla	18
3.1.2	Celá čísla	19
3.1.3	Racionální čísla.....	21
3.1.4	Reálná čísla.....	22
3.1.5	Závěrečné shrnutí, opakování	23
3.2	VÝROKY	23
3.2.1	Výrok a jeho pravdivostní hodnoty.....	23
3.2.2	Složené výroky.....	28
3.3	MOCNINY	36
3.4	ROVNICE, NEROVNICE	40
3.4.1	Rovnice, nerovnice	40
3.4.2	Soustavy rovnic	42
3.5	UŽITÍ PYTHAGOROVY VĚTY	48
4	2. ROČNÍK	52
4.1	FUNKCE.....	52
4.1.1	Lineární funkce	52
4.1.2	Kvadratické funkce.....	55
4.2	STEREOMETRIE.....	58
4.2.1	Objemy těles	58
5	3. ROČNÍK	61
5.1	ANALYTICKÁ GEOMETRIE	61
5.1.1	Odchylka přímky a roviny	61
6	4. ROČNÍK	64
6.1	POSLOUPNOSTI	64
6.1.1	Aritmetická posloupnost.....	64
7	ZÁVĚR.....	67

8	PŘÍLOHY	71
8.1	PŘÍLOHA Č. 1	71
8.2	PŘÍLOHA Č. 2	73
8.3	PŘÍLOHA Č. 4	75
8.4	PŘÍLOHA Č. 5	77
8.5	PŘÍLOHA Č. 6	81
8.6	PŘÍLOHA Č. 7	82
8.7	PŘÍLOHA Č. 8	83
8.8	PŘÍLOHA Č. 9	85
8.9	PŘÍLOHA Č. 10	86
8.10	PŘÍLOHA Č. 11	87
8.11	PŘÍLOHA Č. 12	89
8.12	PŘÍLOHA Č. 13	90
8.13	PŘÍLOHA Č. 14	91

1 Úvod

Diplomová práce pojednává o zavedení témat z environmentální výchovy do výuky matematiky na středních školách. Mělo by se jednat především o školy, které tuto tematiku nemají v učebním plánu. Motivací k tomuto výběru pro mne byl současný trend zapojovat aktuální společenská témata do výuky.

S ekologickými problémy se setkáváme každý den. Nejen z médií přicházejí informace o úniku ropy v důsledku výbuchu na tankeru uprostřed oceánu, o tání ledovců a o jiných ekologických katastrofách ničících životní prostředí. Společnost stále více projevuje zájem o ochranu životního prostředí a to i na lokální úrovni, ať už v podobě třídění odpadů, úspory energie nebo jen ohleduplného chování k přírodě a okolnímu prostředí.

Většina dnešních studentů, se s ekologií setkává již na základních školách. Sama jsem měla možnost během studia několik škol navštívit a ve většině z nich byli studenti zapojeni alespoň do školních programů o správném třídění odpadu. Nemyslím si, že by tyto aktivity měli studenti opustit s ukončením základní školy. Střední škola může mít na studenta stejný vliv. Mým osobním cílem i do budoucna je pokusit se u studentů probudit zájem o ekologii v alespoň v předmětech, které vyučuji. Vypracování této diplomové práce bylo prvním krokem k dosažení mého cíle.

Pro svou diplomovou práci jsem zvolila jako zdroj inspirace gymnázium, na kterém jsem v tomto školním roce (2010/2011) měla příležitost vyučovat matematiku v 1. ročníku 4letého studijního oboru. Úlohy jsou seskupeny podle učebních osnov tohoto gymnázia. U ostatních škol se mohou nepatrně lišit. Ekologie je na tomto gymnáziu předmětem výuky pouze v předmaturitním semináři z biologie. Vzhledem ke snaze vycházet z praxe jsem se při vytváření úloh zaměřila převážně na první ročník. Výpočty některých z příkladů jsem vyzkoušela i při výuce, setkala se s kladnými i zápornými ohlasy.

Diplomová práce je rozdělena do jednotlivých kapitol podle ročníků 4letého studia středních škol. Každý ročník je pak zvlášť rozdělen podle matematického okruhu, který obsahuje. Práce je souborem řešených matematických úloh a je vytvořena pro potřeby vyučujících matematiky. Jedná se především o úlohy

Úvod

s environmentální tematikou, korespondujících s učivem na dané střední škole, zkonstruované tak, aby měl student komplexní povědomí a znalosti o řešeném problému.

Většinu úloh jsem vytvářela sama, u některých jsem pouze přizpůsobila zadání pro danou tematiku. Jedná se tedy o příklady zpracované především pro mou výuku, ale vzhledem k nedostatku učebních materiálů pro tento typ výuky budou jistě oceněny i ostatními kolegy ve stejném oboru. Data uvedená v zadání jsem vyhledávala v odborné literatuře, u příkladů o planetě Zemi mi byli zdrojem informací rovněž kolegové vyučující na gymnáziu.

V úvodu každé kapitoly jsou informace pro vyučující. Například pracovní list pro studenty patří k dané kapitole, pomůcky potřebné pro vypracování úloh a především didaktický cíl uvedených úloh. Jednotlivé podkapitoly jsou rozděleny do několika částí: „Téma“, „Zadání“, „Řešení“, „Metodické poznámky“ a „Debata“. Téma je úvodním slovem před zadáním úlohy. Seznamuje studenta s problematikou, které se bude úloha týkat. Zadání a řešení se týká konkrétních úloh. Pokusila jsem se je doplnit informacemi k probíranému ekologickému tématu, případně vlastními postřehy k řešení a probírané látce. Tyto informace jsou umístěny pod pojmem: „Metodické poznámky.“ V části „Debata“ uvádím náměty pro diskusi, kterou by bylo možné vyvolat v dané části výuky. Ta buď doplňuje téma, nebo samotné řešení úlohy. Ke každému probíranému tématu je příloze připojen pracovní list pro studenty se zadáním všech úloh dané probírané látky.

Vytvoření úloh s obtížností odpovídající střední škole nebylo jednoduché. Sama bych rozdělila následující úlohy do několika skupin. První skupinu tvoří obecně zadané matematické úlohy, jejichž řešení vytváří nějaký ekologický pojem nebo jeho hodnotu. Jedná se například o úlohu č. 1 z kapitoly „Rovnice, nerovnice.“ Tyto úlohy se dají uplatnit na jakékoli téma z environmentální výchovy. Mohou být použity pro zpestření běžné výuky, jako odměna za odvedenou práci nebo jako procvičovací úlohy. Další skupinou jsou úlohy, u nichž student řeší environmentální zadání a počítá s reálnými hodnotami daného environmentálního problému. Tyto úlohy se tvoří nejobtížněji. Předpokládají znalost problému a dostatek vstupních dat,

Úvod

zvláště v podobě konkrétních číselných hodnot. Pokud se pokusíte takovou úlohu vytvořit, nejdříve se ujistěte, že dané hodnoty lze, k vámi zvolenému tématu získat. Totéž platí i pro další skupinu úloh, které neobsahují environmentální téma přímo, avšak motivují k úvahám o životním prostředí.

2 Environmentální výchova

2.1 Environmentální výchova a ekologie

Pokud vyslovíte termín environmentální výchova ve společnosti, často se setkáte s nechápavými pohledy. V této situaci jsem se velmi často ocitla při vyslovení téma své diplomové práce. Termín „environmentální“ není u nás příliš používaný, častěji se setkáte s termínem „ekologický“. Proto by bylo v první řadě vhodné vysvětlit rozdíl mezi environmentálním a ekologickým.

Slovo Ekologie vzniklo z řeckého slova oikos - prostředí, dům, domácnost, které je příponou ke slovu logos - věda.

Z historického hlediska byl termín Ekologie definován Ernestem Haeckelem v roce 1866 jako „komplexní věda zabývající se vztahy organismů k prostředí“. V současnosti je tento pojem chápán jako věda zabývající se vztahy organismů k prostředí ale i samotnými interakcemi organismů. [14]

Environmentalistika je aplikovanou částí ekologie. Environmentální výchova se zaměřuje na celé přírodní i umělé životní prostředí člověka. ([13], str. 14)

Ekologická výchova se zaměřuje na vztah člověka a prostředí, nikoli jen na životní prostředí člověka. ([13], str. 14)

Důležitým milníkem v environmentálním vzdělávání se stal rok 2000, kdy byl schválen Státní program environmentálního vzdělávání, výchovy a osvěty (dále jen EVVO). Cílem toho programu je zvýšit povědomí obyvatel České republiky o životním prostředí. [15]

Environmentální vzdělávání, výchova a osvěta vychází z anglického termínu environmental education, kde environment znamená životní prostředí a education se chápe široce jako vzdělávání, výchova či osvěta všech typů cílových skupin, od nejmenších dětí po dospělé. Vzděláváním se rozumí zejména ovlivňování racionální stránky osobnosti. Výchovou působení na city a vůli. Osvětou se označují speciální způsoby předávání informací zejména dospělé populaci. [15]

Environmentální výchova

Environmentálním vzděláváním, výchovou a osvětou se rozumí:

- předávání soustavy znalostí a dovedností týkajících se zákonitostí biosféry, vztahů člověka a životního prostředí, problémů životního prostředí z globálního i lokálního hlediska a možností i způsobů dosažení udržitelného rozvoje
- rozvinutí schopností uvažovat v souvislostech a chápat interakci přístupů ekologických, technicko-technologických, ekonomických i sociálních
- podněcování aktivity a tvořivosti zaměřené k žádoucímu jednání
- ovlivňování vztahu k přírodě, odpovědnosti za jednání vůči prostředí, ohleduplnosti a spolupráce v mezilidských vztazích
- působení na utváření hierarchie životních hodnot a celkového životního stylu ve smyslu potřeb udržitelného rozvoje

[15]

Cílem EVVO je mimo jiné zapojení environmentální výchovy do výuky jiných předmětů než samotné ekologie.

Program EVVO úzce spolupracuje s Rámcovým vzdělávacím programem (RVP). Do tohoto projektu je zapojena řada základních škol. Pro podporu zapojení environmentální výchovy do výuky na základních školách vzniklo několik publikací. V případě středních škol jsem se bohužel s žádnou publikací nesetkala.

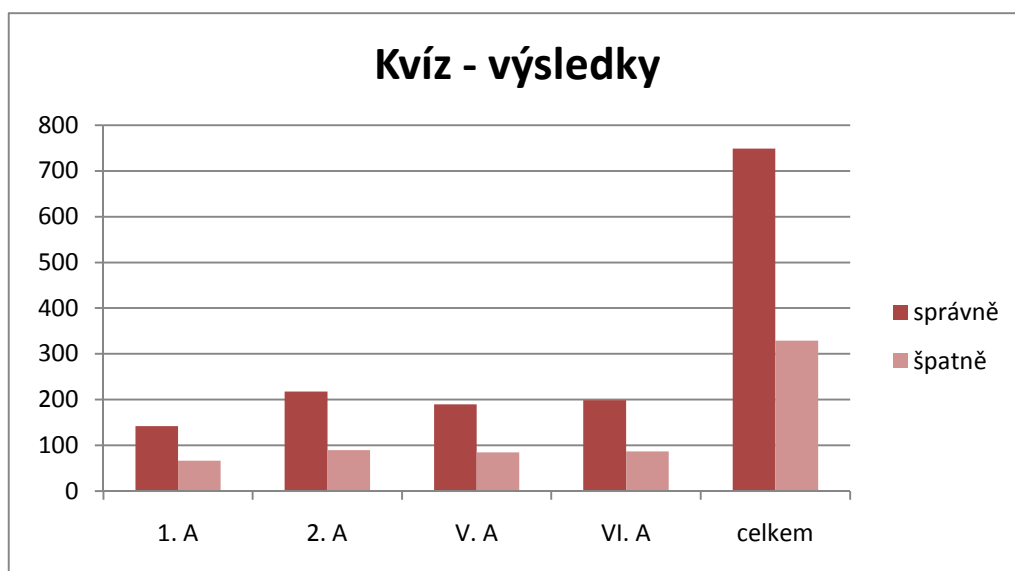
2.2 Environmentální výchova ve výuce

Cílem dnešního moderního vyučování je vychovat, vzdělaného, uvědomělého žáka, který dokáže samostatně myslet a vytvářet si vlastní názory na okolní svět. Zajímaly mne názory mých studentů a jejich představy o ekologických tématech.

Pro ilustraci jsem vytvořila jednoduchý dotazník. Je rozložen do dvou částí. První kvízová část se skládá z testových otázek se čtyřmi možnostmi odpovědí. Zdrojem otázek mi byl kvíz pro děti na stránkách ministerstva životního prostředí. [16]

Druhá část zjišťuje názory studentů na zapojení ekologie do výuky a testuje jejich znalost pojmu „Ekologická stopa“. Jeho podobu naleznete v příloze č. 1.

Dotazník jsem zadávala studentům 1. a 2. ročníku 4letého studia a 5. a 6. ročníku 8letého studia. Graf znázorňuje celkové počty správných a špatných odpovědí dotazovaných tříd.



Obr. 1: Četnost správných a špatných odpovědí v kvízové části dotazníku

Výsledná úspěšnost jednotlivých tříd byla následující:

první ročník čtyřletého studia	68 %
druhý ročník čtyřletého studia	71 %
pátý ročník osmiletého studia	69 %
šestý ročník osmiletého studia	70 %

Z výsledků vyplývá, že studenti byli nadprůměrně úspěšní v zodpovídání otázek.

Když se zaměřím na poměr správných a špatných odpovědí v jednotlivých třídách, řekla bych, že rozdíly odpovídají tomu, jak se studenti projevují i při výuce. V kvízové části byla nejvíce úspěšná třída 2. A, která je ve výuce považována za velmi aktivní a spolupracující třídu, co se týče vědomostí, je na vysoké úrovni.

V závěru dotazníku zodpovídali studenti otázku, zda by si přáli zapojit do studijního plánu i předmět „Ekologie“. Odpovědi „Ano“ bylo celkem 57 a 41 odpovědí „Ne“. U záporných odpovědí se několikrát objevila poznámka, že už těch předmětů mají i tak dost.

Jako poslední jsem v dotazníku cíleně uvedla otázku, zda vědí, co znamená pojem „Ekologická stopa“. Studenti z 95 % odpověděli slovem „Ne“. Pro ilustraci uvádím několik názorů studentů, které uvedli.

„Je to nějaký pozůstatek po zásahu při ochraně životního prostředí.“

„Mohla by to být oblast, kde se podnikne nějaká ekologická opatření a teď jsou ta místa lepší.“

„To je stopa, kterou po sobě zanechá člověk v životním prostředí.“

Ekologická stopa vyjadřuje následky našeho způsobu života na životní prostředí. Podle naší spotřeby zdrojů je možné vypočítat, jak velký prostor je potřeba, aby pro nás byly všechny tyto zdroje zajištěny. Stopa je vyjádřena v globálních hektarech. Globální hektar odpovídá produktivní ploše s globálně průměrnou produktivitou. Pro výpočet je možné použít některé z internetových počítadel. Více informací a jedno z počítadel lze nalézt i na internetové adrese [17]. Tuto adresu jsem po vyplnění dotazníku doporučila i studentům, kteří okamžitě zkoušeli svůj negativní vliv na životní prostředí, často s překvapivými výsledky.

Ekologická stopa se neurčuje pouze pro jednotlivce, ale i státy. Například na jednoho obyvatele České Republiky vychází 4,9 globálního hektaru. Obyvatel Německa potřebuje 4,5 gha, obyvatel Slovenska 3,2 gha, obyvatel Číny 1,6 gha, obyvatel Japonska 4,4 gha a obyvatel Spojených Států Amerických potřebuje 9,6 gha. [17]

Environmentální výchova se v dnešní době netýká pouze ochrany, životního prostředí, jak je často milně definována. Jedná se o životní postoj, o úctu a respekt k přírodě. Jedním z jejích cílů je výchova k trvale udržitelnému životu. Jedná se o pochopení následků našeho jednání a životu nejen přítomností, ale i pro budoucnost a pro další generace.

2.3 Environmentální výchova ve výuce matematiky

V současné době je kladen velký důraz na efektivnost a praktickou využitelnost informací, získaných žákem během výuky. Vyučující se pokouší vytvářet tzv. mezipředmětové vztahy. Různými způsoby se snaží zapojit témata ostatních předmětů i do toho svého. Cílem je, aby si student vytvořil vazby mezi látkou více předmětů a získané vědomosti, tak pro něj byly pochopitelnější a více použitelné v životě nebo dalším studiu.

Environmentální výchova, je jedním z oborů, který lze zařadit do libovolného předmětu. Pokud se zaměříme na samotný termín, jedná se o obor zaměřený na životní prostředí člověka. Pokud se zamyslíte, zjistíte, že je toto téma, ve své širší podstatě, již dávno zapojeno do běžné výuky. Ať už se jedná o zeměpis, kde v největším množství získávají studenti informace o okolním světě, o biologii, jejíž hlavní náplní je studium organických i anorganických složek Země nebo o fyziku, zkoumající přírodní zákonitosti. Například i v cizích jazycích se dozvídáme o způsobu života zahraničních kultur, dějepis nám odhaluje vliv přírodních podmínek na chování člověka z historického hlediska atd. Ani matematika nezůstává pozadu. Ve starších verzích učebnic matematiky naleznete některé úlohy týkající se například soutěží dětí ve sběru papíru, sběru hub nebo přírodovědných výletů a škol v přírodě. Úloh s tímto tématem zaměřených na střední školy bohužel není mnoho. Ani v dnešní době jich, bohužel není příliš k nalezení.

Během hledání literatury pro svou diplomovou práci jsem se setkala s několika publikacemi spojujícími matematiku s environmentální výchovou, jednalo se však vždy o publikace pro základní školy. První i druhý stupeň se svými okruhy výuky pro toto téma doslova nabízí.

Následují ukázky několika z nich.

Úloha pro 3. ročník ZŠ [13]:

„Hovoříme-li o vodě, které znáte jednotky objemu (ml, l, hl)? Jaké mezi nimi existují převodové vztahy?“

$$650 \text{ l} = \dots \text{hl} \dots \text{l}$$

$$354 \text{ l} = \dots \text{hl} \dots \text{l}$$

atd. [13]

Úloha pro 7. ročník ZŠ [2]:

„Jestliže je v druhém nejlidnatějším státě světa – Indii roční přírůstek obyvatel asi 2 % za rok, za jak dlouho se populace zvýší o 25 % (přelidnění)?“

V zadání matematických úloh dostávají žáci informace nenásilnou formou, po vypočítání úlohy se student dostává do druhé roviny, seznámení se s environmentálním pojmem nebo problémem, který odpovídá skutečnosti. Nejedná se tedy o formu, musíš se naučit definici pojmu, tyto informace musíš znát, ale tím, že vypočítáš úlohu, získáš navíc praktickou informaci ze života. Velké množství studentů si pamatuje lépe informace, které se dozvěděli jakoby náhodou. Následující úlohy Vám mají ilustrovat, jak zapojit environmentální výchovu do výuky na střední škole. Jednotlivé tematické celky na sebe musí navazovat, platí to jak pro ty odborné, matematické, tak pro ty environmentální.

3 1. ročník

Každý tematický celek z environmentální výchovy, pokud je zapojen do jiného předmětu, než je samotná Ekologie, by měl navazovat na související vědomosti z jiných předmětů, především z biologie a zeměpisu.

V prvním ročníku středních škol je v tematickém plánu předmětů biologie a zeměpis nauka o Zemi, jejích základních částech a struktuře, včetně základní struktury organismů a především rostlin. Budeme se tedy zabývat základními stavebními jednotkami živé a neživé sféry planety a jejich vzájemnými vztahy a vlivy.

Ani v environmentální výchově nelze začít bez vysvětlení některých základních pojmů. Pokusila jsem se vytvořit úlohy, které by alespoň některé z těchto pojmů vysvětlovali a seznamovali s nimi studenty. Environmentální výchova se zabývá širokou škálou témat, všechna se mi do úloh bohužel zahrnout nepodařilo.

Některé z těchto příkladů jsem vyzkoušela přímo ve výuce.

3.1 Číselné obory

Informace pro vyučující týkající se této kapitoly:

- **Pracovní list:** „Planeta Země“ (Příloha č. 2)
- **Cíl:** seznámit studenty s jednotlivými obory čísel a vytvořit pro ně definice, zopakovat základní početní úkony při řešení jednoduchých úloh.
- **Pomůcky:** pracovní list, sešit, u některých úloh i kalkulačka.

Metodická poznámka

Výuce číselných oborů jsou většinou věnovány jedny z prvních hodin se studenty na začátku roku, téma může vést k debatě, seznámení se studenty a s jejich názory.

3.1.1 Přirozená čísla

Téma

Naším domovem je planeta Země, proto bychom o ní měli vědět co nejvíce informací. Řekněme si proto několik číselných údajů.

Určitě ze základní školy víte, že povrch Země je $510\,000\,000\text{ km}^2$, z toho $149\,000\,000\text{ km}^2$ zabírá souš a $361\,000\,000\text{ km}^2$ světový oceán (všechny hodnoty jsou přibližné).

■ Úloha č. 1

Vypočítej, kolik procent z celkového povrchu Země tvoří souš a kolik procent tvoří světový oceán, výsledné hodnoty zaokrouhli na jednotky.

Řešení

Student počítá procentuální zastoupení povrchů pomocí trojčlenky (opakování ze základní školy).

1) Procentuální zastoupení souše

↑	510 000 000.....	100 %	↑
	149 000 000.....	x %	

$$\frac{x}{100} = \frac{149\,000\,000}{510\,000\,000}$$

odkud

$$x = \frac{149}{510} \cdot 100$$

$$x = 29,215\,686\,\%$$

po zaokrouhlení

$$x = 29\,\%$$

Souš tvoří 29 % z celkového povrchu Země.

1. ročník

2) Procentuální zastoupení světového oceánu

510 000 000.....	100 %
361 000 000.....	x %

$$\frac{x}{100} = \frac{361\,000\,000}{510\,000\,000}$$

odkud $x = \frac{361}{510} \cdot 100$

$$x = 70,784\,313 \%$$

po zaokrouhlení $x = 71 \%$

Světový oceán tvoří 71 % celkového povrchu Země.

Studenti mohou provést zkoušku sečtením obou procentuálních hodnot, čímž získají 100 %, neboli celek.

Metodické poznámky

V našich výpočtech se objevuje několik čísel. Hodnoty délky a povrchu jsou vždy kladná čísla, v našem případě celá kladná čísla. Taková čísla se nazývají přirozená. Přirozená čísla jsou všechna celá kladná čísla, která slouží k vyjádření počtu. Obor přirozených čísel značíme $\mathbb{N}$.

3.1.2 Celá čísla

Téma

Proto, aby mohl na povrchu Země existovat život, musí být zachovány určité životní podmínky. Jednou ze základních životních podmínek je dostatek vody. Z přírodopisu víte, že je Země součástí Sluneční soustavy. Obíhá okolo Slunce ve vzdálenosti mezi 147 milionů km, když je nejbližší, až 152 milionů km, když je nejdále. Díky sklonu zemské osy, rovnoměrnému pohybu a

1. ročník

dostatečné vzdálenosti od Slunce je na Zemi vždy dostatek vody. V případě, že by se příliš přiblížila ke Slunci, zvýšením teploty na Zemi by se voda nadměrně vypařovala, v opačném případě by nízká teplota způsobila přeměnu veškeré vody na led.

Slunce je tedy naším hlavním zdrojem tepla i života na Zemi. Dostatek slunečního záření zajišťuje na Zemi průměrnou teplotu $15\text{ }^{\circ}\text{C}$. Nejvyšší teplota ve stínu, $57\text{ }^{\circ}\text{C}$, byla naměřena v Al Azízi v západní Lybii, nejnižší teplota, $-89\text{ }^{\circ}\text{C}$, byla zaznamenána na výzkumné stanici Vostok na Antarktidě. A jak je na tom česká republika? Nejvyšší teplota, $40\text{ }^{\circ}\text{C}$, byla u nás naměřena v Praze, nejnižší, $-42\text{ }^{\circ}\text{C}$, v Litvínovicích u Českých Budějovic.

■ Úloha č. 2

V textu se objevují dva druhy hodnot, hodnoty kladné a hodnoty záporné. Co určují záporné hodnoty?

Řešení

Záporné hodnoty znázorňují teploty pod nulou, tedy o kolik stupňů je teplota nižší než nula. Označují změnu, pokles.

Metodické poznámky

Záporná čísla nepatří do oboru přirozených čísel, řadíme je do oboru celých čísel. Celá čísla umožňují vyjádřit počty a jejich změnu, například úbytek. Řadíme mezi ně přirozená čísla, čísla k nim opačná (záporná čísla) a číslo nula. Obor celých čísel značíme písmenem $\mathbb{Z}$.

Debata

Je možné rozvést debatu o teplotních pásích Země, které mapují teplotní rozdíly na Zemi

3.1.3 Racionální čísla

První odhad obvodu Zeměkoule pocházejí z třetího století před naším letopočtem. Jejich autorem byl Eratostenes, knihovník z Alexandrie, tehdejšího hlavního města Egypta. Při měření používal pravděpodobně jako jednotky délky egyptská stádia. Jeho měření by odpovídalo 39 960 km. [20]

V dnešní době, díky postupu techniky víme, že Země není pravidelná koule, ale rotační elipsoid a její obvod na rovníku je 40 075 kilometru.

■ Úloha č. 3

Vypočítej jak se odhad Eratostena lišil od odhadu dnešních vědců. Rozdíl vyjádři v procentech.

Řešení

Výpočet rozdílu provedeme odečtením hodnot.

$$40\,075 - 39\,960 = 115 \text{ km}$$

Odhad Eratostena se lišil o 115 km.

Výpočet části z celku získáme porovnáním hodnot v metrech:

$$\text{rozdíl} / \text{skutečný obvod} \cdot 100.$$

Konkrétně

$$\frac{115}{40\,075} \cdot 100 = \frac{23}{8015} \cdot 100 = 0,287 \%$$

Odhad se lišil o 0,287 %.

Metodické poznámky

V této úloze jsme se setkali se zlomky a s desetinnými čísly, která nepatří ani do přirozených ani do celých čísel. Setkáváme se s oborem Racionálních čísel.

1. ročník

Racionální čísla používáme k vyjádření částí celku, celků a jejich částí nebo jejich změn. Je to každé číslo, které patří zároveň do celých čísel nebo jej můžeme zapsat ve tvaru zlomku $\frac{p}{q}$, p je číslo celé a q je číslo přirozené a obě čísla jsou nesoudělná. Zlomek lze vyjádřit i desetinným číslem.

Obor racionálních čísel značíme písmenem $\mathbb{Q}$.

3.1.4 Reálná čísla

■ Úloha č. 4

V předchozí úloze jsme vypočítali rovníkový obvod Země. Vypočítejte obsah jejího rovníkového řezu.

Řešení

Stále předpokládáme, že má Země tvar pravidelné koule.

Známe obvod, počítáme poloměr

$$o = 2\pi r$$

$$40\,075,004 = 2\pi r$$

$$r \doteq 6\,381 \text{ km}$$

Známe poloměr, můžeme vypočítat obsah.

$$S = \pi r^2$$

$$S = \pi \cdot 6\,381$$

$$S \doteq 20\,036 \text{ km}^2$$

Obsah rovníkového řezu je přibližně roven 20 036 km².

Metodické poznámky

Kromě racionálních čísel rozlišujeme ještě iracionální čísla, do kterých patří desetinná čísla s nekonečným desetinným rozvojem.

1. ročník

Reálná čísla jsou sjednocením iracionálních a racionálních čísel, jsou tedy souhrnem všech oborů čísel. Udávají vyjádření měření délek, obsahů, objemů, fyzikálních stavů těles a jejich změn. Obor reálných čísel značíme $\mathbb{R}$.

3.1.5 Závěrečné shrnutí, opakování

■ Úloha č. 5

Číselné obory jsou jako slupky vrstvy Zeměkoule. Postupně se nabalují na sebe. Nakresli si obrázek Zeměkoule do sešitu. Zkus pojmenovat všechny vrstvy Země (geologické vrstvy), přiřadit jim správný obor hodnot a zapsat do něj následující hodnoty.

$$-1, ; \sqrt{2}; \sqrt{4}; 1,5; \frac{3}{5}; 0, \overline{66}; 1\frac{1}{8}; 185 - 197; 0; \sin 90^\circ$$

Metodické poznámky

Uvedené hodnoty, které mají studenti umístit do nákresu, jsou pouze ilustrační. Hodnoty mohou být například výsledky opakovacích příkladů. Je možné v této úloze zopakovat některou z problémových látek, jako je například práce se zlomky.

3.2 Výroky

3.2.1 Výrok a jeho pravdivostní hodnoty

Informace pro vyučující týkající se této kapitoly:

- **Pracovní list:** „Přírodní zdroje“ (Příloha č. 4)
- **Cíl:** zavedení pojmu výrok, jeho pravdivostními hodnoty a negace výroku.
- **Pomůcky:** pracovní list, sešit.

Tematické podklady čerpány z publikace T. Matějčka [5].

Metodické poznámky

Veškeré suroviny a síly z přírody, které člověk využívá ke svému životu, nazýváme přírodními zdroji.

■ **Úloha č. 1**

Rozhodni o pravdivosti následujícího tvrzení.

„Mezi přírodní zdroje řadíme například sluneční záření, vodu, vítr, dřevo, uhlí, zemní plyn nebo ropu.“

Řešení

Věta je pravdivá, všechny tyto zdroje nalezneme v přírodě a člověk je neustále využívá.

Metodické poznámky

Toto tvrzení je výrok.

Výrok je každé tvrzení, u kterého můžeme rozhodnout, zda je pravdivý nebo ne. Značíme jej malými písmeny abecedy.

Věta je pravdivá, tedy označíme její pravdivostní hodnotu číslem 1.

■ **Úloha č. 2**

Přírodní zdroje rozdělujeme na obnovitelné a neobnovitelné. Za neobnovitelný zdroj, považujeme takový přírodní zdroj, jehož spotřeba je daleko rychlejší než obnova.

Rozhodni, zda je následující tvrzení výrok, pokud ano urči jeho pravdivostní hodnotu.

A: Uhlí, ropa a zemní plyn patří mezi obnovitelné přírodní zdroje.

Řešení

Je to výrok a není pravdivý.

Metodické poznámky

Pravdivostní hodnotu nepravdivého výroku značíme 0.

■ **Úloha č. 3**

Rozhodni, zda je následující tvrzení výrok, pokud ano urči jeho pravdivostní hodnotu.

B: Je voda neobnovitelný přírodní zdroj?

Řešení

Nejedná se o výrok.

Studenti nejspíš v první chvíli rozhodnou, že se jedná o nepravdivý výrok, ale nejedná se o tvrzení nýbrž otázku. Uvedená věta je však otázkou.

Debata

Studenti mají za úkol samy navrhnout, které přírodní zdroje jsou obnovitelné, které nejsou a proč.

■ **Úloha č. 4**

Sluneční záření je pro nás jedním z nejdůležitějších přírodních zdrojů. Díky němu vzniklá mnoho jiných zdrojů. Například uhlí, nebýt slunečních paprsků, neprobíhala by u rostlin fotosyntéza. Díky fotosyntéze v prvohorách, přibližně 300 milionů let před naším letopočtem, přežívaly například zelené plavuně, ze kterých se později staly fosílie, dnešní fosilní paliva.

Sluneční energii využíváme i přímo. Rozsáhlé sluneční elektrárny sbírají sluneční záření a přetvářejí ho na elektřinu, kterou využíváte například k provozu vašeho počítače nebo rozsvícení lampičky.

1. ročník

Rozhodni, zda jsou následující tvrzení výroky, pokud ano, urči jejich pravdivostní hodnotu.

C: Využívat sluneční záření můžeme pouze díky rozsáhlým slunečním elektrárnám.

Řešení

Nepravdivý výrok.

■ Úloha č. 5

Pozměňte tvrzení na výrok s opačnou pravdivostní hodnotou.

Řešení

C': Využívat sluneční záření můžeme i díky slunečním panelům u nás doma.

Studenti si jistě vzpomenou na solární panely umístěné na střeších domů v okolí jejich bydliště.

Metodické poznámky

Negací výroku A je výrok A', který má opačnou pravdivostní hodnotu.

■ Úloha č. 6

D: Sluneční elektrárny jsou ekologičtější než například jaderné elektrárny.

Řešení

Pravdivý výrok.

Debata

Vysvětlíme studentům, na jakém principu funguje jaderná elektrárna, jaké jsou nevýhody oproti sluneční elektrárně.

■ **Úloha č. 7**

E: Sluneční paprsky se nemohou akumulovat v zimě, když napadne sníh ani v noci.

Řešení

Výrok není pravdivý. Sluneční panely roztaví napadaný sníh a mohou dále akumulovat světlo.

■ **Úloha č. 8**

F: Elektřinu můžeme získat i z vodních zdrojů.

Řešení

Pravdivý výrok.

Debata

Jakým způsobem lze elektřinu z vodního zdroje získat? Například stavěním přehrad na řekách, využitím přílivu. Ani tyto elektrárny nejsou zcela ekologické. Při stavění přehrady měníme ráz krajiny v okolí řeky, nad hrází se ve vodě hromadí veškeré živiny, naopak pod hrází je živin a minerálů ve vodě nedostatek, mění se i životní rytmus živočichů v řece. energii tedy můžeme získávat i z jiných zdrojů než ze slunce, například z vody nebo větru.

■ **Úloha č. 9**

G: Větrné elektrárny v České Republice nemáme, jsou stavěny jen v Dánsku a Nizozemsku, kde nejsou žádná pohoří.

Řešení

Nepravdivý výrok. Větrné elektrárny se u nás staví v nadmořské výšce vyšší než 500 m nad mořem s minimální rychlostí větru 5 m/s. Tyto podmínky splňují Jeseníky a Krušné Hory.

■ **Úloha č. 10**

H: Vyčerpání neobnovitelných zdrojů nám nehrozí, máme jich nadbytek.

Řešení

Nepravdivý výrok.

Opak je pravdou. Od roku 2007 platí v Evropské Unii dohoda o větším využívání obnovitelných zdrojů. Cílem do budoucna je: „Snažit se využívat obnovitelné zdroje alespoň z 20 %.“

Debata

Zkuste poradit našim politikům a vymyslete vlastní strategii, jak by měla Česká Republika snížit spotřebu neobnovitelných zdrojů, jak omezit jejich spotřebu nebo jakými obnovitelnými zdroji je nahradit.

Jakým způsobem můžete sami přispět ke snížení spotřeby přírodních zdrojů, zvláště těch neobnovitelných.

3.2.2 Složené výroky

Informace pro vyučující týkající se této kapitoly:

- **Pracovní list:** Přírodní zdroje 2 (Příloha č. 5)
- **Cíl:** Procvičit určování pravdivostních hodnot složených výroků.
- **Pomůcky:** pracovní list Přírodní zdroje 2 (Příloha č. 5), sešit.
Tematické podklady čerpány z publikace T. Matějčka [5].

Metodické poznámky

Definice složeného výroku: Jedná se o spojení dvou výroků pomocí logické spojky „a“, „nebo“, „jestliže..., pak...“, ...právě tehdy, když...“

Na základě pravdivostních hodnot jednotlivých výroků rozhodujeme o pravdivostní hodnotě celého složeného výroku. Každá spojka má svá

1. ročník

specifická pravidla pro určení pravdivostní hodnoty složeného výroku. U každého typu složených výroků je uvedena tabulka pravdivostních hodnot. Na jejím základě mají studenti za úkol rozhodnout o pravdivostních hodnotách konkrétních výroků.

3.2.2.1 Konjunkce

Metodické poznámky

Studenti se řídí uvedenou tabulkou pravdivostních hodnot.

A	B	$A \wedge B$
1	1	1
1	0	0
0	1	0
0	0	0

■ Úloha č. 1

Dalším důležitým obnovitelným přírodním zdrojem je voda.

Rozhodni o pravdivosti následujících výroků.

V1: Voda tvoří více než $\frac{2}{3}$ zemského povrchu a člověk bez ní nepřežije déle než 10 dní.

Řešení

Obě tvrzení jsou pravdivá. Celé souvětí je pravdivé.

Souvětí je spojené spojkou „a“, jedná se o konjunkci, postupně odhalíme pravdivostní hodnoty konjunkce.

■ **Úloha č. 2**

V2: Ve světovém oceánu je soustředěno nejvíce vody a jedná se převážně o sladkou vodu.

Řešení

První tvrzení pravdivé, druhé nepravdivé.

V případě spojky **a** musí být všechna tvrzení pravdivá, aby byla konjunkce pravdivá. Není možné, aby bylo jedno tvrzení pravdivé a zároveň druhé nepravdivé a celá konjunkce byla pravdivá.

■ **Úloha č. 3**

V3: V současnosti pouze méně než $\frac{1}{5}$ obyvatel na Zemi nemá přístup k nezávadné vodě a obyvatelé všech koutů Země žijí vždy v těsné blízkosti pitné vody.

Řešení

Pravdivá je první část výroku. V některých částech světa jsou zdroje pitné vody pro obyvatele tak vzdálené, že stráví až pět hodin denně jejím nošením. V současné době umírá každý rok přibližně 12 milionů lidí v důsledku nedostatku nezávadné pitné vody.

3.2.2.2 Disjunkce

Metodické poznámky

Studenti se řídí uvedenou tabulkou pravdivostních hodnot.

A	B	$A \vee B$
1	1	1
1	0	1
0	1	1
0	0	0

■ Úloha č. 1

V1: Pitná voda je získávána z neznečištěných pramenů nebo odsolováním mořské vody.

Řešení

Oba výroky jsou pravdivé, disjunkce je pravdivá.

Každá populace má různou spotřebu vody. Například průměrný Kanadán spotřebuje v domácnosti 350 l vody za den. Naopak v Bangladéši si jedna domácnost vystačí přibližně s 45 l vody denně. Jak je to se spotřebou u nás? V české republice spotřebuje jedna osoba v domácnosti necelých 120 l denně a tato hodnota stále klesá.

■ Úloha č. 2

Zkus zapřemýšlet, čím je u nás pokles denní spotřeby vody způsoben, rozhodni o pravdivosti následujících tvrzení.

V2: Obyvatelé České Republiky méně pijí a vaří z vody nebo začali šetřit vodu při koupání a sprchování.

Řešení

Pravdivá je pouze druhá část výroku. Největší spotřebu vody máme při koupání ve vaně (100-150 l vody/den), sprchování (60-80 l vody/den). [19] Například při splachování toalety spotřebujeme až 12 l za den. Když špatně uzavřete vodu a necháte kapat kohoutek, můžete přijít až o 4 l vody za hodinu.

Metodické poznámky

Za domácí úkol mohou studenti ověřit, při které činnosti spotřebují doma za den nejvíce vody.

■ Úloha č. 3

V3: Voda má obrovský význam pro regulaci podnebí nebo voda nemá s podnebím nic společného.

Řešení

Pravdivá je pouze první část výroku.

Voda má jedinečnou schopnost zadržovat teplo. Díky slunečnímu záření dochází na vodních hladinách k vypařování vody, ta se pak ve vyšších sférách ovzduší ochlazuje a vytváří oblačnost a mraky. Odtud se v podobě srážek opět vrací na povrch Země. Tomuto jevu říkáme koloběh vody a je pro veškerou vegetaci a živočichy velmi důležitý. Zkus se zamyslet, jaké všechny látky na sebe voda při průchodu ovzduším naváže a jak nás na Zemi ovlivňuje.

■ Úloha č. 4

V4: Pokud jsou vodní toky příliš pomalé, vadí to pouze vodákům při sjíždění řek nebo naopak, pokud jsou příliš rychlé, nemůže fungovat lodní doprava proti proudu řeky.

Řešení

Pravdivá není ani jedna část výroku. Jedná se spíše o úlohu pro pobavení.

Rychlost vodních toků nás také ovlivňuje. Příliš rychlé vodní toky se vylévají z vodních koryt a způsobují záplavy. Naopak přílišné zpomalení toků, způsobuje snížení hladiny vody a následné sucho a rozšiřování požárů. Vodní toky často regulujeme stavěním hrází. Každá hráz je zásadním zásahem do prostředí. Mění ráz krajiny a ovlivňuje živočichy a rostlinstvo v okolí.

Debata

Studenti mohou diskutovat o tom, pro které živé organismy je postavení hráze nejvíce nebezpečné a pro jaké naopak přínosem?

3.2.2.3 Implikace

Metodické poznámky

Studenti se řídí uvedenou tabulkou pravdivostních hodnot.

A	B	$A \Rightarrow B$
1	1	1
1	0	0
0	1	1
0	0	1

■ Úloha č. 1

O vodu a vodní toky kolem nás se musíme starat. Příroda, ačkoli je v oblasti čištění vody hodně aktivní, nevlastní žádnou čističku jako člověk. Měli bychom si tedy dávat velký pozor, co se do vody dostává. Je pravdivý následující výrok?

V1: Když v horní části potoka vylijí do vody lahev saponátu, všichni lidé u potoka pod námi budou mít čistou pitnou vodu.

Řešení

Jestliže je první část výroku pravdivá, pak druhá část bude určitě nepravdivá. V tomto případě je celý výrok nepravdivý. Uvědomme si, že příroda si s velkým množstvím chemikálií neumí poradit. Voda se sama nevyčistí.

■ Úloha č. 2

V2: Jestliže čistá voda je pro nás životně důležitá, tak bez čistého vzduchu určitě nepřežijeme.

Řešení

Obě tvrzení jsou pravdivá. Složený výrok je pravdivý.

Bez vody přežije člověk až 10 dní, jak dlouho vydrží bez vzduchu? Rozdělte se ve třídě do dvojic a zkuste si, bez podvádění, vzájemně změřit čas, po který vydržíte bez dýchání.

Výsledkem může být maximálně několik minut. Podle Guinnessovy knihy rekordů drží rekord v zadržení dechu němec Tom Sietas s časem 10 minut a 12 vteřin. Překonal by ho někdo z dětí?

3.2.2.4 Ekvivalence

Metodické poznámky

Studenti se řídí uvedenou tabulkou pravdivostních hodnot.

A	B	$A \Leftrightarrow B$
1	1	1
1	0	0
0	1	0
0	0	1

■ Úloha č. 1

Čisté ovzduší už jen tak někde nenajdeme. Všude, kde žijí lidé, je ovzduší ovlivněno jejich činností. Nemusíme mít doma například továrnu, abychom znečišťovali ovzduší. I obyčejně spalování zbytků, které nám vznikají na zahradě, uvolňuje do ovzduší oxid uhličitý a jiné nebezpečné látky. Popřemýšlej nad následujícím výrokem.

V1: Velkou měrou přispíváme ke znečištění ovzduší právě tehdy, když jezdíme často osobním automobilem.

Řešení

Výrok je pravdivý. Bezesporu největší podíl nás, obyčejných lidí, na znečištění ovzduší má automobilová doprava. Dalším významným znečišťovatelem jsou továrny. Nemalý podíl má i topení v domácnostech (záleží na způsobu vytápění).

1. ročník

■ Úloha č. 2

Největší vliv má znečišťování ovzduší na stav ozonové vrstvy, posilování skleníkového efektu a tvorbu kyselých dešťů.

V2: Ke zlepšení stavu ozonové vrstvy došlo, když bylo zakázáno používání freonů.

Řešení

Opět pravdivý výrok.

Debata

Jak můžeš ke zlepšení ovzduší přispívat ty sám?

3.3 Mocniny

Informace pro vyučující týkající se této kapitoly:

- **Pracovní list:** „Přírodní zdroje 3“ (Příloha č. 6)
- **Cíl:** vytvoření představy o mocninách čísel a neznámých.
- **Pomůcky:** pracovní list, sešit, prázdný list papíru, nůžky.

■ Úloha č. 1: „Musíme myslet na budoucnost...“

Jak už jsme si řekli, jedním ze zásadních ekologických problémů, který se naše společnost pokouší řešit je vyčerpání neobnovitelných zdrojů. Proč nám to vyčerpání vlastně hrozí?

Zkuste si představit, jak rychle spotřebováváme přírodní zdroje.

1. ročník

K úkolu budete potřebovat co největší list papíru a nůžky. Rozdělte se do skupin po 10-15, posedejte si do kruhu nebo se seřaďte do řady.

Na list papíru napište název vámi vybraného přírodního zdroje.

Každý člen vaší skupiny představuje jednu generaci lidí. První generace (první student) objevila vámi vybraný zdroj a ustříhne si z něj část, kterou spotřebovala. Každá další generace si, podle statistik o spotřebě přírodních zdrojů, spotřebuje oproti té předchozí dvojnásobek zdroje. Podle tohoto pravidla stříhejte papír dále. U které generace vám zdroj došel? Zamyslete se nad tím, jakým způsobem, lze zabránit předčasnému vyčerpání neobnovitelných zdrojů.

Jakým způsobem můžete zapsat postupnou spotřebu přírodních zdrojů?

Řešení

1. generace x

2. generace $2 \cdot x = 2x$

3. generace $2 \cdot (2 \cdot x) = 4x$

4. generace $2 \cdot [2 \cdot (2 \cdot x)] = 8x$

5. generace $2 \cdot \{2 \cdot [2 \cdot (2 \cdot x)]\} = 16x$

atd.

Metodické poznámky

U jednotlivých hodnot spotřeby si mohou studenti všimnout, že základem je vždy x a mění se pouze jeho koeficient – 2, 4, 8, 16... Navádíme studenty k nalezení společného základu hodnot a k zápisu hodnot pomocí mocnin dvou.

1. ročník

Řešení

Studenti zjišťují, že základem všech hodnot je číslo 2, postupně umocněné.

Přepisujeme předcházející hodnoty:

1. generace x

2. generace $2 \cdot x = 2x = 2^1x$

3. generace $2 \cdot (2 \cdot x) = 4x = 2^2x$

4. generace $2 \cdot [2 \cdot (2 \cdot x)] = 8x = 2^3x$

5. generace $2 \cdot \{2 \cdot [2 \cdot (2 \cdot x)]\} = 16x = 2^4x$

atd.

■ Úloha č. 2

Urči, jakou spotřebu by měla 24. generace.

Řešení

Studenty navedeme na zjištění, že exponent u čísla dvě je vždy o 1 menší než pořadové číslo generace. Dochází k tomu, protože v první generaci má číslo 2 hodnotu exponentu 0 ($2^0x = x$) a zjevuje se až v druhé generaci s hodnotou exponentu 1.

Exponent má vždy hodnotu $(n-1)$, kde n je pořadové číslo generace. 24. generace bude mít spotřebu přírodních zdrojů $2^{23}x$.

■ Úloha č. 3

Vymysli, jakým způsobem by se řešení změnilo, kdyby každá následující generace nespotřebovala dvojnásobek, ale tolikrát víc, kolik spotřebovala ta předchozí generace. Výsledné hodnoty zapiš pomocí mocnin.

1. ročník

Řešení

1. generace $x = x^1$

2. generace $x \cdot x = x^2$

3. generace $x \cdot (x \cdot x) = x^3$

4. generace $x \cdot [x \cdot (x \cdot x)] = x^4$

5. generace $x \cdot \{x \cdot [x \cdot (x \cdot x)]\} = x^5$

atd.

Tato úloha se liší tím, že je základ x násoben opět základem x . Hodnotou základu mocniny tedy nemusí být pouze reálné číslo, ale i samotná neznámá.

■ Úloha č. 4

Urči i v tomto případě, jaká bude spotřeba 24. generace.

Řešení

Násobíme základ základem, hodnota exponentu se proto zvětšuje již od první generace. Každá generace bude mít hodnotu exponentu n , kde n je pořadové číslo generace. 24. generace bude mít spotřebu x^{24} .

Metodické poznámky

Po obecném řešení lze uvést příklad spotřeby konkrétního neobnovitelného zdroje. Pokud chceme vycházet z reality, není volba zdroje jednoduchá, ve většině případů se jedná o příliš velká čísla.

3.4 Rovnice, nerovnice

3.4.1 Rovnice, nerovnice

Informace pro vyučující týkající se této kapitoly:

- **Pracovní list:** „Živé organismy“ (Příloha č. 7)
- **Cíl:** opakování úprav a řešení rovnic.
- **Pomůcky:** pracovní list, sešit.

Tematické podklady čerpány z publikace T. Matějčka [5] aj. Rajcharda [11].

■ Úloha č. 1

Vypočti následující rovnice. Pokud za správné výsledky dosadíš písmena z tabulky, dozvíš se téma dalšího probíraného okruhu z ekologie.

- 1) v Z: $2x - 4[x - 2(x + 2)] = 5x + 3$
- 2) v Q: $(8 - 3x)^2 + (5 - 4x)^2 - 6 = (9 - 5x)^2 + 20x - 4$
- 3) v R: $3[2(3x - 6) - 2(4x - 5) + 1] - 3 = 6[3 - 8(x - 3)]$
- 4) v R: $\sqrt{20}(1 + x) = 2\sqrt{5}(x - 1)$
- 5) v N: $3(x + 1)^2 + (x - 4)^3 = 101 + (x - 3)^3$
- 6) v R: $\frac{x+3}{x-3} + \frac{7x-15}{9-x^2} = \frac{x-3}{x+3}$
- 7) v R: $(12x + 3)^2 + (5x + 3)^2 = (13 + 4)^2$
- 8) v R: $5 - x = 3x - 7$
- 9) v Q: $\frac{1}{2}\left(3x - \frac{1}{2}\right) - \frac{1}{3}\left(4x - \frac{1}{3}\right) = \frac{1}{4}(6x - 5) - \frac{2}{3}$

Ø	4	5	$\frac{4}{3}$	-9	3	1	$\frac{1}{3}$
S	O	Y	M	E	É	T	K

Řešení

Při řešení rovnic používají studenti pouze základní úpravy, které by jim neměly činit problémy. Tuto úlohu jsem použila jako opakování před písemnou prací.

Dílčí výsledky:

1)	-9	6)	∅
2)	$\frac{1}{3}$	7)	1
3)	4	8)	3
4)	∅	9)	$\frac{4}{3}$
5)	5		

Výsledné slovo po přiřazení písmen výsledkům: EKOSYSTÉM.

Metodické poznámky

V zadání jsou uvedeny mimo jiné rovnice, v nichž provádí studenti roznásobení mnohočlenů a pracují s odmocninami. U těchto příkladů jsem se v předchozí výuce setkala s největšími problémy, proto jsou uvedeny.

Výhodou tohoto příkladu je variabilita zadání, každý vyučující může doplnit příklady, které potřebuje v danou chvíli procvičit nejvíce.

Studenty ve většině případů potěší luštění křížovky, která není na první pohled známá.

Po vyřešení by měla následovat debata. Význam slova ekosystém nebývá jasný všem studentů.

Ekosystém je přírodní celek, který vytvářejí společenstva živých organismů, žijících v daném prostředí, společně s neživým prostředím. Ekosystémem může být například i městské sídliště, jedná se o umělý ekosystém (jeho existence závisí na činnosti člověka). Studenti mohou zkusit vymyslet některé složky tohoto ekosystému a jejich vzájemnou závislost.

Debata

Je důležité studentům vysvětlit, že všechny složky jsou na sobě závislé nebo se nějakým způsobem ovlivňují. Například, když budou děti opakovaně šlapat na jedno místo trávníku, pravděpodobně na tomto místě po čase zůstane jen holá půda. Poničením travnatého porostu ubývá místo pro život drobného hmyzu. Tedy malým zásahem ovlivníme relativně velké množství živých organismů.

I sídliště, ač uměle vytvořené, je částí životního prostředí a přírody, i v něm nalezneme množství živých organismů. Pokud je jejich soužití oboustranně prospěšné, nazýváme ho symbiózou. Například život mravence a mšice, na první pohled jsou to živočichové, kteří nemají nic společného, opak je pravdou. Mšice se živí šťávou z rostlin, která obsahuje množství cukru. Přebytný cukr vylučují v podobě sladkého nektaru, který tvoří přibližně 50 % potravy mravence. Mravenci na oplátku poskytují úkryt pro vajíčka mšic ve svých hnízdech. Vzájemně prospěšný obchod.

3.4.2 Soustavy rovnic

Informace pro vyučující týkající se této kapitoly:

- **Pracovní list:** „Živé organismy 2“ (Příloha č. 8)
- **Cíl:** vytvoření představy o mocninách čísel a neznámých.
- **Pomůcky:** pracovní list, sešit.

Tematické podklady čerpány z publikace T. Matějčka [5] aj. Rajcharda [11].

Téma

„Starý Indický příběh vypráví o tom, jak jeden duchovní učitel nařídil svému žákovi, aby našel rostlinu, která nemá léčivé účinky. Žák hledal dlouhých 11 let, ale žádnou takovou rostlinu nenašel. Když se vrátil, vyprávěl o svém neúspěchu učiteli. Ten se ničemu nedivil. Vysvětlil mu totiž, že každá rostlina má v přírodě svůj význam a zároveň může být nějakým způsobem užitečná i pro člověka.“ ([5], str. 14)

■ Úloha č. 1

V tabulce se schovala prvočísla, najdi je a všechny vyškrtej. Zbylá čísla postupně vypiš do řady. Jedná se o druhé mocniny čísel, proto urči jejich základ. Tajenku získáš přiřazením písmene abecedy na příslušném pořadovém místě ke každé hodnotě základu. Získáš slovo, které se týká rozmanitosti živých organizmů v přírodě.

89	4	5	100	61	47
97	256	16	17	100	23
529	167	227	211	37	25
269	361	271	149	729	100
41	59	441	199	227	67

— — — — — — — — — — A

1. ročník

Řešení

Protože se v tabulce objevují i větší čísla, bylo by vhodné vysvětlit studentů, postup pro hledání prvočísel. Zkoušíme dělitelnost prvočísly od 1 až po první celé číslo menší než je druhá odmocnina zadaného čísla.

Nevyškrtaná čísla, která nejsou prvočísla, jsou zvýrazněna v tabulce.

89	4	5	100	61	47
97	256	16	17	100	23
529	167	227	211	37	25
269	361	271	149	729	100
41	59	441	199	227	67

Jejich odmocniny se postupně rovnají číslům: 2, 10, 16, 4, 10, 23, 5, 19, 27, 10 a 21.

Odpovídají jim tato písmena abecedy: B, I, O, D, I, V, E, R, Z, I, T.

Doplněním do tajenky vzniká slovo „Biodiverzita“.

■ Úloha č. 2

Biodiverzita znamená rozmanitost živé přírody neboli počet druhů živých organismů vyskytujících se na určitém území.

Celkové množství živých organismů, které žijí na Zemi, můžeme pouze odhadnout. Zkus si zahrát na vědce, napiš svůj vlastní odhad. Následující soustava ti odhalí, jaký je odhad zkušených biologů a kolik druhů už je skutečně popsáno. Počty druhů jsou uvedeny v miliónech.

$$5(3x + y) - 8(x - 6y) = 456$$

$$20(2x - 3y) - 13(x - y) = 1256$$

Řešení

Studenti si mohou vybrat metodu sčítací nebo vyjadřovací.
V následujícím postupu volíme vyjádření x z první rovnice.

$$5(3x + y) - 8(x - 6y) = 456$$

$$20(2x - 3y) - 13(x - y) = 1256$$

$$15x + 5y - 8x + 48y = 456$$

$$40x - 60y - 13x + 13y = 1256$$

$$7x + 53y = 456 \Rightarrow x = \frac{456 - 53y}{7}$$

$$27x - 47y = 1256$$

$$27\left(\frac{456 - 53y}{7}\right) - 47y = 1256 \quad / \cdot 7$$

$$-1760y = -3520$$

$$y = 2$$

$$x = \frac{456 - 106}{7}$$

$$x = 50$$

Řešením je uspořádaná dvojice $[50, 2]$.

Předpokládaný počet všech druhů na Zemi je 50 milionů a popsány byly pouze přibližně 2 miliony druhů. Jak dobře jsi odhadl situaci?

■ **Úloha č. 3**

Pokud jsi tipoval dobře, nebude pro tebe problém odhadnout na jakém místě na světě je soustředěno nejvíce druhů živých organizmů a jakou část z celkového počtu tvoří. Pokud jsi netipoval správně, máš druhou šanci k vylepšení svého odhadu. Správné řešení ti odhalí následující soustava.

$$y + 2(y + 1) = 2(x + 1)$$

$$\frac{(1 - x)}{6} + \frac{(y + 2)}{2} = \frac{(x + 7)}{6}$$

Řešení

Studenti si mohou vybrat metodu sčítací nebo vyjadřovací. V následujícím postupu volíme sčítací metodu.

$$y + 2(y + 1) = 2(x + 1)$$

$$\frac{(1 - x)}{6} + \frac{(y + 2)}{2} = \frac{(x + 7)}{6}$$

$$y + 2y + 2 = 2x + 2$$

$$1 - x + 3y + 6 = x + 7$$

$$3y + 2 = 2x + 2$$

$$7 + 3y - x = x + 7 \quad / \cdot (-1)$$

$$3x - 2y = 0$$

$$-3y + 2x = 0$$

$$0 = 0$$

1. ročník

Rovnost je pravdivá, za neznámé x a y lze dosadit jakékoliv číslo z množiny $\mathbb{R}$. Volíme neznámou x , s její pomocí vyjádříme y například z první rovnice.

$$y = \frac{2}{3}x$$

Řešením je uspořádaná dvojice $\left[x, \frac{2}{3}x\right]; x, y \in \mathbb{R}$.

■ Úloha č. 4

Počet druhů živých organismů žijících v České Republice ti prozradí následující úloha. Počet druhů je vyjádřen dvojčiferným číslem. Součet jeho cifer je roven 6. Součin tohoto čísla s číslem, které vznikne převrácením pořadí číslic, je 360. Urči hledané dvojčiferné číslo, které udává počet v tisících.

Řešení

Hledané dvojčiferné číslo se skládá z neznámých cifer x a y . Ze zdání vytvoříme následující soustavu rovnic:

$$x + y = 6$$

$$(x \cdot 10 + y \cdot 1) \cdot (y \cdot 10 + x \cdot 1) = 360$$

Vyjádříme druhou cifru y :

$$y = 6 - x$$

Dosadíme do druhé upravené rovnice: $101xy + 10y^2 + 10x^2 = 360$

$$101(6 - x)x + 10(6 - x)^2 + 10x = 360$$

$$x \cdot (x - 6) = 0$$

1. ročník

Řešením jsou dvě hodnoty $x_1 = 0 \wedge x_2 = 6$. V případě první hodnoty by nevzniklo dvojčíferné číslo, proto je řešením pouze druhý kořen. Dopotátáme druhou cifru.

$$y = 6 - 6 = 0$$

Hledané dvojčíferné číslo je číslo 60.

Počet druhů živých organizmů, které žijí v České republice je přibližně 60 tisíc.

3.5 Užití Pythagorovy věty

Informace pro vyučující týkající se této kapitoly:

- **Pracovní list:** „Země a Měsíc“ (Příloha č. 9)
- **Cíl:** opakování znalostí základní školy.
- **Pomůcky:** pracovní list, sešit, kalkulačka.

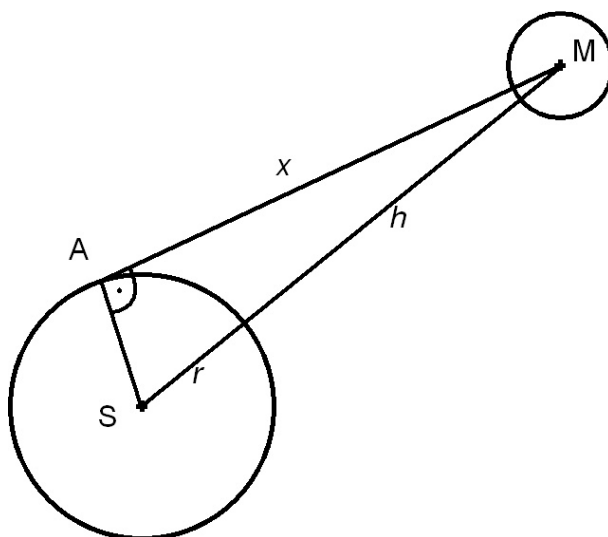
■ Úloha č. 1

Součástí sluneční soustavy je i nám nejbližší planeta – Měsíc.

Představ si, že stojíš na libovolném místě na rovníku, je večer a na horizontu právě vychází Měsíc. Vypočítej, jak daleko od tebe se v tu chvíli nachází střed Měsíce. Střední vzdálenost středu Měsíce od povrchu Země je 384 399 km. Pro naše výpočty předpokládáme, že má Země tvar koule a její rovníkový průměr je 12 756 km. [1],[18]

Řešení

Střed Měsíce je na horizontu vidět pod výškovým úhlem 0° . Hledaná vzdálenost AM je tečnou k Zemi v bodě A , a je kolmá k poloměru Země neboli spojnici AS na našem náčrtku. Spojnice SM představuje součet poloměru Země a vzdálenosti středu měsíce od povrchu Země.



$$x^2 = (r + h)^2 - r^2$$

$$x = \sqrt{2hr + h^2}$$

$$x = \sqrt{2 \cdot 384\,399 \cdot 6\,378 + 384\,399^2}$$

$$x \doteq 390\,725 \text{ km}$$

Vzdálenost studenta od středu Měsíce je 390 725 km.

■ **Úloha č. 2**

Vypočítej, jak vysoko by musel být člověk, který stojí na opačné straně zeměkoule, aby také viděl na horizontu zapadat Měsíc. K výpočtu použij hodnoty z předchozí úlohy. Pro zjednodušení výpočtů zaokrouhli všechny hodnoty na tisíce.

Řešení

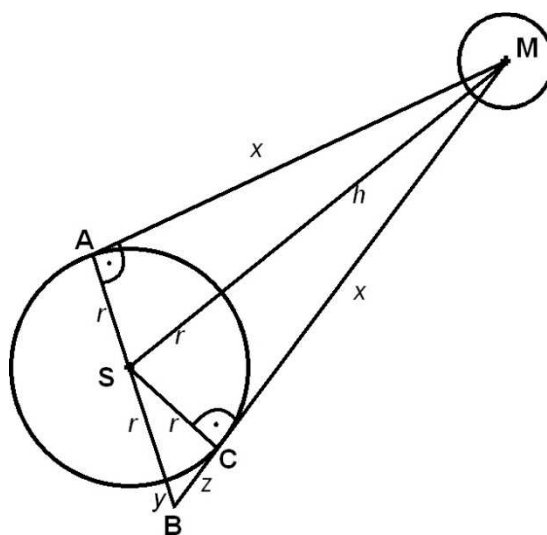
Tato úloha je spíše dobrovolná, studenti počítají s vysokými čísly. Vyzkoušela jsem ji v praxi a nesetkala jsem se od studentů s přílišným nadšením ani po zaokrouhlení hodnot na tisíce.

Hodnoty, které potřebujeme k výpočtu:

rovníkový průměr Země 12 756 km

rovníkový poloměr Země $r = 6\,378 \text{ km} \doteq 6 \text{ tisíc km}$

vzdálenost studenta od středu Měsíce $x = 390\,725 \text{ km} \doteq 391 \text{ tisíc km}$



Délky z a y neznáme, k jejich výpočtu potřebujeme dvě rovnice. Využijeme znalostí Pythagorovy věty a vlastností trojúhelníků BMA a BSC.

Prozatím řešíme obecně:

$$\triangle BAM: (2r + y)^2 + x^2 = (x + z)^2$$

$$\triangle BCS: (r + y)^2 = r^2 + z^2$$

$$4r^2 + 4ry + y^2 = 2xz + z^2$$

$$2ry + y^2 = z^2$$

1. ročník

Pro eliminaci neznámých rovnice odečteme a vyjádříme známou z:

$$z = \frac{2r^2 - ry}{x}$$

Neznámou dosadíme do druhé rovnice a po úpravě získáme kvadratickou rovnici pro neznámou y:

$$y^2(x^2 - r^2) + y(2rx^2 + 4r^3) - 4r^4 = 0$$

Dosadíme konkrétní hodnoty za neznámé r a x:

$$y^2(391^2 - 6^2) + y(2 \cdot 6 \cdot 391^2 + 4 \cdot 6^3) - 4 \cdot 6^4 = 0$$

$$152\,845 \cdot y^2 + 1\,834\,788 \cdot y - 5\,184 = 0$$

Pokud se studenti propočítají velkými čísly, získají přibližnou rovnici kořenů:

$$y_{1,2} = \frac{-1\,834\,788 \pm 1\,835\,651}{305\,690}$$

Záporná hodnota nebude odpovídat výšce, proto nás zajímá pouze kladná hodnota.

$$y \doteq \frac{863}{305\,690} \doteq 0,0028 \text{ tisíc km} \doteq 2,8 \text{ km}$$

Přibližná výška, ve které by se student musel nacházet, je 2,8 km.

4 2. ročník

Metodická poznámka

Lidská populace má od svého vzniku nejdrtivější dopad na kvalitu životního prostředí na Zemi. Postupem času síla jeho vlivu stoupá díky stále novým technologiím a náročnějšímu způsobu života. Dá se říci, že pod jeho vlivem prochází Země jednotlivými cykly stárnutí. V poslední době reaguje na jakýkoli negativní podnět z naší strany a stále častěji na něj reaguje v podobě zemětřesení a teplotních výkyvů. V následující kapitole si uvedeme úlohy, které se zabývají dopady našeho jednání na životní prostředí.

4.1 Funkce

Informace pro vyučující týkající se této kapitoly:

- **Pracovní list:** „Biodiverzita“ (Příloha č. 10)
- **Cíl:** opakování určení rovnice lineární funkce, její grafické znázornění.
- **Pomůcky:** pracovní list, rýsovací potřeby, sešit.

Tematické podklady čerpány z publikace T. Matějčka [5] a J. Rajcharda [11].

4.1.1 Lineární funkce

Téma

V dnešní době ovlivňujeme rozmanitost přírody právě my, lidé. Díky naší činnosti vyhyne, podle různých odhadů, každý rok 20-50 tisíc druhů živých organismů. Rychlost jejich vymírání v důsledku lidské činnosti je v některých případech až stokrát vyšší než přirozená úmrtnost. K nejčastějším příčinám úbytku živočišných druhů patří zánik přirozených stanovišť, zavlečení geograficky nepůvodních druhů a nadměrný lov.

2. ročník

Kromě živočichů ubývají v důsledku lidské činnosti i rostlinné druhy. Negativní dopad je nejvíce zřetelný v případě úbytku tropických deštných pralesů.

„Plíce světa“, jak se deštným pralesům přezdívá, jsou pro nás bohatým zdrojem kyslíku. Díky fotosyntéze, při které kyslík uvolňují do ovzduší, naopak spotřebují obrovské množství, pro nás škodlivého, oxidu uhličitého.

Od počátku 20. století zmizelo ze zemského povrchu více než 50 % původní rozlohy pralesů.

Konkrétně v polovině 20. století, tvořila celková rozloha 16 milionů km². V roce 2000 to byla už jen necelé polovina. Od roku 1950 tvoří úbytek přibližně 200 000 km² za rok. Jedná se tedy přibližně o 20 fotbalových hřišť ročně.

■ Úloha

Sestav závislost úbytku na čase za předpokladu, že se jedná o lineární funkci. Načrtni graf, tohoto vývoje.

Zkus určit, v jakém roce by byly lesy zcela vykáceny, pokud by úbytek pokračoval stejným tempem.

Řešení

Víme, že hodnota $x \geq 1950$. V roce 1950 byla plocha lesů 16 milionů km². V dalších letech klesala vždy o 0,2 milionu km².

Sestavíme rovnici:

$$y = b - 0,2x$$

Dosazením hodnot z roku 1950 získáme koeficient b:

$$16 = b - 0,2 \cdot 1950$$

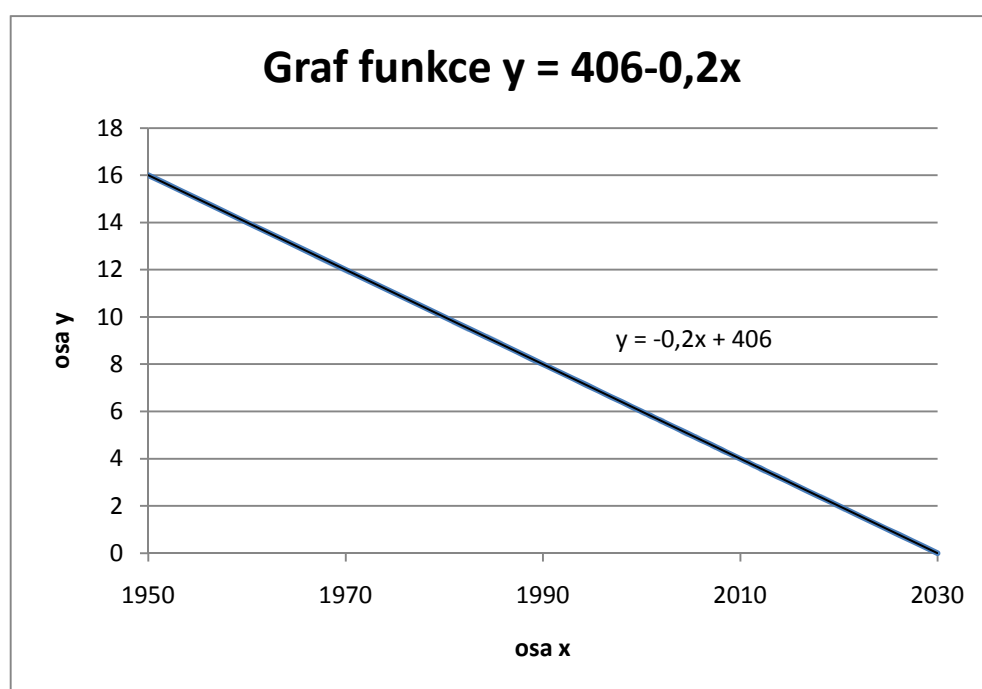
$$b = 406$$

2. ročník

Dostáváme předpis funkce:

$$y = 406 - 0,2x$$

Vytvoříme graf lineární funkce. Na ose y znázorníme hodnotu velikosti plochy, na ose x čas.



Dopočítáme, v kterém roce by došlo k úplnému vykácení:

$$0 = 406 - 0,2x$$

$$x = 2030$$

Naprosté vykácení pralesů nám tímto tempem hrozí v roce 2030.

Debata

I v České Republice najdeme pozůstatky pralesa, nejedná se o deštný, ale smíšený. Máme jich celkem 12 a zabírají plochu přibližně 921 km². Mezi nejznámější patří Žofínský prales, Boubínský prales a CHKO Beskydy.

Pralesy nejsou jen velkou továrnou na kyslík, ale díky své bohaté a velmi rozmanité vegetaci jsou zdrojem množství léčivých rostlin, z nichž vyrábíme léky.

4.1.2 Kvadratické funkce

Informace pro vyučující týkající se této kapitoly:

- **Pracovní list:** „Ovzduší“ (Příloha č. 11)
- **Cíl:** opakování určení rovnice kvadratické funkce, její grafické znázornění.
- **Pomůcky:** pracovní list, rýsovací potřeby, sešit.

Tematické podklady čerpány z publikace T. Matějčka [5].

Téma

Jedním z největších globálních problémů je znečištění ovzduší. V důsledku průmyslového rozvoje a automobilové dopravy se do ovzduší dostává velké množství zplodin. Tyto látky v místě jejich vzniku nazýváme emise.

Do ovzduší se dostávají převážně skleníkové plyny, patří mezi ně oxid uhličitý, metan a oxid dusný. Skleníkové plyny jsou důležité pro tzv. skleníkový efekt, který je pro naši planetu zcela přirozený. Ze Slunce na Zemi dopadá záření, které je částečně pohlceno Zemí a částečně odraženo od povrchu. Díky skleníkovému efektu dochází ke zpětnému odražení záření

2. ročník

zpět k Zemi, což zajišťuje příznivé teploty k životu. V důsledku stále se zvyšující koncentrace skleníkových plynů dochází k posilování skleníkového efektu, k Zemi je odraženo více záření a zvyšují se teploty na povrchu Země. V průměrných teplotách se nejedná o příliš znatelný rozdíl, jedná se o zvýšení o 0,16 °C každých 10 let. Ovšem jeho následky v podobě roztávání ledovců a zvyšování hladiny oceánů, silných větrů a dlouho trvajících sucha, jsou pro nás velmi znatelné.

■ Úloha

I jako meteorolog amatér si sám, můžeš vytvořit přehled teplot ve tvém městě, stačí ti k tomu deníček a teploměr za oknem. Hodnoty, které budeš opakovaně zapisovat v konkrétních časech, si můžeš porovnat na stránkách Českého hydrometeorologického ústavu se zbytkem České Republiky nebo i světa.

Teplotní vývoje jsou často zaznamenávány do grafů. Zkus jeden takový sám vytvořit z následujícího zadání.

Od půlnoci do sedmé hodiny ránní se teplota ve °C měnila tak, že byla kvadratickou funkcí f času v hodinách.

Urči rovnici určující funkci f z následujících hodnot:

Čas	00:00	04:00	07:00
Teplota	2,5 °C	-1,5 °C	6 °C

Urči předpis funkce f a načrtni její graf. Urči, jaká byla teplota v 6 hodin ráno. Urči, v které době byla teplota pod bodem mrazu. Zkus odhadnout, v kterém ročním období byla teplota měřena.

Řešení

Ze zadání víme, že jde o kvadratickou funkci a známe 3 body, kterými prochází. Bod $A=[0;2,5]$, $B=[4;-1,5]$ a $C=[7;6]$ dosadíme do obecného předpisu pro kvadratickou funkci $y = ax^2 + bx + c$.

2. ročník

Získáme tři rovnice o třech neznámých a , b a c .

$$2,5 = 0a + 0b + c$$

$$-1,5 = 4^2a + 4b + c$$

$$6 = 7^2a + 7b + c$$

Z první rovnice dostáváme $c = 2,5$ a dosazujeme do zbylých dvou.

$$-1,5 = 4^2a + 4b + 2,5$$

$$6 = 7^2a + 7b + 2,5$$

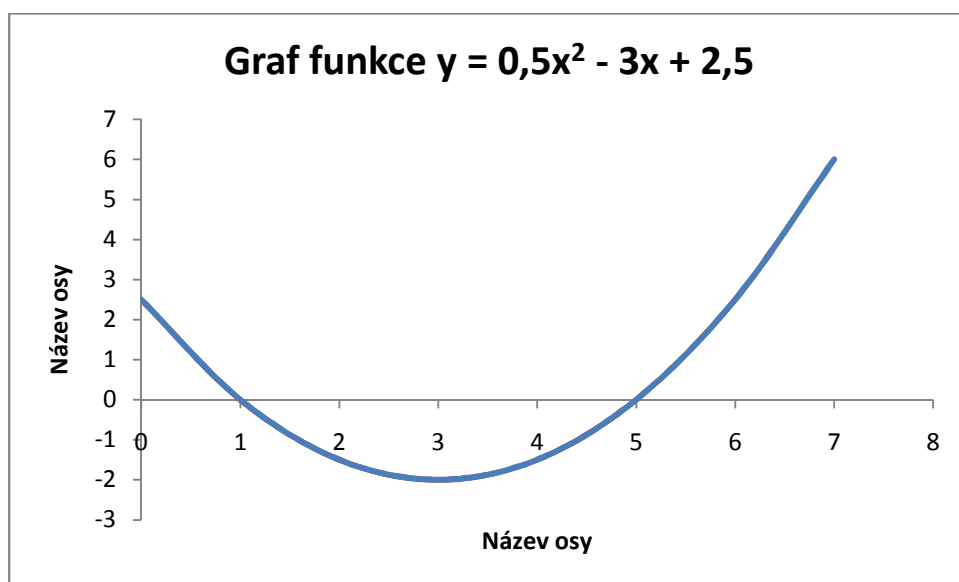
Postupnými úpravami dostáváme hodnoty neznámých:

$$a = 0,5$$

$$b = -3$$

Dostáváme předpis kvadratické rovnice $y = 0,5x^2 - 3x + 2,5$.

Kladná jednotlivé body a hodnota koeficientu a nám určí orientaci paraboly znázorňující funkci – bude orientovaná směrem vzhůru.



2. ročník

Určíme teplotu v 6 hodin ráno:

$$y = 0,5 \cdot 6^2 - 3 \cdot 6 + 2,5$$

$$y = 2,5$$

V šest hodin ráno byla teplota 2,5 °C.

Zjišťujeme teplotu pod nulou, tedy kdy je $y < 0$:

$$0,5x^2 - 3x + 2,5 < 0$$

Určením kořenů získáváme součinnový tvar:

$$0,5(x - 5)(x - 1) < 0$$

Řešením nerovnice v součinnovém tvaru je interval (1; 5). Teplotu pod bodem mrazu jsme mohli naměřit mezi první a pátou hodinou v noci.

4.2 Stereometrie

4.2.1 Objemy těles

Informace pro vyučující týkající se této kapitoly:

- **Pracovní list:** „Odpady“ (Příloha č. 12)
- **Cíl:** opakování výpočtu objemů těles.
- **Pomůcky:** pracovní list, sešit.

Metodické poznámky

Další významný vliv na znečišťování planety mají odpady. Jejich tříděním a opětovným zpracováním omezujeme dopad škodlivých látek, ze kterých jsou složeny.

■ Úloha č. 2: „I třídění je věda“

Plastové lahve, mají obvykle objem 1,5 litru. Vypočítej, kolik se jich přibližně vejde do koše na tříděný odpad o tvaru kváдру a rozměrech 60×40×50 cm (výška×šířka×hloubka). Pro potřeby této úlohy zanedbáme mezery mezi položenými lahvemi.

Jak se jejich počet změní, když budou nádoby sešlapané nebo zdeformované domácím lisem na plastové lahve a jejich objem se tak zmenší na 10 %?

Řešení

Převédeme rozměry koše na dm.

$$v = 60 \text{ cm} = 6 \text{ dm}$$

$$\text{š} = 40 \text{ cm} = 4 \text{ dm}$$

$$h = 50 \text{ cm} = 5 \text{ dm}$$

Počítáme objem.

$$V = 6 * 4 * 5 = 120 \text{ dm}^3 = 120 \text{ l}$$

Počet lahví je

$$\frac{120}{1,5} = 80 \text{ lahví}$$

Pokud zmenšíme jejich objem, dostaneme

$$\frac{120}{0,15} = 800 \text{ lahví}$$

Počet kvalitně sešlapaných lahví, které se vejdou do koše, je 800. (Až desetkrát více než celých)

■ **Úloha č. 2:** „I třídění je věda II“

Vypočítej, jak velký rozdíl mezi počtem vložených lahví nastane u kontejneru na tříděný odpad. Jeho objem odpovídá objemu komolého rotačního kužele o výšce 1 000 mm, poloměru dolní podstavy 1 600 mm a poloměru horní podstavy 1 200 mm.

Řešení

Převédeme hodnoty rotačního kužele

$$v = 1\,000\text{ mm} = 10\text{ dm}$$

$$dp = 1\,600\text{ mm} = 16\text{ dm}$$

$$hp = 1\,200\text{ mm} = 12\text{ dm}$$

Určíme poloměr dolní podstavy $r_1 = 8\text{ dm}$ a poloměr horní podstavy $r_2 = 6\text{ dm}$. Počítáme objem rotačního kužele.

$$V = \frac{1}{3}\pi v(r_1^2 + r_1 r_2 + r_2^2)$$

$$V = \frac{1}{3}\pi * 10(8^2 + 8 * 6 + 6^2)$$

$$V = 1\,549\text{ dm}^3$$

Do kontejneru o objemu 1 549 dm³ můžeme vhodit přibližně 1 032 nesešlapaných lahví a 10 320 sešlapaných lahví.

V případě, že budeme vhazovat do kontejneru lahve v původním stavu, budou se kontejnery častěji plnit a veřejné služby je budou muset častěji vyvážet. Tím, že umožníme méně časté vyvážení kontejneru, šetříme pohonné hmoty spotřebované na převoz a díky omezení výfukových plynů i ovzduší.

Tuto úsporu můžeš podpořit i sešlapáváním papíru a kartonů, které vhazuješ do kontejneru na třídění papíru.

Za domácí úkol si podobným způsobem spočítej, kolikrát více sešlapaných nápojových kartonů o objemu 1-1,5 l se vejde do kontejneru.

5 3. ročník

5.1 Analytická geometrie

5.1.1 Odchylka přímky a roviny

Informace pro vyučující týkající se této kapitoly:

- **Pracovní list:** „Ropa“ (Příloha č. 13)
- **Cíl:** opakování určení rovnice lineární funkce, její grafické znázornění.
- **Pomůcky:** pracovní list, kalkulačka, sešit.

Tematické podklady čerpány z publikace T. Matějčka [5], C. R. Townsend [14] a J. Rajcharda [11].

Téma

V současné době nalezneme v naší domácnosti mnoho výrobků, k jejichž výrobě byla použita ropa nebo zemní plyn. Jistě víte, že tyto dvě suroviny jsou využívány především při výrobě pohonných hmot, topných olejů a plastů. Jsou pro nás zásadním zdrojem energie. Další využití nachází při výrobě hnojiv, pesticidů, ale i některých léků. Porozhlédněte se po domácnosti a zkuste sepsat, jaké všechny výrobky mohou obsahovat ropu.

Ropa i zemní plyn patří mezi neobnovitelné přírodní zdroje, po vyčerpání všech zásob je nebudeme schopni znovu vytvořit. Jakým způsobem je z přírody získáváme?

Ropa je uložena pod zemským povrchem v ropných ložiscích, odkud ji získáváme pomocí ropných vrtů. Díky postupnému vyčerpávání ložisek se její těžba přesouvá pod mořské dno a do dalších rizikových lokalit. Vytvoření ropného vrtu je náročný zásah do krajiny, dochází ke zničení převážné většiny vegetace a života v okolí. Těžba s sebou nese velká rizika v podobě výbuchů na ropných plošinách a následných úniků ropy. Setkání s ropou je pro každého živočicha smrtelným nebezpečím.

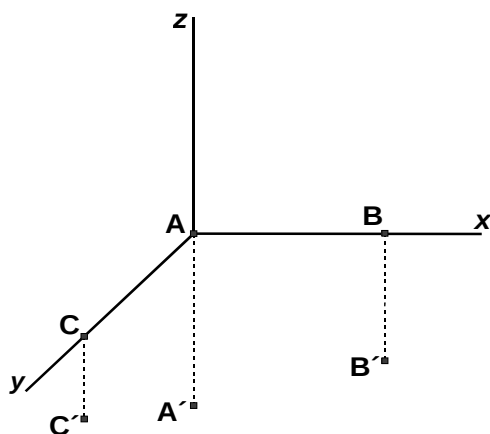
■ Úloha

Před samotnou těžbou ropy je nutné nalézt její ložisko, to se nejčastěji provádí pokusnými vrty. Jeden takový pokusný vrt si vytvoříme.

Těžařská společnost se pod mořským dnem pokoušela nalézt ropné ložisko, vyvrtala 3 pokusné vrty ležící ve vodorovné rovině. Ve stanovišti A narazili těžaři na ropné ložisko v hloubce 2 250 m, v místě B v hloubce 1 650 m a v místě C v hloubce 1 150 m. Stanoviště B leželo přesně na východ od stanoviště A ve vzdálenosti 2 400 m, stanoviště C leželo 2 200 m na jih od stanoviště A . Vaším úkolem je určit odchylku ropného ložiska od vodorovné roviny povrchu. [7]

Řešení

Volíme si kartézskou soustavu souřadnic v prostoru. Počátek určíme ve stanovišti A , spojnice stanovišť AB je osou x , spojnice stanovišť AC je osou y . Osa z je kolmá k osám x a y (znázorňuje směr vrtu). Jednotkou délky celé soustavy je pro zjednodušení 10 m.



$$A = [0; 0; 0]$$

$$B = [240; 0; 0]$$

$$C = [0; 220; 0]$$

$$A' = [0; 0; -225]$$

$$B' = [240; 0; -165]$$

$$C' = [0; 220; -115]$$

Určujeme odchylku roviny $A'B'C' = \alpha$ od roviny $ABC = \beta$.

Použijeme vzorec pro výpočet odchylky dvou rovin pomocí normálových

vektorů: $\cos \alpha = \left| \frac{n_\alpha \cdot n_\beta}{|n_\alpha| \cdot |n_\beta|} \right|$. n_α je normálový vektor roviny α a n_β je normálový

vektor roviny β .

K určení normálového vektoru $\mathbf{n}_\alpha$ použijeme dva pomocné vektory $\mathbf{r}$ a $\mathbf{s}$.

$$\mathbf{r} = B' - A' = (240; 0; 60)$$

$$\mathbf{s} = C' - A' = (0; 220; 110)$$

Pro $\mathbf{n}_\alpha = (n_1; n_2; n_3)$ platí $\mathbf{n}_\alpha \perp \mathbf{r} \wedge \mathbf{n}_\alpha \perp \mathbf{s}$

$$\text{tzn. } \mathbf{n}_\alpha * \mathbf{r} = 0 \wedge \mathbf{n}_\alpha * \mathbf{s} = 0.$$

Z uvedených vlastností dostáváme soustavu rovnic

$$240n_1 + 60n_3 = 0$$

$$220n_2 + 110n_3 = 0$$

Ze soustavy rovnic dostáváme obecný předpis pro $n_1 = -\frac{1}{4} * n_3$, $n_2 = -\frac{1}{2} * n_3$. Vhodně zvolíme $n_3 = -4$ a dostáváme konkrétní hodnoty normálového vektoru $\mathbf{n}_\alpha = (1; 2; -4)$.

Pro normálový vektor $\mathbf{n}_\beta$ platí podmínky $\mathbf{n}_\beta \perp \overrightarrow{AB} \wedge \mathbf{n}_\beta \perp \overrightarrow{AC}$, kterým odpovídá například směrový vektor osy z, proto $\mathbf{n}_\beta = (0; 0; 1)$.

Dosadíme normálové vektory do zmiňovaného vzorce.

$$\cos\varphi = \left| \frac{-4}{\sqrt{1+4+16} * \sqrt{1}} \right| \doteq 0,8729$$

$$\varphi \doteq 29^\circ 12'$$

Odchylka ropného ložiska od povrchu je rovna $29^\circ 12'$.

Metodické poznámky

Pro zajímavost.

Nejhlubší ropný vrt na Zemi je hluboký 12 261 m.

V dnešní době se hledají ekologičtější cesty hledání ropy. Jedná se o sledování výskytu plynů, které doprovázejí ropu nebo určitých druhů bakterií, které se těmito plyny živí.

6 4. ročník

6.1 Posloupnosti

6.1.1 Aritmetická posloupnost

Informace pro vyučující týkající se této kapitoly:

- **Pracovní list:** „Doprava“ (Příloha č. 14)
- **Cíl:** procvičení aritmetické posloupnosti.
- **Pomůcky:** pracovní list, kalkulačka, sešit.

■ Úloha

Rodina Novákových dojíždí každý den do 5 km vzdáleného města, rodiče do práce, děti do školy. Každý den využívají k přepravě rodinný vůz. Jednoho dne se dočetli v novinách o dopadu výfukových plynů na životní prostředí a rozhodli se udělat pokus. Jeden den se rozhodli vyzkoušet i jiné způsoby dopravy. Děti si zvolily pro dopravu autobus. Maminka se nechtěla vzdát auta a tatínek chtěl vyzkoušet kolo.

Tatínek není velký spáč a tak vyjel ráno na kole v půl sedmé. Děti vyjížděly v 7 hodin ze zastávky autobusem. Cestou míjely jejich rodinný dům na konci městečka. Ve chvíli, kdy projížděly kolem, vyjížděla maminka z garáže. Za jak dlouho dohonila autobus, který jel rychlostí 14 m/s, když ujela za první sekundu 3 m, za každou další sekundu ujela o 2 m více? Urči vzdálenost, kterou maminka ujede, než autobus dojede a jakou rychlostí pojede v okamžiku, kdy se setkají. [1]

Řešení

Automobil postupně zrychluje z počáteční hodnoty 3 m/s postupně vždy o 2 m/s.

Autobus ujede vzdálenost $s_1 = v_1 \cdot t = 14t$. Kde t je doba jízdy.

Hodnota dráhy auta nelze vyjádřit předchozím vzorcem, protože rychlost není konstantní, ale představuje aritmetickou posloupnost. Neznámá a_1 značí počáteční rychlost auta, d zrychlení a a_t rychlost v čase t , kdy dožene autobus. Neznámá s_2 je dráha automobilu.

$$s_2 = \frac{t}{2}(a_1 + a_t) = \frac{t}{2}[a_1 + a_1 + (t - 1)d] = \frac{t}{2}(2a_1 + td - d)$$

Dosadíme konkrétní hodnoty $a_1 = 3 \text{ m/s}$ a $d = 2 \text{ m/s}$.

$$s_2 = \frac{n}{2}(2 * 3 + n * 2 - 2) = 2n + n^2$$

Řešíme situaci, kdy se obě vozidla setkají, jejich dráhy se proto musí rovnat.

$$s_1 = s_2$$

$$14n = 2n + n^2$$

$$n^2 - 12n = 0$$

$$n(n - 12) = 0$$

Dostáváme dvě možná řešení $n_1 = 0 \text{ s}$ a $n_2 = 12 \text{ s}$. Hodnota n_1 nemůže být řešením, čas má mít hodnotu z oboru N . Doba než maminka dojede autobus je 12 sekund.

Určíme dráhu s_2 dosazením do původního vzorce, výsledná hodnota dráhy je v metrech:

$$s_2 = \frac{12}{2}(2 * 3 + 12 * 2 - 2) = 168 \text{ m}$$

4. ročník

Pro kontrolu určíme i dráhu autobusu za 12 sekund:

$$s_1 = 12 * 14 = 168 \text{ m}$$

Hodnoty se rovnají, výsledek je správně.

Ve chvíli, kdy dojde autobus, jede maminka rychlostí

$$v = 3 + 11 * 2 = 25 \text{ m/s.}$$

Debata

Které řešení dopravy je nejekologičtější a proč?

Studenty určitě napadne, že je to kolo. To je bezesporu pravda, nevypouští do prostředí žádné škodliviny a navíc přispívá ke zlepšení naší fyzické kondice. Ale málokomu by se chtělo jezdit na kole v dešti. V zimě není jízda na kole bezpečná. Musíme se tedy rozhodnout, které ze zbylých dvou řešení je nejlepší.

Spotřeba pohonných hmot či produkce emisí mohou být u autobusu vyšší, pokud daná obec nepoužívá pro dopravu tzv. ekologické autobusy jezdící na bionaftu nebo poháněné hybridním pohonem (kombinace naftového a elektromotoru). Přesto je důležitá představa, jaký dopad by na naše prostředí mělo, kdyby všichni cestující místo autobusem jeli každý svým autem.

Proto je ekologičtější varianta veřejné dopravy.

7 Závěr

Ekologické problémy jsou v současné době již součástí našeho každodenního života. Reakce a konání lidí však v mnoha případech svědčí o lhostejnosti a neznalosti vlivu jejich počínání na životní prostředí. Tento fakt je výsledkem historického procesu, kdy došlo ve společnosti ke změně chápání reality. Vztah člověka k přírodě byl postupně přetvořen na vztah člověka k pracovnímu procesu v průmyslu. Pokrok a technické vymoženosti s sebou neodvratně přinesly odklon od přírody, bezohlednost, konzumní a rabovací přístup společnosti s dalekosáhlými následky na životní prostředí. Životní prostředí se tak postupně stává nevhodné pro život.

Velkou roli v této situaci sehrává společenské vědomí. Ekologické problémy by měly nutit k posuzování našich činů z hlediska přispívání k ničení či uchovávání podmínek k životu. Důležitá je vzdělanost a informovanost. Významnou úlohu zde může sehrát školství, které se již ve velké míře zaměřuje na průřezová témata a pokouší se zapojit ekologii i do výuky jiných předmětů, než jen biologie. Z osobního průzkumu jsem vyvodila, že studenti mají jisté povědomí o aktuálních ekologických tématech. Bohužel z rozhovorů se studenty vyplývá, že o tato témata nemají přílišný zájem. Dokonce jsem se v jedné třídě setkala s velmi negativní reakcí na studentku, která projevila velmi hluboké znalosti z ekologie a zajímala se o další informace z mé strany.

Environmentální výchova by měla být součástí výchovy každé školy, zařazena do odborných i všeobecných předmětů především proto, aby studenti chápali oblast životního prostředí a uvědomili si souvislost ekologie s oborem, který studují. K tomuto přispět bylo cílem mé diplomové práce a jedním z prvních kroků k probuzení zájmu studentů o stav životního prostředí i v lokalitě, kde žijí. Předáním informací a znalostí je motivovat k úsilí o minimalizaci a třídění odpadů, úspory energie či vody a zlepšení životního prostředí školy a jejího okolí, které by mohlo v určitém časovém horizontu vyústit k zapojení gymnázia do Mezinárodního programu „Ekoškola“, který je určen pro celou školu, vede ke spolupráci studentů, učitelů, vedení školy i místní komunity. Vyhledáváním vhodných dat pro jednotlivé úlohy jsem si uvědomila, jak širokou

Závěr

problematikou se environmentální výchova zabývá. Tyto poznatky se chystám do budoucna využít v další výuce.

Doufám, že má diplomová práce bude motivovat i další vyučující k zapojení environmentální výchovy do své výuky.

Literatura

- [1] Bušek, I.: *Řešené maturitní úlohy z matematiky*, Praha: Státní pedagogické nakladatelství Praha, 1985
- [2] Holubová, D.: *Environmentální výchova ve vyučování matematice*, Brno: Masarykova univerzita v Brně, 2004
- [3] Kvasničková, D.: *Základy ekologie*, Praha: Scientia, 1991
- [4] Laštůvka, Z., Krejčová, P.: *Ekologie*, Brno: Konvoj, 2000
- [5] Matějček, T.: *Ekologická a environmentální výchova*, Praha: Česká geografická společnost, 2007
- [6] Polák, J.: *Přehled středoškolské matematiky*, Praha: Státní pedagogické nakladatelství, 1978
- [7] Polák, J.: *Středoškolská matematika v úlohách I*, Praha: Prometheus, 1996
- [8] Polák, J.: *Středoškolská matematika v úlohách II*, Praha: Prometheus, 1999
- [9] nakladatelství, 1978
- [10] Rajchard, J., Balounová, Z., Vysloužil, D.: *Ekologie I*, České Budějovice: Kopp, 2002
- [11] Rajchard, J., Kindlmann, P., Balounová, Z.: *Ekologie II*, České Budějovice: Kopp, 2002
- [12] Rajchard, J., Balounová, Z., Květ, J., aj.: *Ekologie III*, České Budějovice: Kopp, 2002
- [13] SSEV Pavučina a spolupracující učitelé: *Škola pro život*, Praha: SSEV Pavučina, cca 2001
- [14] Townsend, C., R., Begon, M., Harper, J., L.: *Základy ekologie*, Olomouc: Univerzita Palackého v Olomouvi, 2010
- [15] <http://www.msmt.cz/vzdelavani/metodicky-pokyn-environmentalniho-vzdelavani-vychovy-a>
- [16] <http://detem.mzp.cz/kviz/>
- [17] www.hraoZemi.cz

- [18] <http://astronomia.zcu.cz/planety/zeme/1955-charakteristika-mesice>
- [19] <http://www.ondeo.cz/spotreba-vody>
- [20] RNDr. Pavel Leischner, Ph.D., poznámky z předmětu „Didaktika matematiky“

8 Přílohy

8.1 Příloha č. 1

Dotazník – Environmentální výchova na SŠ

Michala Křížová

Kvíz

třída:

- 1) Čím se zabývá vědní obor ekologie?
 - a) Ochranou životního prostředí.
 - b) Výrobou produktů šetrných životnímu prostředí.
 - c) Předpisy a zákony ošetřující ochranu přírody.
 - d) Studium vztahů mezi organismy a prostředím a mezi organismy navzájem.
- 2) Jaký je význam slova „Environmentální“?
 - a) Týkající se životního prostředí.
 - b) Související s myšlenkovými pochody.
 - c) Šetrný k přírodě.
 - d) Ochrannářský.
- 3) Co je to ekosystém?
 - a) Ucelená soustava živých a neživých složek přírody, které jsou navzájem propojené, vyměňují mezi sebou energii, látky a informace. Např. louka, les.
 - b) Systém ekologického hospodaření.
 - c) Ekologická politika státu.
 - d) Vzájemné propojení a tok energií mezi všemi živými organismy.
- 4) Mezi obnovitelné zdroje energie patří např.:
 - a) Ropa
 - b) Voda
 - c) Uhlí
 - d) Zemní plyn
- 5) Tipni si, kolik litrů vody spotřebuje 1 obyvatel ČR za den.
 - a) asi 50 l
 - b) asi 130 l
 - c) asi 300 l
 - d) asi 500 l
- 6) Víš kolik vody je potřeba, aby sis mohl(a) dát hamburger? Tedy vody, která je nutná, aby mohl vůbec vzniknout?
 - a) 120 litrů
 - b) 15 litrů
 - c) 680 litrů
 - d) 2400 litrů
- 7) Co způsobuje tzv. kyselé deště?
 - a) Zvýšené množství oxidů síry a dusíku, které se do ovzduší dostávají z průmyslu a dopravy.
 - b) Výkaly ptáků
 - c) Spalování plastových lahví v ohni
 - d) Zvýšené množství oxidu uhličitého, který se do ovzduší dostává spalovacími procesy.

8) Proč třídíme odpady?

- a) Tříděním odpadu a jejich recyklací šetříme přírodní zdroje surovin a energií. Např. z PET lahví se dají vyrobit dutá vlákna do zimní bundy.
- b) Aby se neumazala popelnice.
- c) Protože papír je lepší vozit do spalovny a plasty je lepší ukládat na jinou skládku než tříděný odpad.
- d) Abychom měli lepší pocit.

9) Jak je to s tříděním nápojových kartonů?

- a) Vhazují se do modrých kontejnerů na papír celó, včetně víčka.
- b) Vhazují se do oranžových či červených kontejnerů, kam se dávají po vypláchnutí vodou a stlačení. Klidně i s plastovým víčkem.
- c) Vhazují se do žlutých kontejnerů na plast, protože na sobě mají plastové víčko, jehož recyklace je nejsložitější.
- d) Skladují se doma, protože se neví, co s nimi.

10) Víte, jak se snadno pozná úsporný spotřebič?

- a) Je označen energetickým štítkem, který uvádí spotřebu energie.
- b) Podle ceny, čím dražší, tím menší spotřeba elektriny.
- c) Podle ceny, čím dražší, tím větší spotřeba elektriny.
- d) Podle délky elektrické šňůry, čím delší, tím větší spotřeba elektriny.

11) Oteplování planety je často diskutovaným tématem. Víte, čím je tento jev převážně způsoben?

- a) Zvyšuje se přirozený děj, kdy zemská atmosféra částečně zadržuje a odráží tepelné záření zemského povrchu. Ke zvyšování tohoto efektu přispívá lidská činnost vyšší produkcí některých plynů, jako např. vodní pára, oxid uhličitý, metan a další.
- b) Lidé produkují více odpadního tepla, teplo se poté akumuluje při zemském povrchu a ohřívá ho.
- c) Prudkým zvětšením lidské populace v posledních letech.
- d) Země se nyní nachází v interglaciálním období, kdy je osa zeměkoule v jiném úhlu a na zemský povrch dopadá více přímého slunečního záření.

Doplňující otázky (odpověz podle svého názoru)

Myslíš si, že by měl být předmět „Ekologie“ zařazen do výuky na Tvé škole? Nehodící se škrtni.

Ano

Ne

Víš co je to **ekologická stopa**? Pokud ano, vysvětli tento pojem.

8.2 Příloha č. 2

Planeta Země

Téma: Číselné obory

Naším domovem je planeta Země, proto bychom o ní měli vědět co nejvíce informací. Řekněme si proto několik číselných údajů.

✂ Úloha č. 1

Určitě ze základní školy víte, že povrch Země je $510\,000\,000\text{ km}^2$, z toho $149\,000\,000\text{ km}^2$ zabírá souš a $361\,000\,000\text{ km}^2$ světový oceán. Vypočítej, kolik procent z celkového povrchu Země tvoří souš a kolik procent tvoří světový oceán. Výsledné hodnoty zaokrouhli na jednotky.

✂ Téma

Proto, aby mohl na povrchu Země existovat život, musí být zachovány určité životní podmínky. Jednou ze základních životních podmínek je dostatek vody. Z přírodopisu víte, že je Země součástí Sluneční soustavy. Obíhá okolo Slunce ve vzdálenosti mezi $147 \cdot 10^6\text{ km}$, když je nejbližší, až $152 \cdot 10^6\text{ km}$, kdy je nejdále. Díky rovnoměrnému pohybu a dostatečné vzdálenosti je na Zemi vždy dostatek vody. V případě, že by se příliš přiblížila ke Slunci, zvýšením teploty na Zemi by se voda nadměrně vypařovala, v opačném případě by nízká teplota způsobila přeměnu veškeré vody na led.

✂ Úloha č. 2

Slunce je tedy naším hlavním zdrojem tepla a tedy i života na Zemi. Dostatek slunečního záření zajišťuje na Zemi průměrnou teplotu 15 °C . Nejvyšší teplota ve stínu na světě, 57 °C , byla naměřena v Al Azízi v západní Lybii, nejnižší teplota, -89 °C , byla zaznamenána na výzkumné stanici Vostock na Antarktidě. A jak je na tom česká republika? Nejvyšší teplota, 40 °C , byla u nás

naměřena v Paraze, nejnižší, $-42\text{ }^{\circ}\text{C}$, v Litvínovicích u Českých Budějovic. Vypiš všechny hodnoty uvedené v textu a zjisti, v čem se liší.

✂ Téma

Již na přelomu 5. a 4. století před naším letopočtem, v době řeckých filozofů Platona a Aristotela převládal názor, že Země je koule. První odhady velikosti Země pocházejí z Babylónie, kde naši předci odhadli obvod Země na 24 000 mil, z nichž každá míle měří 4 000 velbloudích kroků. Odhadli, že kdyby člověk zdatný v chůzi obešel celou Zemi od západu na východ bez přestávky, trvalo by mu to jeden sluneční rok. Své odhady nikdy nepotvrdili měřením. V dnešní době, díky postupu techniky, víme, že Země není pravidelná koule, ale rotační elipsoid a její obvod na rovníku je 40 075,004 kilometru.

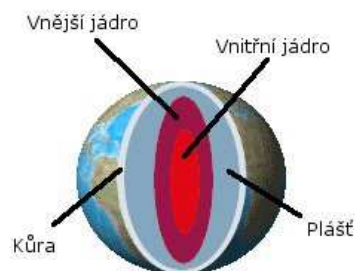
✂ Úloha č. 3

Vypočítejte, kolik metrů měřil odhad předků z Babylónie, když 1 míle odpovídá přibližně 1 609,4 metru. Výslednou hodnotu převed'te na kilometry. Byli Babyloňané dobří počtáři? Vyjádři chybu v jejich odhadu pomocí zlomku, jakou část z celkového obvodu tvoří jejich chyba.

✂ Úloha č. 4

Číselné obory jsou jako slupky vrstvy Zeměkoule. Postupně se nabalují na sebe. Nakresli si podle následujícího obrázku Zeměkouli do sešitu. Zkus pojmenovat všechny vrstvy Země, přiřadit jim správný obor hodnot a zapsat do něj následující hodnoty.

$$-1,; \sqrt{2}; \sqrt{4}; 1,5; \frac{3}{5}; 0,\overline{66}; 1\frac{1}{8}; 185$$
$$-197; 0; \sin 90^{\circ}$$



8.3 Příloha č. 4

Přírodní zdroje

Téma: Výrok, negace výroku

Veškeré suroviny a síly z přírody, které člověk využívá ke svému životu, nazýváme přírodními zdroji.

✂ Úloha č. 1

Rozhodni o pravdivosti následujícího tvrzení.

„Mezi přírodní zdroje řadíme například sluneční záření, vodu, vítr, dřevo, uhlí, zemní plyn nebo ropu.“

✂ Úloha č. 2

Přírodní zdroje rozdělujeme na obnovitelné a neobnovitelné. Za neobnovitelný zdroj, považujeme takový přírodní zdroj, jehož spotřeba je daleko rychlejší než obnova.

Rozhodni, zda je následující tvrzení výrok, pokud ano urči jeho pravdivostní hodnotu.

A: Uhlí, ropa a zemní plyn patří mezi obnovitelné přírodní zdroje.

✂ Úloha č. 3

Rozhodni, zda je následující tvrzení výrok, pokud ano urči jeho pravdivostní hodnotu.

B: Je voda neobnovitelný přírodní zdroj?

✂ Úloha č. 4

Sluneční záření je pro nás jedním z nejdůležitějších přírodních zdrojů. Díky němu vzniklá i mnoho jiných zdrojů. Například uhlí, nebýt slunečních paprsků, neprobíhala by u rostlin fotosyntéza. Díky fotosyntéze v prvohorách,

přibližně 300 milionů let před naším letopočtem, přežívaly například zelené plavuně, z kterých se později staly fosílie, dnešní fosilní paliva.

Sluneční energii využíváme i přímo. Rozsáhlé sluneční elektrárny sbírají sluneční záření a přetvářejí ho na elektřinu, kterou využíváte například k provozu vašeho počítače nebo rozsvícení lampičky.

Rozhodni, zda jsou následující tvrzení výroky, pokud ano, urči jejich pravdivostní hodnotu.

C: Využívat sluneční záření můžeme pouze díky rozsáhlým slunečním elektrárnám.

✂ Úloha č. 5

Pozměňte tvrzení na výrok s opačnou pravdivostní hodnotou.

✂ Úloha č. 6

D: Sluneční elektrárny jsou ekologičtější než například jaderné elektrárny.

✂ Úloha č. 7

E: Sluneční paprsky se nemohou akumulovat v zimě, když napadne sníh ani v noci.

✂ Úloha č. 8

F: Elektřinu můžeme získat i z vodních zdrojů.

✂ Úloha č. 9

G: Větrné elektrárny v České Republice nemáme, jsou stavěny jen v Dánsku a Nizozemsku, kde nejsou žádná pohoří.

✂ Úloha č. 10

H: Vyčerpání neobnovitelných zdrojů nám nehrozí, máme jich nadbytek.

8.4 Příloha č. 5

Přírodní zdroje 2

Téma: Složené výroky

Konjunkce

A	B	$A \wedge B$
1	1	1
1	0	0
0	1	0
0	0	0

✂ Úloha č. 1

Dalším důležitým obnovitelným přírodním zdrojem je voda.

Rozhodni o pravdivosti následujících výroků.

V1: Voda tvoří více než $2/3$ zemského povrchu a člověk bez ní nepřežije déle než 10 dní.

✂ Úloha č. 2

V2: Ve světovém oceánu je soustředěno nejvíce vody a jedná se převážně o sladkou vodu.

✂ Úloha č. 3

V3: V současnosti pouze méně než $1/5$ obyvatel na Zemi nemá přístup k nezávadné vodě a obyvatelé všech koutů Země žijí vždy v těsné blízkosti pitné vody.

Disjunkce

A	B	$A \vee B$
1	1	1
1	0	1
0	1	1
0	0	0

✂ Úloha č. 1

V1: Pitná voda je získávána z neznečištěných pramenů nebo odsolováním mořské vody.

✂ Úloha č. 2

Zkus zapřemýšlet, čím je u nás pokles denní spotřeby vody způsoben, rozhodni o pravdivosti následujících tvrzení.

V2: Obyvatelé České Republiky méně pijí a vaří z vody nebo začali šetřit vodu při koupání a sprchování.

✂ Úloha č. 3

V3: Voda má obrovský význam pro regulaci podnebí nebo voda nemá s podnebím nic společného.

✂ Úloha č. 4

V4: Pokud jsou vodní toky příliš pomalé, vadí to pouze vodákům při sjíždění řek nebo naopak pokud jsou příliš rychlé, nemůže fungovat lodní doprava proti proudu řeky.

Implikace

A	B	$A \Rightarrow B$
1	1	1
1	0	0
0	1	1
0	0	1

✂ Úloha č. 1

O vodu a vodní toky kolem nás se musíme starat. Příroda, ačkoli je v oblasti čištění vody hodně aktivní, nevlastní žádnou čističku jako člověk. Měli bychom si tedy dávat velký pozor, co se do vody dostává. Je pravdivý následující výrok?

V1: Když v horní části potoka vyliji do vody lahev saponátu, všichni lidé u potoka pod námi budou mít čistou pitnou vodu.

✂ Úloha č. 2

V2: Jestliže čistá voda je pro nás životně důležitá, tak bez čistého vzduchu určitě nepřežijeme.

Ekvivalence

A	B	$A \Leftrightarrow B$
1	1	1
1	0	0
0	1	0
0	0	1

✂ Úloha č. 1

Čisté ovzduší už jen tak někde nenajdeme. Všude, kde žijí lidé, je ovzduší ovlivněno jejich činností. Nemusíme mít doma například továrnu, abychom znečišťovali ovzduší. I obyčejně spalování zbytků, které nám vznikají na zahradě, uvolňuje do ovzduší oxid uhličitý a jiné nebezpečné látky. Popřemýšlej nad následujícím výrokem.

V1: Nejvíce přispíváme ke znečištění ovzduší právě tehdy, když jezdíme často osobním automobilem.

✂ Úloha č. 2

Největší vliv má znečišťování ovzduší na stav ozonové vrstvy, posilování skleníkového efektu a tvorbu kyselých dešťů.

V2: Ke zlepšení stavu ozonové vrstvy došlo, když bylo zakázáno používání freonů.

8.5 Příloha č. 6

Přírodní zdroje 3

Téma: Mocniny

✂ Úloha č. 1: „Musíme myslet na budoucnost...“

Jak už jsme si řekli, jedním ze zásadních ekologických problémů, který se naše společnost pokouší řešit je vyčerpání neobnovitelných zdrojů. Proč nám to vyčerpání vlastně hrozí? Zkuste si představit, jak rychle spotřebováváme přírodní zdroje.

K úkolu budete potřebovat co největší list papíru a nůžky. Rozdělte se do skupin po 10-15, poseďte si do kruhu nebo se seďte do řady.

Na list papíru napište název vámi vybraného přírodního zdroje.

Každý člen vaší skupiny představuje jednu generaci lidí. První generace (první student) objevila vámi vybraný zdroj a ustříhne si z něj část, kterou spotřebovala. Každá další generace si, podle statistik o spotřebě přírodních zdrojů, spotřebuje oproti té předchozí dvojnásobek zdroje. Podle tohoto pravidla stříhejte papír dále. U které generace vám zdroj došel? Zamyslete se nad tím, jakým způsobem, lze zabránit předčasnému vyčerpání neobnovitelných zdrojů.

Jakým způsobem můžete zapsat postupnou spotřebu přírodních zdrojů?

✂ Úloha č. 2

Urči, jakou spotřebu by měla 24. generace.

✂ Úloha č. 3

Vymysli, jakým způsobem by se řešení změnilo, kdyby každá následující generace nespotebovala dvojnásobek, ale tolikrát víc, kolik spotřebovala ta předchozí generace. Výsledné hodnoty zapiš pomocí mocnin.

✂ Úloha č. 4

Urči i v tomto případě, jaká bude spotřeba 24. generace.

8.6 Příloha č. 7

Živé organismy

Téma: Rovnice, nerovnice

✂ Úloha č. 1

Vypočti následující rovnice. Pokud za správné výsledky dosadíš písmena z tabulky, dozvíš se téma dalšího probíraného okruhu z ekologie.

10) $\forall Z: 2x - 4[x - 2(x + 2)] = 5x + 3$

11) $\forall Q: (8 - 3x)^2 + (5 - 4x)^2 - 6 = (9 - 5x)^2 + 20x - 4$

12) $\forall R: 3[2(3x - 6) - 2(4x - 5) + 1] - 3 = 6[3 - 8(x - 3)]$

13) $\forall R: \sqrt{20}(1 + x) = 2\sqrt{5}(x - 1)$

14) $\forall N: 3(x + 1)^2 + (x - 4)^3 = 101 + (x - 3)^3$

15) $\forall R: \frac{x+3}{x-3} + \frac{7x-15}{9-x^2} = \frac{x-3}{x+3}$

16) $\forall R: (12x + 3)^2 + (5x + 3)^2 = (13 + 4)^2$

17) $\forall R: 5 - x = 3x - 7$

18) $\forall Q: \frac{1}{2}\left(3x - \frac{1}{2}\right) - \frac{1}{3}\left(4x - \frac{1}{3}\right) = \frac{1}{4}(6x - 5) - \frac{2}{3}$

ø	4	5	$\frac{4}{3}$	-9	3	1	$\frac{1}{3}$
S	O	Y	M	E	É	T	K

8.7 Příloha č. 8

Živé organismy 2

Téma: Soustavy rovnic

„Starý Indický příběh vypráví o tom, jak jeden duchovní učitel nařídil svému žákovi, aby našel rostlinu, která nemá léčivé účinky. Žák hledal dlouhých 11 let, ale žádnou takovou rostlinu nenašel. Když se vrátil, vyprávěl o svém neúspěchu učiteli. Ten se ničemu nedivil. Vysvětlil mu totiž, že každá rostlina má v přírodě svůj význam a zároveň může být nějakým způsobem užitečná i pro člověka.“

✂ Úloha č. 1

V tabulce se schovala prvočísla, najdi je a všechny vyškrtej. Zbylá čísla postupně vypiš do řady. Jedná se od druhé mocniny čísel, proto urči jejich základ. Tajenku získáš přiřazením písmene abecedy na příslušném pořadovém místě ke každé hodnotě základu. Získáš slovo, které se týká rozmanitosti živých organismů v přírodě.

89	4	5	100	61	47
97	256	16	17	100	23
529	167	227	211	37	25
269	361	271	149	729	100
41	59	441	199	227	67

_____ **A**

✂ Úloha č. 2

Biodiverzita znamená rozmanitost živé přírody neboli počet druhů vyskytujících se na určitém území.

Celkové množství živočišných druhů, které žijí na světě, můžeme pouze odhadnout. Zkus si zahrát na vědce, napiš svůj vlastní odhad a v následující soustavě se dozvíš, kolik odhadují zkušení biologové a kolik druhů už je skutečně popsáno.

$$5(3x + y) - 8(x - 6y) = 456$$

$$20(2x - 3y) - 13(x - y) = 1256$$

Počty druhů jsou uvedeny v miliónech.

✂ Úloha č. 3

Pokud jsi tipoval dobře, nebude pro tebe problém odhadnout na jakém místě na světě je soustředěno nejvíce druhů živých organismů a jakou část z celkového počtu tvoří. Pokud jsi netipoval správně, máš druhou šanci k vylepšení svého odhadu. Správní řešení ti odhalí následující soustava.

$$\begin{aligned} y + 2(y + 1) &= 2(x + 1) \\ \frac{(1 - x)}{6} + \frac{(y + 2)}{2} &= \frac{(x + 7)}{6} \end{aligned}$$

✂ Úloha č. 4

Počet druhů živých organismů žijících v České Republice ti prozradí následující úloha. Je vyjádřen dvojčiferným číslem. Součet jeho cifer je roven 6. Součin tohoto čísla s číslem, které vznikne převrácením pořadí číslic, je 360. Urči hledané dvojčiferné číslo, které udává počet v tisících.

8.8 Příloha č. 9

Země a Měsíc

Téma: Pythagorova věta

✂ Úloha č. 1

Součástí sluneční soustavy je i nám nejbližší planeta – Měsíc.

Představ si, že stojíš na libovolném místě na rovníku, je večer a na horizontu právě vychází Měsíc. Vypočítej, jak daleko od tebe se v tu chvíli nachází střed Měsíce. Střední vzdálenost středu Měsíce od povrchu Země je 384 399 km. Pro naše výpočty předpokládáme, že má Země tvar koule a její rovníkový průměr je 12 756 km.

✂ Úloha č. 2

Vypočítej, jak vysoko by musel být člověk, který stojí na opačné straně zeměkoule, aby také viděl na horizontu zapadat Měsíc. K výpočtu použij hodnoty z předchozí úlohy. Pro zjednodušení výpočtů zaokrouhli všechny hodnoty na tisíce.

8.9 Příloha č. 10

Biodiverzita

Téma: Lineární funkce

V dnešní době ovlivňujeme rozmanitost přírody právě my, lidé. Díky naší činnosti vyhyne, podle různých odhadů, každý rok 20-50 tisíc druhů živých organismů. Rychlost jejich vymírání v důsledku lidské činnosti je v některých případech až stokrát vyšší než přirozená úmrtnost. K nejčastějším příčinám úbytku živočišných druhů patří zánik přirozených stanovišť, zavlečení geograficky nepůvodních druhů a nadměrný.

Kromě živočichů ubývají v důsledku lidské činnosti i rostlinné druhy. Negativní dopad je nejvíce zřetelný v případě úbytku tropických deštných pralesů.

„Plíce světa“, jak se deštným pralesům přezdívá, jsou pro nás bohatým zdrojem kyslíku. Díky fotosyntéze, při které kyslík uvolňují do ovzduší, naopak spotřebují obrovské množství, pro nás škodlivého, oxidu uhličitého.

Od počátku 20. století zmizelo ze zemského povrchu více než 50 % původní rozlohy pralesů.

Konkrétně v polovině 20. století, tvořila celková rozloha 16 milionů km². V roce 2000 to bylo už jen necelé polovina. Od roku 1950 tvoří úbytek přibližně 200 000 km² za rok. Jedná se tedy přibližně o 20 fotbalových hřišť ročně.

✂ Úloha

Sestav závislost úbytku na čase za předpokladu, že se jedná o lineární funkci. Načrtni graf, tohoto vývoje.

Zkus určit v jakém roce by byly lesy zcela vykáceny, pokud by úbytek pokračoval stejným tempem.

8.10 Příloha č. 11

Ovzduší

Téma: Kvadratické funkce

Jedním z největších globálních problémů je znečištění ovzduší. V důsledku průmyslového rozvoje a automobilové dopravy se do ovzduší dostává velké množství zplodin. Tyto látky v místě jejich vzniku nazýváme emise.

Do ovzduší se dostávají převážně skleníkové plyny, patří mezi ně oxid uhličitý, metan a oxid dusný. Skleníkové plyny jsou důležité pro tzv. skleníkový efekt, který je pro naši planetu zcela přirozený. Ze Slunce na Zemi dopadá záření, které je částečně pohlceno Zemí a částečně odraženo od povrchu. Díky skleníkovému efektu dochází ke zpětnému odražení záření zpět k Zemi, což zajišťuje příznivé teploty k životu. V důsledku stále se zvyšující koncentrace skleníkových plynů dochází k posilování skleníkového efektu, k Zemi je odraženo více záření a zvyšují se teploty na povrchu Země. V průměrných teplotách se nejedná o příliš znatelný rozdíl, jedná se o zvýšení o 0,16 °C každých 10 let. Ovšem jeho následky v podobě roztávání ledovců a zvyšování hladiny oceánů, silných větrů a dlouho trvajícího sucha, jsou pro nás velmi znatelné.

✂ Úloha

I jako meteorolog amatér si sám, můžeš vytvořit přehled teplot ve tvém městě, stačí ti k tomu deníček a teploměr za oknem. Hodnoty, které budeš opakovaně zapisovat v konkrétních časech, si můžeš porovnat na stránkách Českého hydrometeorologického ústavu se zbytkem České Republiky nebo i světa.

Teplotní vývoje jsou často zaznamenávány do grafů. Zkus jeden takový sám vytvořit z následujícího zadání.

Od půlnoci do sedmé hodiny ranní se teplota ve °C měnila tak, že byla kvadratickou funkcí f času t v hodinách.

Urči rovnici určující funkci f z následujících hodnot.

Čas	00:00	04:00	07:00
Teplota	2,5 °C	-1,5 °C	6 °C

Urči předpis funkce f a načrtni její graf. Urči, jaká byla teplota v 6 hodin ráno. Urči, v které době byla teplota pod bodem mrazu. Zkus odhadnout, v kterém ročním období byla teplota měřena.

8.11 Příloha č. 12

Odpady

Téma: Objemy těles

Významný vliv na znečišťování planety mají odpady. Jejich tříděním a opětovným zpracováním omezujeme dopad škodlivých látek, z kterých jsou složeny, na životní prostředí...

✂ Úloha č. 1

„I třídění je věda“

Plastové lahve, mají obvykle objem 1,5 litru. Vypočítej, kolik se jich přibližně vejde do koše na tříděný odpad o tvaru kvádru a rozměrech $60 \times 40 \times 50$ cm (výška $\times$ šířka $\times$ hloubka). Pro potřeby této úlohy zanedbáme mezery mezi položenými lahvemi.

Jak se jejich počet změní, když budou nádoby sešlapané nebo zdeformované domácím lisem na plastové lahve a jejich objem se tak zmenší na 10 %?

✂ Úloha č. 2 „I třídění je věda II“

Vypočítej, jaký velký rozdíl mezi počtem vložených lahví nastane u kontejneru na tříděný odpad. Jeho objem odpovídá objemu komolého rotačního kužele o výšce 1 000 mm, poloměru dolní podstavy 1 600 mm a poloměru horní podstavy 1 200 mm.

8.12 Příloha č. 13

Ropa

Téma: Odchylka přímky od roviny

V současné době nalezneme v naší domácnosti mnoho výrobků, k jejichž výrobě byla použita ropa nebo zemní plyn. Jistě víte, že tyto dvě suroviny jsou využívány především při výrobě pohonných hmot, topných olejů a plastů. Jsou pro nás zásadním zdrojem energie. Dalším využití nachází při výrobě hnojiv, pesticidů, ale i některých léků. Porozhlédněte se po domácnosti a zkuste sepsat, jaké všechny výrobky mohou obsahovat ropu.

Ropa i zemní plyn patří mezi neobnovitelné přírodní zdroje, po vyčerpání všech zásob je nebude schopni znovu vytvořit. Jakým způsobem ji z přírody získáváme?

Ropa je uložena pod zemským povrchem v ropných ložiscích, odkud ji získáváme pomocí ropných vrtů. Díky postupnému vyčerpávání ložisek se její těžba přesouvá pod mořské dno a do dalších rizikových lokalit. Vytvoření ropného vrtu je náročný zásah do krajiny, dochází ke zničení převážné většiny vegetace a života v okolí. Těžba s sebou nese velká rizika v podobě výbuchů na ropných plošinách a následných úniků ropy. Setkání s ropou je pro každého živočicha smrtelným nebezpečím.

✂ Úloha

Před samotnou těžbou ropy je nutné nalézt její ložisko, to se nejčastěji provádí pokusnými vrty. Jeden takový pokusný vrt si vytvoříme.

Těžařská společnost se pod mořským dnem pokoušela nalézt ropné ložisko, vyvrtala 3 pokusné vrty ležící ve vodorovné rovině. Ve stanovišti A narazili těžaři na ropné ložisko v hloubce 2 250 m, v místě B v hloubce 1 650 m a v místě C v hloubce 1 150 m. Stanoviště B leželo přesně na východ od stanoviště A ve vzdálenosti 2 400 m, stanoviště C leželo 2 200 m na jih od stanoviště A. Vaším úkolem je určit odchylku ropného ložiska od vodorovné roviny povrchu.

8.13 Příloha č. 14

Doprava

Téma: Aritmetická posloupnost

✂ Úloha

Rodina Novákových dojíždí každý den do 5 km vzdáleného města, rodiče do práce, děti do školy. Každý den využívají k přepravě rodinný vůz. Jednoho dne se dočetli v novinách o dopadu výfukových plynů na životní prostředí a rozhodli se udělat pokus, jeden den vyzkoušejí i jiné způsoby dopravy. Děti si zvolili pro dopravu autobus. Maminka se nechtěla vzdát auta a tatínek chtěl vyzkoušet kolo.

Tatínek není velký spáč a tak vyjel ráno na kole v půl 7. Děti vyjížděly v 7 hodin ze zastávky autobusu. Cestou míjeli jejich rodinný dům na konci městečka. Ve chvíli, kdy projížděli kolem, vyjížděla maminka z garáže. Za jak dlouho dohonila autobus, který jel rychlostí 20 m/s. když ujela za první sekundu 3 m, za každou další sekundu ujela o 2 m více? Urči vzdálenost, kterou maminka ujede, než autobus dojede a jakou rychlostí pojede.