

JIHOČESKÁ UNIVERZITA V ČESKÝCH BUDĚJOVICÍCH

Pedagogická fakulta

SBÍRKA ÚLOH PRO ZÁJMOVOU MATEMATIKU NA PRVNÍM STUPNI ZŠ

DIPLOMOVÁ PRÁCE

Knihovna JU - PF



3 1 1 5 1 7 2 4 2 5

České Budějovice, duben 2006

Petra Frídová

ANOTACE

Cílem této diplomové práce je poskytnout učitelům poznatky o sbírce úloh pro 1. stupeň ZŠ, která by měla být vhodným doplňkem učebnice.

Diplomová práce obsahuje poznatky o sbírce, která je určena pro učitele 1. stupně ZŠ. Téma práce odpovídá odborné poloze učitelů 1. stupně ZŠ, zejména v oblasti výuky matematiky, ačkoli práce obsahuje i poznatky o učebnici.

Práce má tři části - poznatky o sbírce, poznatky o učebnici a poznatky o výuce matematiky na 1. stupni ZŠ. Sbírka úloh je určena pro učitele 1. stupně ZŠ a obsahuje úlohy, které jsou vhodné pro výuku matematiky na 1. stupni ZŠ.

Matematika má pro učitele 1. stupně ZŠ významnou roli, protože je základem pro další vzdělávání. Sbírka úloh je určena pro učitele 1. stupně ZŠ a obsahuje úlohy, které jsou vhodné pro výuku matematiky na 1. stupni ZŠ.

Prohlašuji, že jsem diplomovou práci na téma: „Sbírka úloh pro zájmovou matematiku na 1. stupni ZŠ“ vypracovala samostatně a použila jsem jen literatury a pramenů, které cituji a uvádím v seznamu literatury.

Petra Frídová

Petra Frídová

ANOTACE

Cílem této diplomové práce je poskytnout náměty pro učitele prvního stupně základní školy, kteří by chtěli vést matematický kroužek.

Diplomová práce obsahuje patnáct témat, která jsou řazena libovolně bez návaznosti na sebe. Témata jsou vybírána náhodně podle atraktivity. Některá témata navazují na školskou matematiku, některá nejsou obsažena v osnovách matematiky.

Každé téma má dvě části – pracovní list a metodickou část. Pracovní listy jsou určeny přímo pro žáky. Obsahují různé úlohy týkající se daného tématu. Úlohy jsou určeny obtížností pro žáky čtvrtých a pátých tříd.

Metodická část je určena pro učitele. Najde zde teoretické poznatky o daném tématu, možnosti, jak postupovat při řešení úloh se žáky a řešení pracovního listu.

ANNOTATION

The goal of this thesis is to provide subjects for first grade primary school teachers who want to run a mathematics club.

This thesis contains fifteen unrelated topics. The topics are chosen randomly according to their attractiveness. Some of the topics concur with mathematics classes at school, some of them are included in mathematics classes outlines.

Each topic consists of two parts - a worksheet and a methodology part. The worksheets are intended for pupils. They contain various tasks related to the topic given. The tasks are classified with its level of proficiency for pupils of fourth and fifth class.

The methodology part is intended for teachers. They will find theoretical background for the topics given, options how to proceed in solving the tasks with pupils, and answers to each exercise. Each chapter is concluded with a reference list of additional literature where further information can be found.

OBSAH

I. ÚVOD.....	6
1. Struktura materiálu.....	7
2. Možnosti použití materiálu.....	8
II. VYBRANÁ TÉMATA	
1. Magické čtverce.....	9
1.1 Pracovní list.....	9
1.2 Metodická část.....	11
2. Origami.....	13
2.1 Pracovní list	13
2.2 Metodická část.....	14
3. Parketáže	18
3.1 Pracovní list.....	18
3.2 Metodická část.....	21
4. Kombinatorika.....	24
4.1 Pracovní list	24
4.2 Metodická část	25
5. Osová souměrnost	27
5.1 Pracovní list	27
5.2 Metodická část	30
6. Geoboard	33
6.1 Pracovní list	33
6.2 Metodická část	35
7. Dvojková soustava	38
7.1 Pracovní list	38
7.2 Metodická část	40
8. Úlohy řešené experimentem	42
8.1 Pracovní list	42
8.2 Metodická část	43
9. Domečkologie	45
9.1 Pracovní list	45
9.2 Metodická část	47
10. Numerace	50

10.1 Pracovní list	50
10.2 Metodická část	53
11. Palindromy	57
11.1 Pracovní list	57
11.2 Metodická část	59
12. Logika	60
12.1 Pracovní list	60
12.2 Metodická část	63
13. Tělesa	65
13.1 Pracovní list	65
13.2 Metodická část	69
14. Tangram	70
14.1 Pracovní list	70
14.2 Metodická část	72
15. Algebrogramy	74
15.1 Pracovní list.....	74
15.2 Metodická část	75
III. ZÁVĚR	77
IV. LITERATURA	78

I. ÚVOD

Matematika je předmětem, který je tradičně vnímán jako základ počátečního vzdělávání. Vzdělávacím obsahem matematiky je číslo a početní operace, závislosti vztahů a práce s daty, geometrie v rovině a v prostoru, nestandardní aplikační úlohy a problémy. O školním předmětu matematiky se často říká, že vychovává logické myšlení.

Výuka matematiky na základní škole má všeobecně vzdělávací charakter. Matematické vzdělávání rozvíjí abstraktní myšlení, logické usuzování, učí argumentaci. Žáci si během matematického vzdělávání postupně osvojují matematické pojmy, symboliku a možnosti jejich užití. Matematické vzdělávání pomáhá žákům vnímat složitost reálného světa a rozumět mu. Žáci si rozvíjejí zkušenosti a řešení úloh a problémů, provádějí rozborů problémů a vytvářejí plány řešení, odhadování výsledků. Zpřesňují si vyjadřování a zdokonalují si grafický projev.

Matematika je důležitým nositelem kulturního dědictví, ukazuje úroveň a vývoj lidského myšlení, její znalost patří k základnímu kulturnímu rozhledu.

Matematická gramotnost pro žáky v období základního vzdělávání zahrnuje následující vědomosti: důkladnou znalost početních operací a základní zásady geometrie a algebry. Žák si postupně vytváří postoje:

- nemá „strach“ z čísel
- dokáže používat početní operace při řešení běžných problémů v každodenním životě
- dokáže hledat zdůvodnění určitého tvrzení

Matematické vzdělávání by mělo vést k získání pozitivního postoje k matematice a k zájmu o ni a o její aplikace. Mělo by podnítit zájem o další studium, upevnit důvěru ve vlastní schopnosti, zdokonalit vytrvalost a preciznost při práci.

Otázky rozvoje zájmu žáků o matematiku nelze zužovat pouze na hodiny školního vyučování, důležité je postavení zájmové činnosti. U dětí mladšího školního věku je třeba podporovat zájem o matematiku, ukázat ji jako zábavnou zálibu či koníček, získat u dětí správný vztah k matematice. Dále je třeba děti naučit, jak trávit volný čas užitečnou a zábavnou činností, vytvářet kladné vlastnosti a návyky. To znamená rozvíjet rozumovou kapacitu dítěte, logické myšlení, prostorovou představivost.

V poslední době se velmi rozrostla nabídka zájmových útvarů s nejrůznějším zaměřením: sportovním a pohybovým, hudebním, počítačovým a jiným, ale stále není mnoho těch, které by se soustředily na rozvoj matematického vzdělávání. Jejich existence je spíše ojedinělá.

Cílem této diplomové práce je poskytnout náměty pro učitele na prvním stupni základní

školy, kteří by chtěli vést matematický kroužek a rozvíjet tak matematické vzdělávání u žáků mladšího školního věku.

1. Struktura materiálu

Má diplomová práce obsahuje patnáct témat, která jsou řazena libovolně bez návaznosti na sebe. Témata jsem vybírala spíše intuitivně, protože nemám tak bohaté zkušenosti, abych mohla vycházet ze své praxe. Některá témata navazují na školskou matematiku, některá nejsou obsažena v osnovách matematiky pro první až pátý ročník, ale zařadila jsem je, protože se domnívám, že budou pro děti atraktivní.

Převážně jsem čerpala z různé literatury zaměřené na zájmovou matematiku pro dospělé (například: Kowal, S.: Matematika pro volné chvíle. Praha: SNTL, 1975, Görkeová, L.: Zajímavá matematika. Praha: Albatros, 1976, Mrázek, J.: Tajie matematiky. Praha: Práce, 1986), ale některé náměty jsem převzala z knih určených dětem, kterých není na knižním trhu mnoho. Byly to převážně tituly, které vyšly v posledních šesti letech (například: Poskitt, K.: Vražedná matematika. Praha: Egmont, 2004, Němcová, J.: Nebojím se matiky. Praha: Albatros, 2005, King, A.: Co dokážu s matematikou. Havlíčkův Brod: Fragment, 1999). Bohatým zdrojem byl též internet.

Každé téma má dvě části – pracovní list a metodickou část. Pracovní listy obsahují různé úlohy týkající se daného tématu. Úlohy jsem se snažila vybírat tak, aby byly vhodné pro všechny žáky, kteří mají o matematický kroužek zájem, nejen pro výborné matematiky. Úlohy jsou obtížností určeny především pro žáky čtvrtých a pátých tříd, ale některé úlohy dokáží řešit i mladší žáci ve druhých a třetích třídách. Pracovní listy jsou vždy koncipovány tak, aby je učitel mohl přímo předložit žákům k řešení. Témata nezahrnují všechny typy příkladů, které k tématu náleží, jsou pouze náhodným výběrem některých z možných variant. Většina témat obsahuje kolem deseti úloh. Náročnějších příkladů je méně.

Metodická část je určena pro učitele. Najde zde teoretické poznatky o daném tématu, tzn. historii, vysvětlení základních pojmů, teorii jednotlivých témat a motivace. Dále také možnosti, jak lze postupovat při řešení úloh se žáky. Každá metodická část obsahuje řešení pracovního listu. Příklady jsou číslovány stejně jako na pracovním listě (Př. x -) a jsou zde uvedeny pouze výsledky úloh nikoli postup jejich řešení. V případě více různých řešení jsou uvedeny všechny možnosti.

Každá kapitola je zakončena použitou literaturou, kde je možné nalézt další odkazy a čerpat nové náměty.

2. Možnosti použití materiálu

Jak již bylo zmíněno, tento materiál je určen pro učitele, kteří by chtěli vést zájmový matematický útvar.

Matematický kroužek by se měl scházet jedenkrát za týden a neměl by trvat více jak šedesát minut (optimální je čtyřicet pět minut). Počet dětí není podmíněný, ale vhodná je skupinka do deseti dětí. Žáci nemusejí být stejného věku. Materiál je určen pro děti ve věku deset až jedenáct let, ale mohou se zapojit i děti mladší.

Doporučila bych učiteli, aby s dětmi dané téma nejprve probral, vysvětlil a pak teprve předložil žákům k vypracování pracovní listy. Způsob, kdy jsem pracovní list dětem předložila bez předchozího poučení, se mi neosvědčil. Děti tápaly, nevěděly si rady při řešení. Každému tématu bych věnovala alespoň dvě schůzky kroužku.

Jednotlivé úlohy mohou také použít v běžných hodinách matematiky pro žáky, kteří jsou rychleji hotovi s prací, pro talentované žáky nebo jen jako zpestření v hodinách pro všechny děti v podobě motivace či v závěrečné fázi hodiny.

Žáci v matematickém kroužku by neměli být klasifikováni, ani jinak hodnoceni. Naší prioritou by mělo být budování zájmu dětí o matematiku.

Má diplomová práce je jen pouhým námětem a inspirací pro učitele, nikoli přesným plánem práce v matematickém kroužku. Nejdůležitější je, aby se žáci naučili trávit volný čas užitečnou a zábavnou činností, aby rozvíjeli svou rozumovou kapacitu, logické myšlení a prostorovou představivost.

Věřím, že matematických kroužků bude na školách přibývat a že se tím zlepší vztah dětí k matematice.

II. VYBRANÁ TÉMATA

1. MAGICKÉ ČTVERCE

1.1 PRACOVNÍ LIST (magické čtverce)

Př. 1 - Proč říkáme čtverci na obrázku magický?

8	1	6
3	5	7
4	9	2

Př. 2 - Zkus vypočítat několik magických čtverců.

	8	7
	6	
5		

11	9	2		25
5			7	
22		13	4	6
	1	24	15	17
19	12	10		3

	9	4
	5	
	1	8

Př. 3 - Doplň čtverec tak, aby se součet všech čísel v řádku, ve sloupci a na uhlopříčkách rovnal 186.

32		92
	2	77

Př. 4 - Do každého prázdného políčka vepiš některé z čísel 1, 2, 3, 4 tak, aby v každém řádku, v každém sloupci a na obou uhlopříčkách bylo každé z čísel právě jednou.

1	2		
			3

Př. 5 - Na závěr si prohlédni tento čtverec. Co pozoruješ?

96	11	89	68
88	69	9	16
61	86	18	99
19	98	66	81

Teď otoč papír nohama vzhůru. Jak se čtverec změní?

1.2 METODICKÁ ČÁST (magické čtverce)

Před tisíci lety bylo sestavování magických čtverců buď jen zábavou, nebo magickým problémem. Již po staletí se magickými čtverci zabývají matematici, kteří magické čtverce rozřídili, pojmenovali je a objevili způsoby jejich sestavování i jejich vlastnosti.

Magickým čtvercem n -tého řádu rozumíme uspořádání přirozených čísel od 1 do n^2 do čtverce o n řádcích a n sloupcích tak, že součet na každé řádce, na každém sloupci i na každé úhlopříčce je stejný a nazývá se konstantou magického čtverce k . Protože čísla jsou do řad rozdělena rovnoměrně, je zřejmě číslo k rovno jedné n -tině ze součtu čísel od 1 do n^2 .

Jestliže se rovnají jen součty čísel v řádcích a sloupcích, ale součty na uhlopříčkách jsou jiné, budeme takový čtverec nazývat polomagickým. Má-li čtverec ještě jiné vlastnosti, nazýváme jej super magickým.

Základní informace:

- a) magické čtverce dělíme na sudé (4, 16, 36, 64 jednotkových čtverečků) a liché (9, 25, 49....čtverečků)
- b) konstantu S_n magického čtverce vypočteme podle vzorce $S_n = 1/2 n (n^2 + 1)$, kde n je počet jednotkových čtverečků v každém řádku (i sloupci)
- c) liché magické čtverce mají středové číslo

Velmi populárním hitem roku 2005 je SUDOKU, zvané též křížovka roku 2005. Je to čtverec o rozměrech 9 x 9 políček ještě rozdělený na menší čtverce o rozměrech 3 x 3 políčka. Úkolem je: v každém řádku, sloupci i malém čtverci se musí doplnit čísla od 1 do 9 tak, aby se v žádném z nich ani jedno číslo neopakovalo.

ŘEŠENÍ PRACOVNÍHO LISTU:

Př. 2

3	8	7	11	9	2	18	25	2	9	4
10	6	2	5	23	16	7	14	7	5	3
5	4	9	22	20	13	4	6	6	1	8
			8	1	24	15	17			
			19	12	10	21	3			

Př. 3

47	122	17
32	62	92
107	2	77

Př. 4

1	2	3	4
3	4	1	2
4	3	2	1
2	1	4	3

Př. 5 – Součet v každém řádku, sloupci a na uhlopříčkách je 264. Po otočení zůstává součet stejný.

Literatura:

Poskitt, K.: Vražedná matematika. Praha: Egmont, 2004

Kowal, S. : Matematika pro volné chvíle. Praha: SNTL, 1975

Adler, I.: Čísel hra kouzelná. Praha: Horizont, 1972

2. ORIGAMI

2.1 PRACOVNÍ LIST (origami)

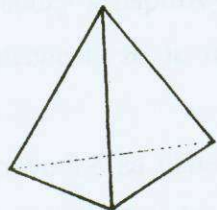
Př. 1 – Z archu papíru A4 slož pravidelný osmiúhelník



pravidelný šestiúhelník

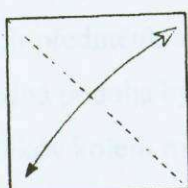


čtyřstěn

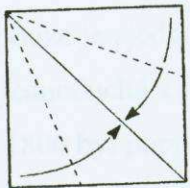


Př. 2 – Slož podle návodu

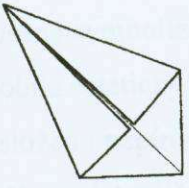
Kachna



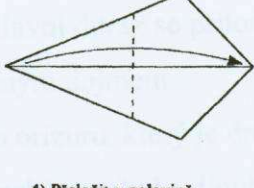
1) Vytvořit diagonální hranu.



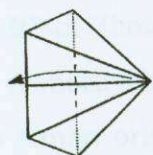
2) Přeložit k hraně.



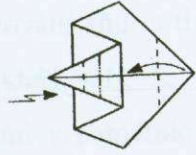
3) Vznikl tzv. kite-fold. Obrátit.



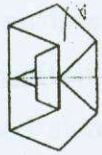
4) Přeložit v polovině.



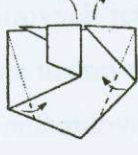
5) Přeložit podél naznačené hrany.



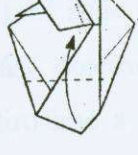
6) Harmonický sklad zformuje hlavu, sklad vpravo ocas.



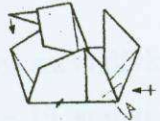
7) Přeložením podélně vznikne trup.



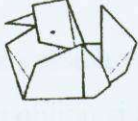
8) Uchopit hlavu s krkem a povytáhnout. To samé s ocasem.



9) Povytáhnout samotnou hlavu. Přeložit křídla nahoru.



10) Zobák potáhnout dolů, pravý dolní roh zahnout dovnitř.



11) Hotová kachna.

2.2 METODICKÁ ČÁST (origami)

Origami je japonské slovo, které se skládá ze dvou znaků. První znak znamená „skládat“, druhý znak znamená „papír“. Dohromady oba znaky dávají slovo „skládat papír“ (oru kami – origami).

Dobu, ve které má tradice japonských origami počátek, dnes již přesně nelze určit. Je ale jisté, že Japonci se seznámili s tajemstvím výroby papíru u Číňanů již počátkem 1. tisíciletí n. l. tedy asi o tisíc let dříve než první Evropané. V nejstarších dobách byly papírové skládanky v Japonsku užívány při náboženských obřadech a při výzdobě šintoistických svatyní. Ostatně tyto skládanky tam najdeme dodnes. Papírové řetízky poskládané podle přesných pravidel se zavěšují s trsy slámy na „výstražných“ šňůrách šimenawa, jež označují hranici posvátného území svatyně, za kterou smí vstoupit jen kněz. Podobné šňůry s papírovými skládankami visí i před vchody do japonských domů, kde symbolizují skutečnost, že je dům očištěn a připraven k novoročním oslavám.

Origami považovali v Japonsku původně za užité umění. Jako zábava se začaly papírové skládanky v Japonsku šířit až někdy v 17. století. Zmínky o nich se objevují i v různých literárních dílech v 18. a 19. století, takže víme, že už tehdy Japonci znali asi sedmdesát druhů skládanek.

Již tehdy se však formovala základní zásada japonských origami: ne věrně kopírovat tvar skutečných předmětů, ale pouze je zjednodušeně symbolizovat. Hlavní důraz se přitom klade na to, aby výsledná podoba byla jednoduchá a působila esteticky vyváženým dojmem.

Někdy kolem roku 1800 byl poprvé složen i papírový jeřáb orizuru, který je dnes v Japonsku vůbec nejoblíbenější skládankou. Jeřáb patří mezi tradiční japonské symboly dlouhého života, a proto si lidé často desítky nebo i stovky skládaných jeřábů navlékají na dlouhé šňůry a zavěšují v bytě pro štěstí. Zhotovování šňůr s tisícem navlečených papírových jeřábů je také stále oblíbenou zábavou nemocných, kteří věří, že tak přispívají ke svému uzdravení. Zvláště dojemně působí setkání s těmito origami v památnících obětí atomového bombardování v Hirošimě a Nagasaki. Také známý pomník dětským obětem Hirošimě znázorňuje jedno desetileté děvčátko, které v ruce drží nedokončeného papírového jeřába. Jmenovala se Sadako Sasaki a zemřela, aniž se jí podařilo složit vytoužených tisíc jeřábů.

Nějaký čas byla hra rozšířena mezi dívkami z vyšších vrstev. Největšího rozkvětu dosáhla v Japonsku skládanka origami koncem 19. století a tuto oblibu si udržela dodnes.

S jednoduchými skládankami se seznamují děti již v mateřských školách a origami jsou zahrnuty i do učebních osnov výtvarné výchovy na základních školách. Origami však není výlučně dětskou záležitostí. Způsob skládání nejstarších origami se původně předával ústně od rodičů dětem. V

minulém století však bylo sepsáno několik obsáhlých publikací s podrobnými návody a skládanky v těchto knihách dnes tvoří jakýsi „zlatý fond“ tradičních origami, kterým se v Japonsku říká denšó origami (na rozdíl od sósaku origami vytvořených až v novější době).

Vlivem origami by se pravděpodobně daly vysvětlit i naše školácké hračky sestrojené z kusu papíru (vlaštovky, loďky)

V současné době existují v Japonsku dva druhy origami - tradiční a moderní, které se od sebe značně liší. Pro tradiční origami je typické, že se skládají vždy z jednoho čtvercového kusu papíru, bez použití nůžek, lepidla apod. a také bez dalšího zdobení - třeba přimalování očí. Postup jejich skládání bývá velmi přesně předepsán, takže výsledky by se od sebe neměly příliš lišit, ať je složí kdokoli.

U moderních origami je oproti tomu ponechán značný prostor pro vlastní fantazii skládajícího. Autoři japonských příruček přitom zdůrazňují, že je hlavně třeba nechat se „vést srdcem“. Dovoluje užívat nejen čtverce, ale i obdélníky a kromě stříhání a vzájemného slepování jednotlivých dílů se například zvířatům nalepují oči, uši, ocas a jiné části těla nejenom z papíru, ale třeba i z plsti nebo příze.

Zatímco u tradičního origami není nikdy znám jeho původní autor, tvorbou moderního origami se často zabývají i známí výtvarní umělci. Vzniká tak složité umělecké origami, které se ukazuje na výstavách a pokládá se za samostatné autorské dílo na pomezí plastiky a obrazu.

Moderní kreativní origami vděčí za svůj vznik muži jménem Akira Yoshizawa.

Původu Origami v Evropě existuje spousta teorií. Zatímco Japonci si samozřejmě myslí, že se do Evropy dostalo origami z Japonska, Španělé tvrdí, že vzniklo jako samostatný druh umění ve Španělsku.

Jisté je, že španělští Mauři využívali origami při studiu geometrie. Klasická španělská skládanka - pajarita (u nás známá jako koník), má být údajně nejstarší skládankou v Evropě (vznikla asi ve 13. století) a z ní se pak odvinula celá evropská větev origami, čili španělsky - papiroflexia.

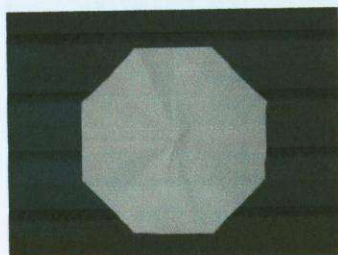
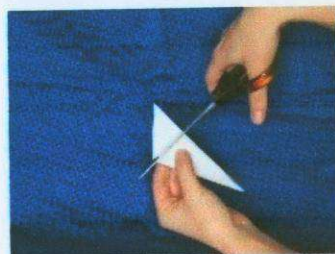
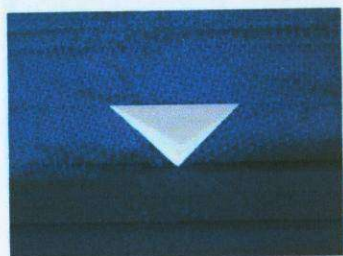
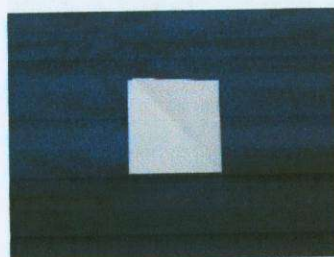
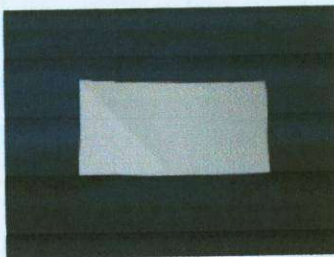
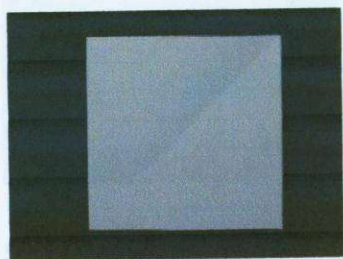
Skládání z papíru je v západním světě velmi oblíbené. Existuje dokonce několik směrů. Východní-klasické skládání vychází z japonské staré školy, zobrazuje květiny, zvířata, předměty a je poměrně jednoduché. Skládanky mají pouze přibližný tvar a svůj skutečný vzor pouze napodobují.

Směr západní-realistické origami představuje přesnou kopii skutečného vzoru se všemi detaily. Návody na tyto skládanky jsou někdy tvořeny pomocí počítače a jejich složení zvládne jen trénovaný origamista s obrovskou trpělivostí. Skládání totiž může trvat i několik hodin.

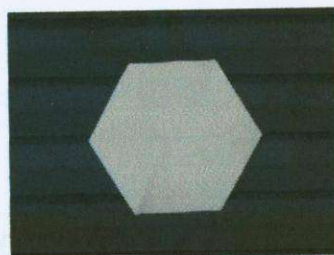
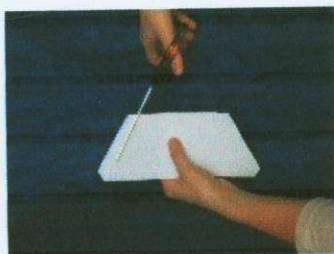
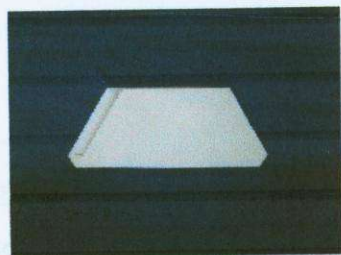
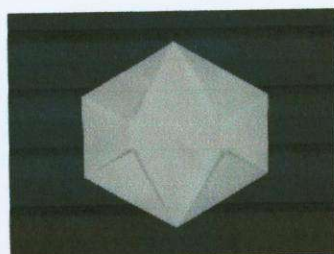
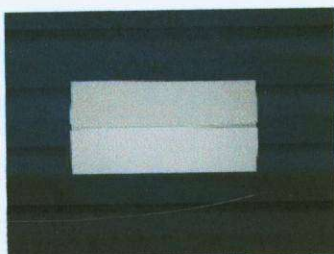
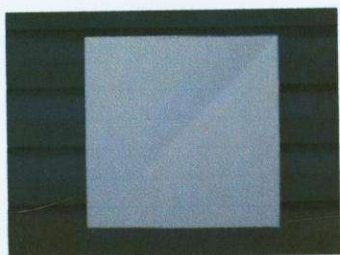
Japonská hra je zajímavá i z hlediska matematického. Ze čtvercového archu papíru lze snadno vyrobit pravidelné trojúhelníky, šestiúhelníky a osmiúhelníky, ale i pětiúhelníky.

ŘEŠENÍ PRACOVNÍHO LISTU

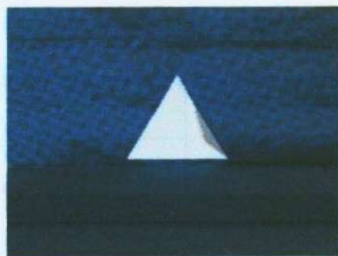
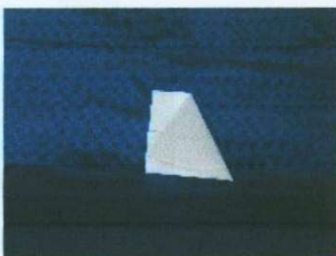
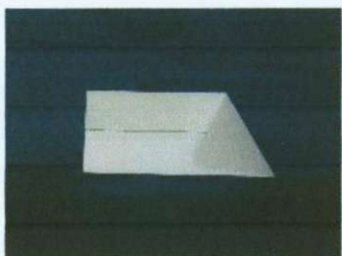
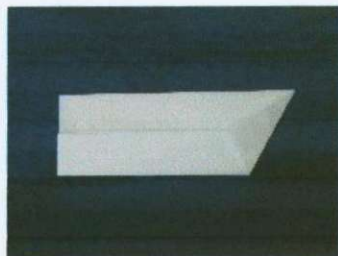
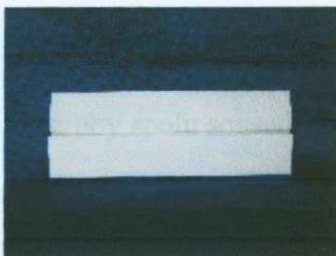
Př. 1 – Pravidelný osmiúhelník



Pravidelný šestiúhelník



Čtyřstěn



Literatura:

- Düsseldorferová, E.: Velká kniha pro malé mistry VI..Praha: Ikar, 2000
Barřfová, U.: Velká kniha pro malé mistry II.. Praha: Ikar, 2000
Rojas, H.: Fascinující svět origami zvířátek. Praha: Ikar, 1995
Kowal, S.: Matematika pro volné chvíle. Praha: SNTL, 1975

JIHOČESKÁ UNIVERZITA
V ČESKÝCH BUDĚJOVICÍCH
PEDAGOGICKÁ FAKULTA
ÚSTŘEDNÍ KNIHOVNA -8-
Husova 458, 370 05 České Budějovice

3. PARKETÁŽE

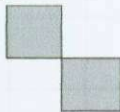
3.1 PRACOVNÍ LIST (parketáže)

Pravidlo: Čtverečky musíme spojovat tak, aby spolu sousedily vždy celou stranou.

Správně



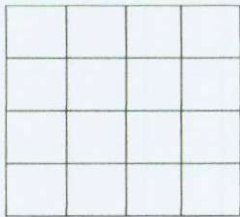
Špatně



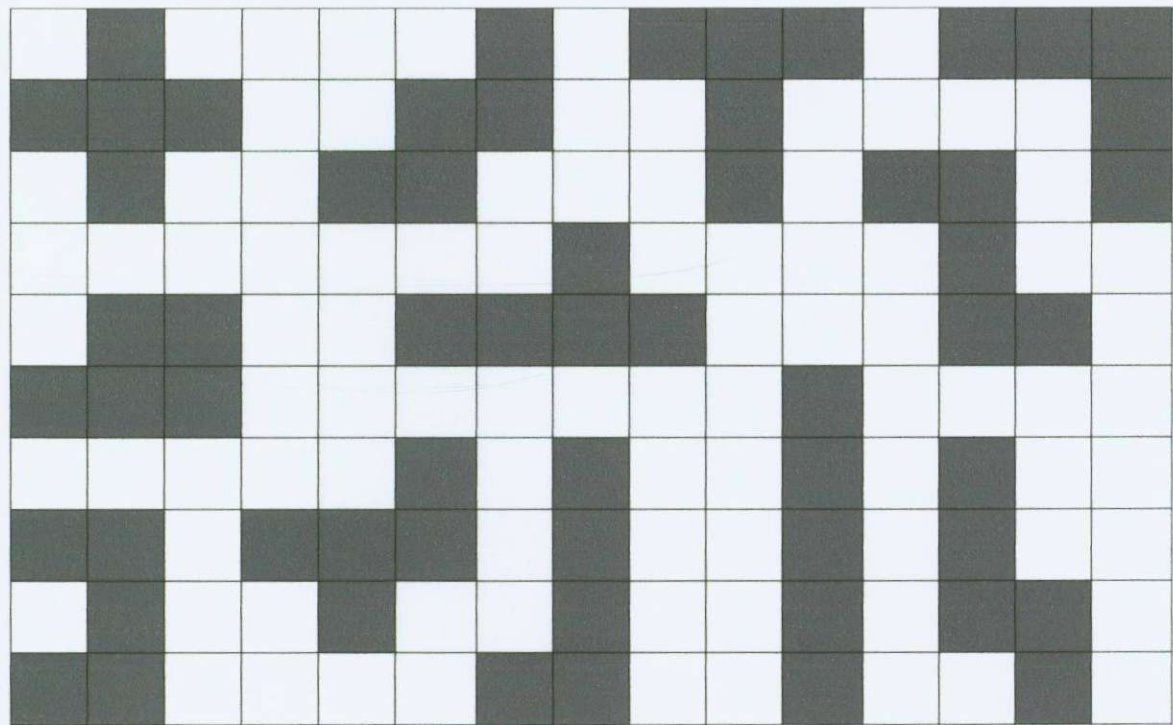
Př. 1 - Dokresli zbylé dva tvary složené ze čtyř čtverečků.



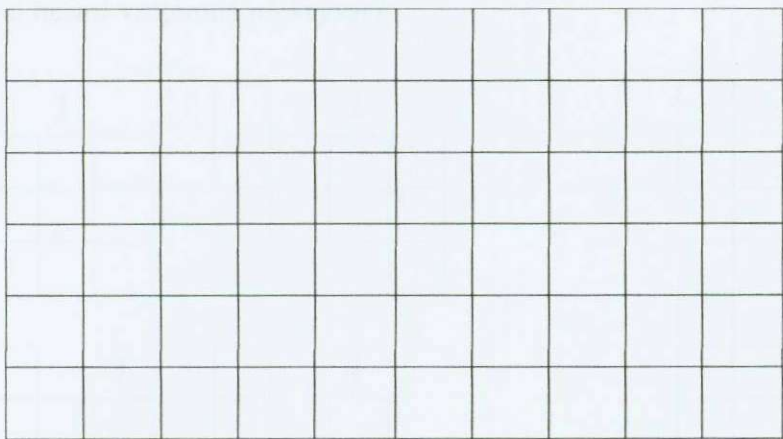
Př. 2 – Vystříhni čtyřikrát každý tvar z předchozí úlohy. Můžeš s některým z těchto tvarů „vydláždit“ čtverec na obrázku beze zbytku?



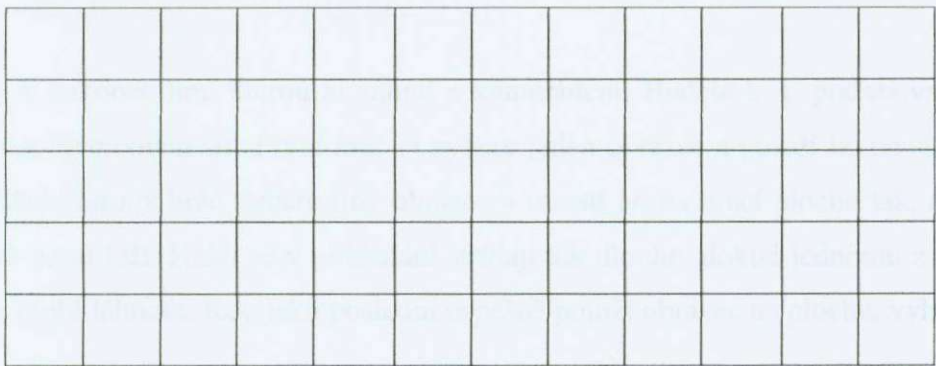
Př. 3 - Vystříhni si obrazce tvořené z pěti čtverečků.



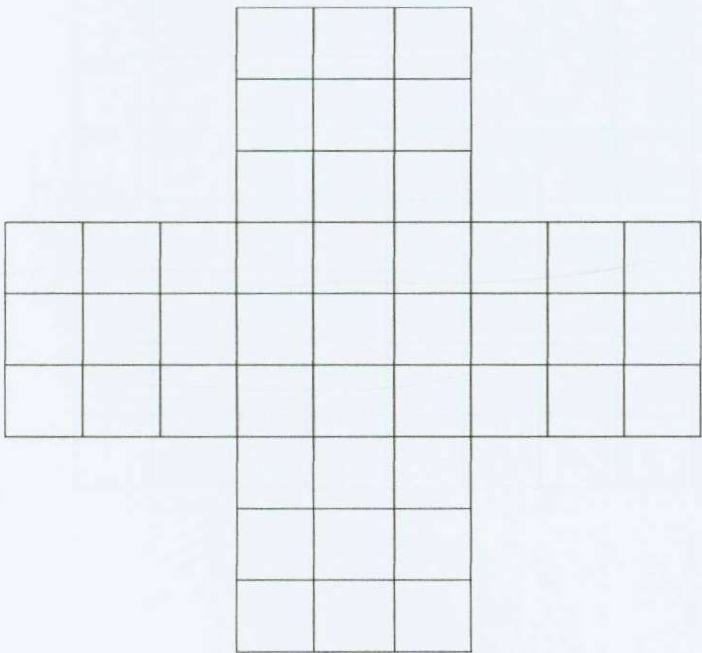
Slož z vystřižených tvarů obdélník 6 x 10 čtverečků.



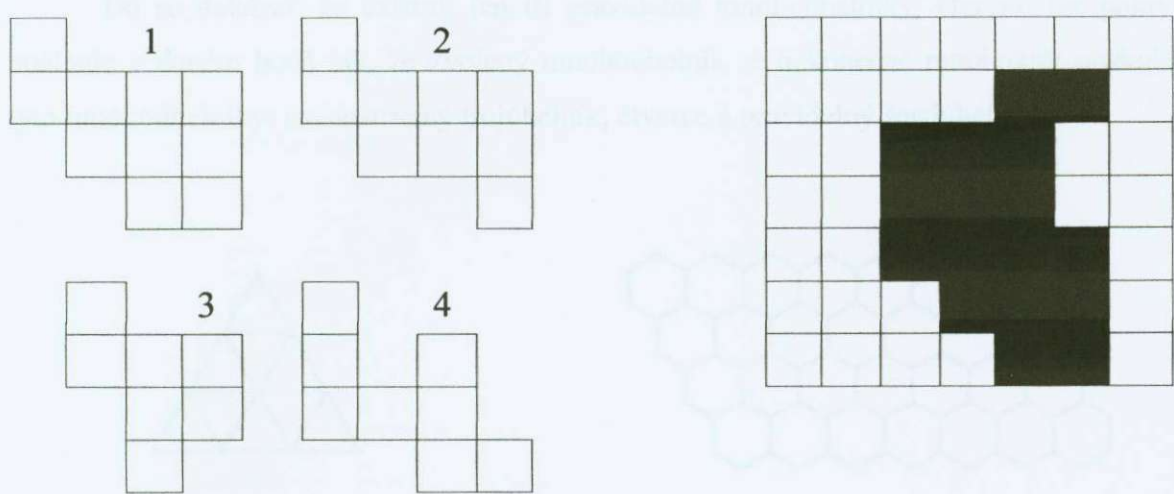
Př. 4 – Slož obdélník 5 x 12 čtverečků.



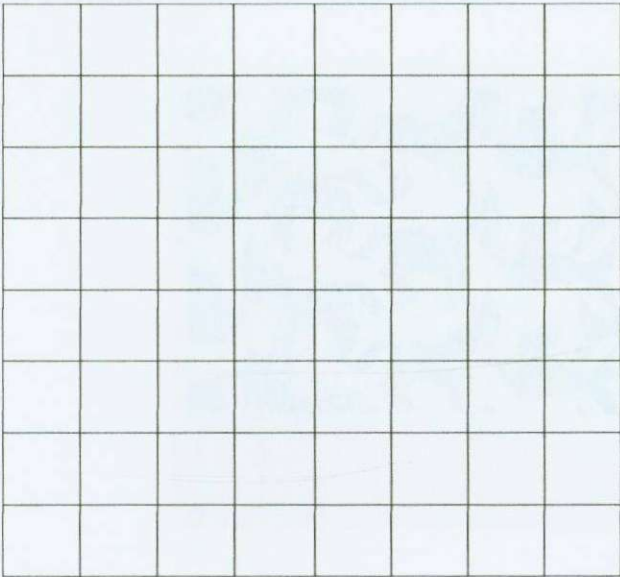
Př. 5 - Obrázek postav z devíti vystřižených tvarů.



Př. 6 - Černé kameny mozaiky mají být zakryty. Které dva díly k tomu potřebuješ, jestliže se při položení nesmí vzájemně překrývat?

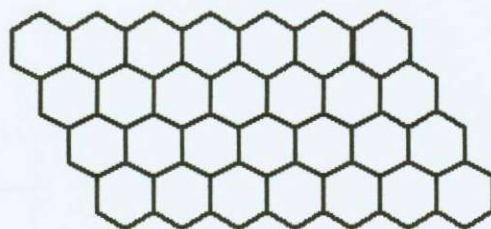
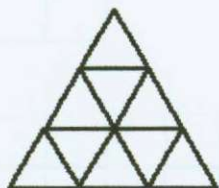


Př. 7 - A nakonec hra, kterou si zahraj s kamarádem. Budete k ní potřebovat sadu vystřižených obrázců a čtvercovou síť. První hráč si vybere jeden obrazec a položí ho na síť tak, aby zakrývalo pět políček. Druhý hráč vybere jiný obrazec a umístí ho na hrací plochu tak, aby nepřekrýval ten, který už na ní leží. Hráči se v pokládání střídají tak dlouho, dokud jednomu z nich nezbývá místo, kam by mohl táhnout. Kdo jako poslední úspěšně položí obrazec na plochu, vyhrává.



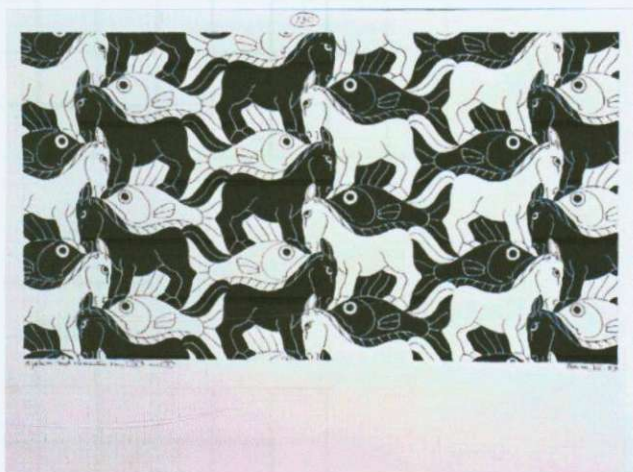
3.2 METODICKÁ ČÁST (parketáže)

Dá se dokázat, že existují jen tři pravidelné mnohoúhelníky, kterými lze pokrýt rovinu, počínaje v daném bodě tak, že zvolený mnohoúhelník se nekonečně mnohokrát opakuje. Jsou to tyto mnohoúhelníky: rovnostranný trojúhelník, čtverec a pravidelný šestiúhelník.



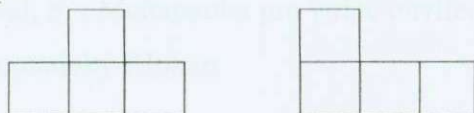
Na druhé straně však existuje nekonečně mnoho obecných (nepravidelných) mnohoúhelníků, jimiž lze podobně pokrýt celou rovinu. Jsou to tupouhlý trojúhelník, lichoběžník, libovolný rovnoběžník, které můžeme zvětšovat, či zmenšovat.

S parketážemi se můžeme setkat i v umění. Využívá jich například holandský výtvarník grafik Maurits Cornelis Escher ve svých obrazech.



ŘEŠENÍ PRACOVNÍHO LISTU

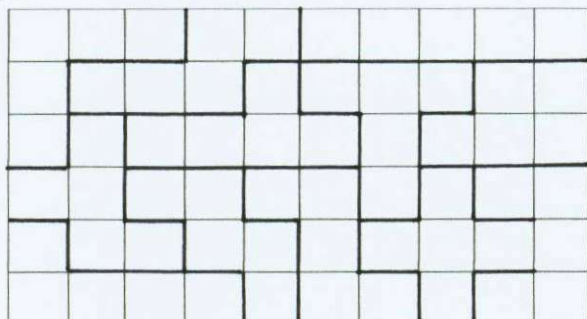
Př. 1 -



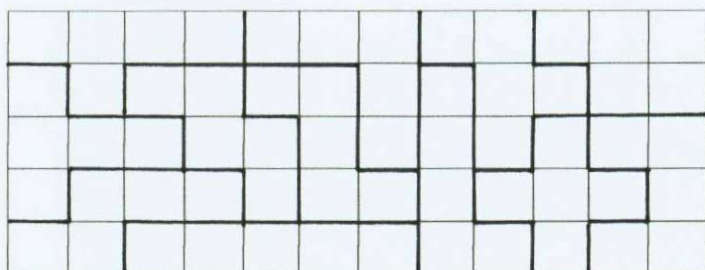
Př. 2 – Nelze vydláždit tímto tvarem



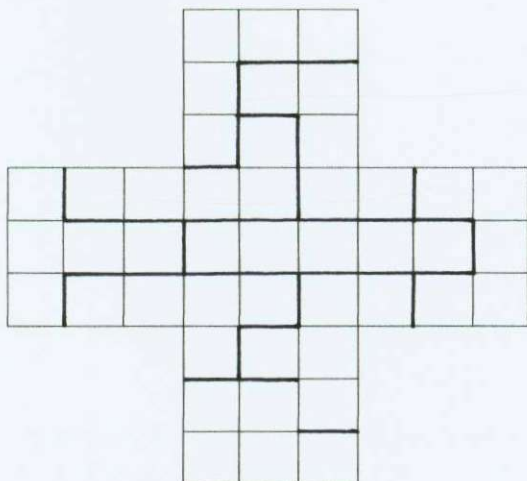
Př. 3 -



Př. 4 - Je 1 010 možností



Př. 5



Př. 6 - Je to díl jedna a tři

Literatura:

Poskitt, K. : Vražedná matematika. Praha: Egmont, 2004

Kowal, S. : Matematika pro volné chvíle. Praha: SNTL, 1975

Matematický Klokán

Pr. 1 - Klokán přemýšlí nad tím, kolikrát se během svého života setkal s číslem 13. Když přemýšlí, vždycky přemýšlí o číslu 13.



Pr. 2 - Klokán má tři kamarády. Jeden z nich má tři kamarády, druhý dva a třetí jednoho.

Pr. 3 - Když Klokán běží, vždycky běží rychle. Když běží rychle, vždycky běží rychle.



Pr. 4 - Když Klokán běží rychle, vždycky běží rychle. Když běží rychle, vždycky běží rychle.

Pr. 5 - Když Klokán běží rychle, vždycky běží rychle. Když běží rychle, vždycky běží rychle.

Pr. 6 - Když Klokán běží rychle, vždycky běží rychle. Když běží rychle, vždycky běží rychle.



Pr. 7 - Když Klokán běží rychle, vždycky běží rychle. Když běží rychle, vždycky běží rychle.

Pr. 8 - Když Klokán běží rychle, vždycky běží rychle. Když běží rychle, vždycky běží rychle.

Pr. 9 - Když Klokán běží rychle, vždycky běží rychle. Když běží rychle, vždycky běží rychle.

4. KOMBINATORIKA

4.1 PRACOVNÍ LIST (kombinatorika)

Př. 1 - Rodina Vltavských (tatínek, maminka a jejich syn Bedřich) si pronajala kanoi pro tři osoby. Kolika různými způsoby se mohou do kanoe posadit?



Př. 2 - Kolik různých trojčiferných čísel lze zapsat pomocí číslic 3, 0, 7 použiješ-li každou číslici právě jednou?

Př. 3 - Máme látky tří barev: bílé, zelené, červené. Kolik různých tříbarevných vlajek můžeme ušít? (Pruhy látek jsou stejně široké a položeny v jednom směru)



Př. 4 - Nyní máme čtyři barvy červenou, modrou, žlutou, bílou a šijeme tříbarevné vlajky. Kolik jich bude?

Př. 5 - Alenka má pro svou panenku tři sukně a 4 halenky. Kolika způsoby ji může obléci?

Př. 6 - Z města A do města B vede 5 cest. Z města B do města C vedou tři cesty. Kolik je různých cest z A do C, které vedou přes B?



Př. 7 - Z číslic 0, 2, 3, 4 utvoř všechna možná trojčiferná čísla. Každou číslici můžeš použít právě jednou.

Př. 8 - Máme čísla 0, 1, 3, 4, 7. Urči kolik bude všech sudých dvojčiferných čísel. Číslice se neopakují.

Př. 9 - Kolik trojčiferných čísel má ciferný součet roven 5? (např. číslo 1998 má ciferný součet $1 + 9 + 9 + 8 = 27$)

4.2 METODICKÁ ČÁST (kombinatorika)

Je odvětví matematiky, zabývající se zjišťováním počtu možností seskupování prvků dané konečné množiny do skupin různých vlastností. V kombinatorice rozeznáváme tři druhy takových skupin: permutace, variace a kombinace.

Počátky kombinatoriky se objevují již ve starověku. Číňané znali permutace už před naším letopočtem. Kombinace se objevují ve 12. století. Soustavné vědecké studium kombinatoriky začíná v 17. století (vzniká kombinatorická analýza).

Ve starověku sloužila kombinatorika mysticismu, v 16. století hazardním hráčům a zábavě, dnes je aparátem rozhodovacích procesů a strategií her.

O teoretickou výstavbu kombinatoriky se zasloužili: J. Bernoulli, B. Pascal, J. Wallis, A. de Moivre a jiní.

Moderní doba užívá kombinatoriku ve zpravodajské službě (šifrované zprávy), v distribuci a prodeji zboží (čárový kód), ve spojové a dopravní obsluze, ale i v umění (kompozice).

Máme tři kategorie kombinatorických úloh:

- 1) úlohy konstrukční - úlohou je vytváření kombinací
- 2) úlohy enumerační - úloha na stanovení počtu kombinací
- 3) úlohy na hledání extrémních kombinací

Žáci tyto úlohy řeší metodou „pokusu a omylu“. Pro snazší řešení kombinatorických úloh mohou žáci využít desítkového hřiště nebo kartiček s čísly.

Pomocí desítkového hřiště lze řešit například příklad devět z pracovního listu. Žák rozmisťuje pět knoflíků do desítkového hřiště všemi možnými způsoby tak, aby mu vznikla trojciferná čísla s ciferným součtem pět.

<i>stovky</i>	<i>desítky</i>	<i>jednotky</i>	
⊕ ⊕ ⊕ ⊕ ⊕			500
⊕ ⊕ ⊕ ⊕	⊕		410
⊕ ⊕ ⊕ ⊕		⊕	401
⊕ ⊕ ⊕	⊕ ⊕		320
⊕ ⊕ ⊕		⊕ ⊕	302

Dalším možným způsobem řešení těchto úloh jsou kartičky s čísly. Takto mohou žáci řešit třeba příklad dvě z pracovního listu. Žák si vyrobí kartičky s čísly 3, 7, 0. Aby vytvořil trojčíselná čísla, skládá kartičky vedle sebe v různém pořadí a zapisuje výsledky.

3	7	0
---	---	---

7	3	0
---	---	---

3	0	7
---	---	---

7	0	3
---	---	---

ŘEŠENÍ PRACOVNÍHO LISTU

Př. 1 - Je to šest způsobů: MTB, MBT, TMB, TBM, BTM, BMT

Př. 2 - Správně jsou 4: 307, 370, 703, 730

Př. 3 - Vlajek je 6: BČZ, BZČ, ČBZ, ČZB, ZČB, ZBČ

Př. 4 - Odpověď zní 24: ČMŽ, ČŽM, ČŽB, ČBŽ, ČMB, ČBM, MČŽ, MŽČ, MČB, MBČ, MŽB, MBŽ, ŽČM, ŽMČ, ŽČB, ŽBČ, ŽMB, ŽBM, BČM, BMČ, BČŽ, BŽČ, BMŽ, BŽM

Př. 5 - Správná odpověď je 12: Ke každé sukni jsou čtyři halenky a sukně jsou tři, tzn. $3 \times 4 = 12$

Př. 6 - Odpověď je 15: 5×3 cesty

Př. 7 - Výsledek je 18: 203, 230, 240, 204, 234, 243, 302, 320, 324, 342, 340, 304, 402, 420, 423, 432, 430, 403

Př. 8 - Takových čísel je 7: 10, 30, 40, 70, 14, 34, 74

Př. 9 - Výsledek je 15: 500, 302, 203, 230, 320, 122, 212, 221, 113, 131, 311, 401, 104, 140, 410

Literatura:

Poskitt, K.: Ještě vražednější matematika. Praha: Egmont, 2005

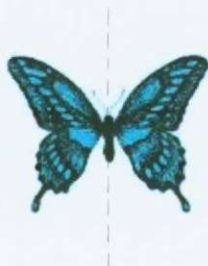
Kowal, S. : Matematika pro volné chvíle. Praha: SNTL, 1975

Matematický Klokán

5. OSOVÁ SOUMĚRNOST

5.1 PRACOVNÍ LIST (osová souměrnost)

Pokud je něco osově souměrné, znamená to, že když nakreslíš čáru (osu) doprostřed, jedna strana je přesnou zrcadlovou kopií strany druhé. Osově souměrní jsou například motýli nebo letci.



Když místo čárkované čáry položíš zrcadlo a podíváš se do něj, uvidíš opět celého motýla. Zkus to.

Př. 1 - Vezmi si list papíru. Přehni ho uprostřed. Přehnutím ti vznikne pomyslná osa. Vodovkami namaluj polovinu písmene A. Potom papír přehni podle osy a znovu otevři. Co se stane?

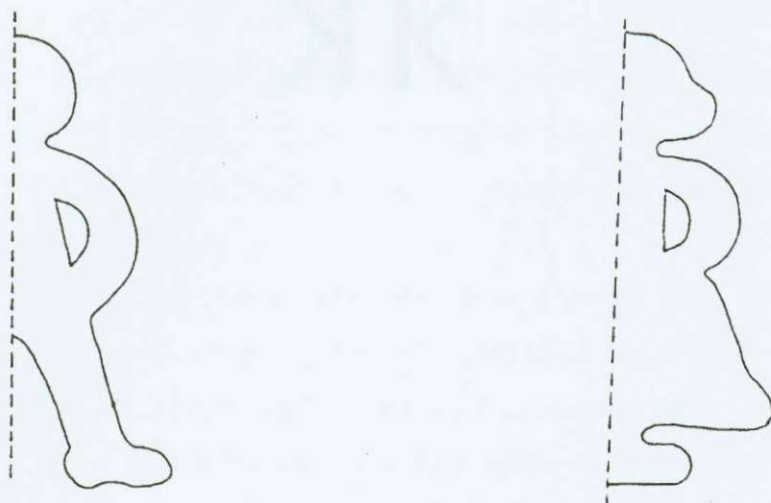


Teď to samé udělej s písmenem Z. Co ti vznikne a proč?



Spousta věcí kolem nás je osově souměrných včetně téměř všech druhů zvířat. I tvoje tělo je (alespoň zvenku) souměrné, jestliže nemáš nějakou ruku navíc nebo náhradní nos vyrůstající z levého kolene. A pokud zrovna nemáš nějaký hodně podivný účes.

Př. 2. Dokresli obrázek tak, aby byl osově souměrný. Čárkovaná čára je osa souměrnosti.



Př. 3 - Některé objekty mají více os symetrie. Např. písmeno H. Najdeš je?



Př. 4 – Dokresli k obrázkům osy souměrnosti.



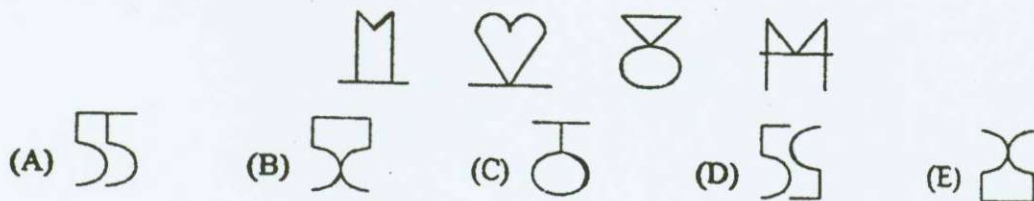
Př. 5 - Vezmi si zrcátko velikosti sešitu, postav je kolmo na stůl, polož před něj list papíru a pokus se napsat na papír slova OTEC a SYN, ale tak, aby byla čitelná právě v zrcadle.

Př. 6 - Dej zrcátko vlevo od papíru a napiš opět OTEC a SYN, ale opět tak, abychom je mohli číst v zrcadle.

Př. 7 – Nakresli mnohoúhelník, který má právě 1, 2, 3, 4, 5, 6 os souměrnosti.

Př. 8 – Čtverec papíru slož do harmoniky. Na horní stranu si překresli motiv a vystřihni.

Př. 9 - Znaky na obrázku představují číslce od 1 do 4 spolu s jejich zrcadlovými obrazy. Který obrázek (znak) bude v řadě následovat?



Př. 10 - Kolik os souměrnosti má tento obrazec?



5.2 METODICKÁ ČÁST (osová souměrnost)

Souměrnost, řeckým slovem symetrie, označuje soulad mezi částmi celku. S projevy symetrie se setkáváme v geometrických obrazcích, v neživé přírodě (např. krystaly), ve světě rostlin (tvar a seskupení listů a květů) i zvířat (rozmístění vnějších tělesných orgánů), ve stavebnictví, v umění (ornamenty, vzory), v řemesle (krajky, výšivky), v technice - zkrátka všude, neboť symetrie je vnitřní nutností organismů i zařízení.

Má-li obrazec osu (rovinu) souměrnosti, skládá se z dvojic bodů ležících na přímkách kolmých k ose (rovině) souměrnosti a stejně od ní vzdálených. Jako celek může mít omezený obrazec několik os (rovin) souměrnosti, např. čtverec má 4 osy souměrnosti.

Obrazce, které nejsou symetrické nazýváme asymetrickými. Zamýšlíme-li se nad podstatou geometrické symetrie v umění, v technice, v řemeslné výrobě, můžeme pozorovat následující fáze jejího vzniku.

Představme si, lomenou čáru (N). Jediný obrázek takové lomené čáry nemá žádné vlastnosti symetrie. Opakujeme-li však tutéž kresbu několikrát podél přímky stále ve stejné vzdálenosti od sebe, dostaneme vzor, jehož motivem je právě ona jednoduchá kresba lomené čáry. Způsob opakování této kresby nazveme rytmem.

Přerušované i souvislé vzory mající tvar podélných párů jsou známé a používané odedávna, např. ke zdobení stěn obytných místností. Opakuje-li se nějaký motiv po celé ploše stěny rytmicky, vzniká vzor (tapeta).

Jiný způsob rytmického opakování motivu spočívá v jeho otáčení o jistou část úhlu.

Třetí způsob rytmického opakování je spojení posunutí podél přímky s otočením kolem svislé osy.

V osové souměrnosti jsou vzor a obraz navzájem nepřímě shodné útvary. Proto říkáme, že osová souměrnost je nepřímá shodnost. Dojde k překlopení obrazce.

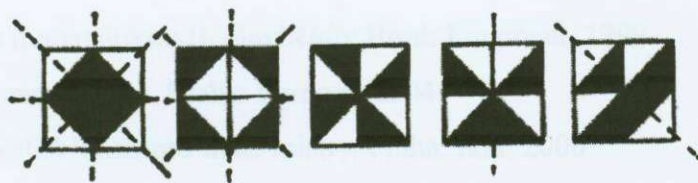
ŘEŠENÍ PRACOVNÍHO LISTU:

Př. 1 - Písmeno A je osově souměrné. Písmeno Z není osově souměrné.



Př. 3 - Jsou dvě, na sebe kolmé.

Př. 4 -



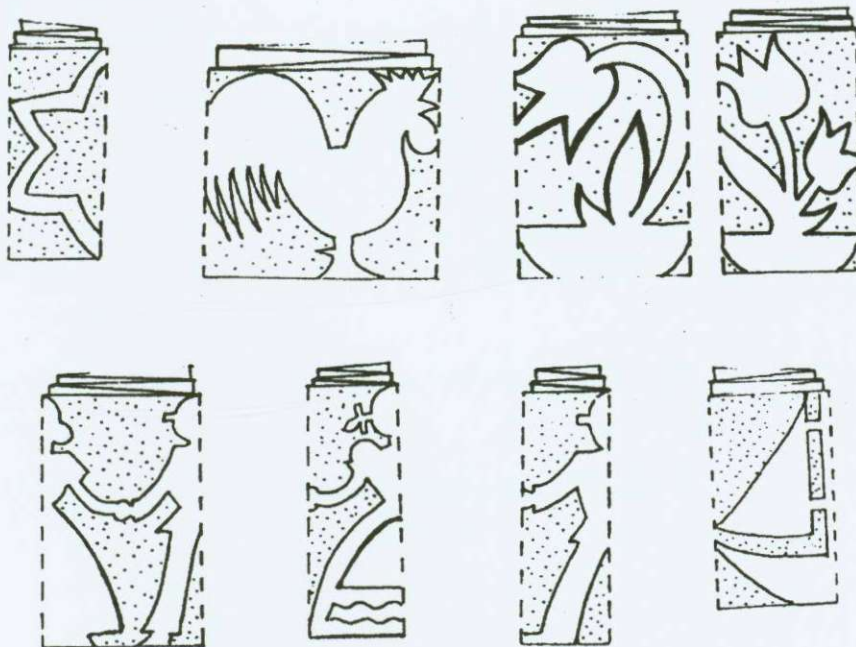
Př. 5 - OTEC 2AM

Př. 6 - MY2 3ETO

Př. 7 - Osy souměrnosti:

- 1 – rovnoramenný lichoběžník, rovnoramenný trojúhelník, deltoid
- 2 – kosočtverec, obdélník
- 3 – rovnostranný trojúhelník
- 4 – čtverec
- 5 – pětiúhelník
- 6 – pravidelný šestiúhelník

Př. 8 - Postupná vystřihovánka - motivy



Př. 9 - Je to znak C.

Př. 10 - Dvě na sebe kolmé

Literatura:

King, A.: Co dokážu s matematikou II. Havlíčkův Brod: Fragment, 1999

Poskitt, K.: Vražedná matematika. Praha: Egmont, 2004

Düsseldorferová, E.: Velká kniha pro malé mistry. Praha: Ikar, 2000

Görkeová, L.: Zajímavá matematika. Praha: Albatros, 1976

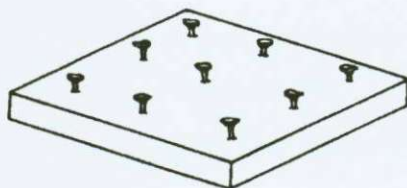
Matematický Klokán

Kowal, S.: Matematika pro volné chvíle. Praha: SNTL, 1975

6. GEOBOARD

6.1 PRACOVNÍ LIST (geoboard)

Této destičce se říká geoboard. Na hřebíky můžeš různými způsoby napínat gumičky a tak vytvářet různé zajímavé obrazce.



Př. 1 – Vyznač na geoboardu pomocí gumičky některá velká písmena.

Př. 2 – Najdi další tvary trojúhelníků a nakresli je do sítě.



Sem dokresli čtyřúhelníky



Př. 3 – Který trojúhelník má větší obsah (zabírá větší část geoboardu)? Proč?



Př. 4 – Vytvoř na geoboardu nejmenší možný trojúhelník. Můžeš ho otáčet, ale i posunovat. Kolik jich lze vytvořit?.....

Př. 5 – Vytvoř dva shodné trojúhelníky. (Shodné trojúhelníky jsou takové, které mají stejný tvar a jsou stejně velké.)

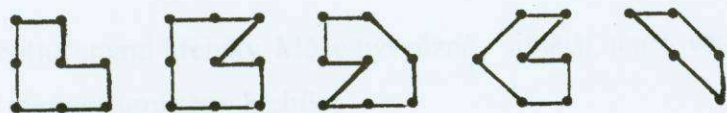
Př. 6 – Kolik různě velkých čtverců je možné vyznačit na geoboardu?



Př. 7 – Kolik čtyřúhelníků můžeš vyznačit na geoboardu? Výsledky zakresli do bodové sítě.

Př. 8 – Kolik pětiúhelníků můžeš vyznačit?

Př. 9 - Jaký obsah mají tyto obrazce?

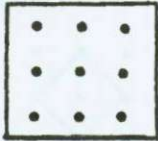


Př. 10 – Jaký obrazec má větší obsah a proč?



6.2 METODICKÁ ČÁST (geoboard)

Je to deska s natlučenými hřebíky. Může být různá - silnější, tenčí, větší či menší, důležité je jen to, aby na ní byly správně umístěny hřebíky.



Na geoboardu mohou být také čtyři řady po čtyřech hřebících, případně hřebíky ve vrcholech a středu pravidelného šestiúhelníka a pětiúhelníka.

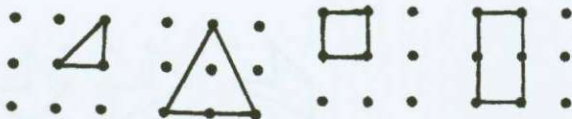
Na hřebíky můžeme různými způsoby napínat gumičky a tak vytvářet různé zajímavé obrazce.

ŘEŠENÍ PRACOVNÍHO LISTU

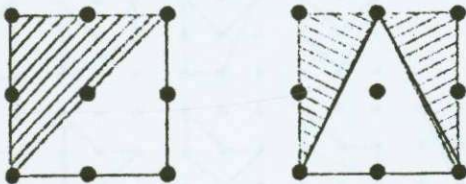
Př. 1 -



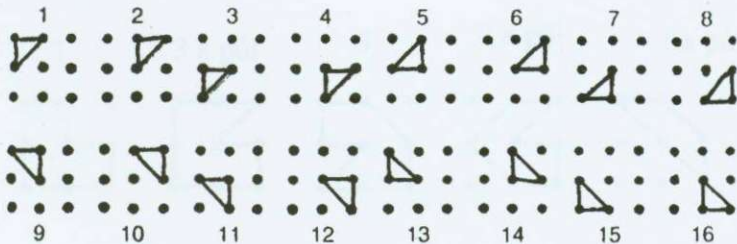
Př. 2 -



Př. 3 – Oba trojúhelníky jsou stejné. Trojúhelník tvoří polovinu čtverce ohraničujícího všech devět hřebíků.



Př. 4 – Trojúhelník může mít 16 poloh.



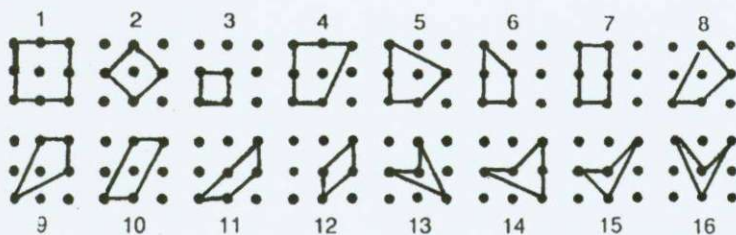
Př. 5 -



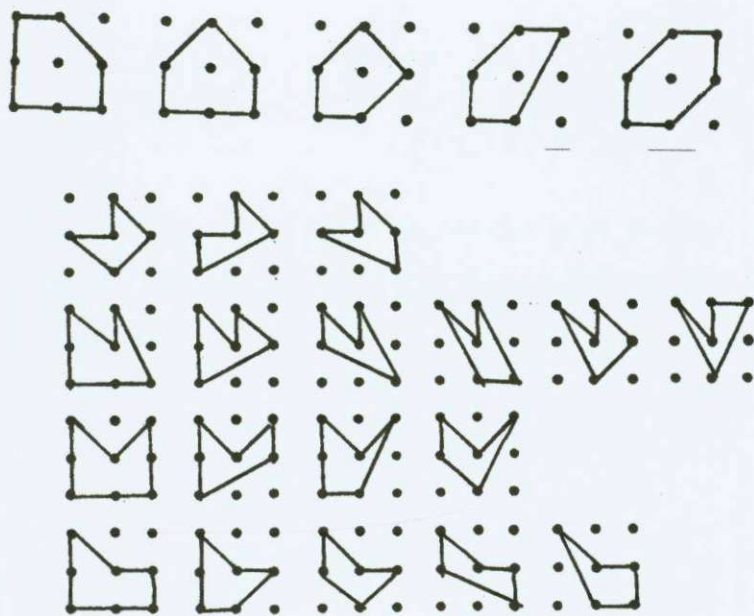
Př. 6 – Lze vytvořit pouze čtverce trojí velikosti.



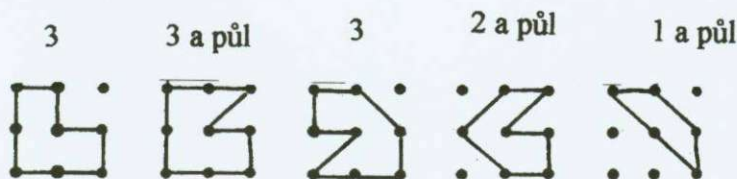
Př. 7 – Prvých 12 je konvexních, ostatní jsou nekonvexní.



Př. 8 -



Př. 9 -



Př. 10 – Oba jsou stejně velké, protože první je polovina ze dvou jednotkových čtverců, což je jedna a druhý je jeden čtvereček.



Literatura:

Varga, T.: Hrajeme si s matematikou. Praha: Albatros, 1988

7. DVOJKOVÁ SOUSTAVA

7.1 PRACOVNÍ LIST (dvojková soustava)

Obrat' pravou ruku dlaní vzhůru. Pak ji sevři v pěst tak, abys neměl ani jeden prst vztyčený. To bude 0.



Ted' vztyč palec. To bude 1.



Palec zastrč zpět a místo něho vztyč ukazovák. Asi si teď myslíš, že zase ukazuješ jedna. Ne, to je znak pro 2.



Ted' si asi myslíš, že třetím prstem ukážeš 3. Ale ne. Nového prstu použiješ vždy tehdy, když je to nezbytně nutné. K vyjádření 3 nepotřebuješ nový prst. Stačí, když vztyčíš palec jako znak pro 1 a ukazovák jako znak pro 2. $1 + 2 = 3$.



Palcem a ukazováčkem se víc vyjádřit nedá. Na číslo 4 potřebuješ další prst.



A teď pokračuj sám. K číslům, která dostaneš sčítáním 1, 2, a 4 nepotřebuješ další prst.

Př. 1 - Které prsty musíš vztyčit, chceš-li ukázat:

- a) 5
- b) 6
- c) 7
- d) 8
- e) 9
- f) 10
- g) 11
- h) 12
- i) 13
- j) 14
- k) 15
- l) 16

Př. 2 - Dopln tabulku zprava doleva. Nezapomeň, že pravou ruku držíš dlaní k sobě, levou dlaní od sebe. (Po malíčku pravé ruky následuje palec levé ruky)

levá ruka					pravá ruka				
malík	prsteník	prostředník	ukazovák	palec	malík	prsteník	prostředník	ukazovák	palec
							4	2	1

Př. 3 - Chceš-li rychle zaznamenat, jak které číslo ukážeš, nakresli za ohnutý prst kolečko a za každý vztyčený prst čárku. Např.: malíček a palec jsou vztyčeny, prsty mezi nimi ohnuté: |OOO|
Tímto způsobem zapiš, jak ukážeš čísla od 0 do 16.

0		5		10		15	
1		6		11		16	
2		7		12			
3		8		13			
4		9		14			

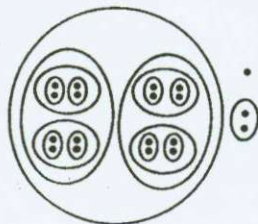
Př. 4 - Zkus na kousek papíru zapsat den a měsíc tvého narození zrychleným zápisem (čárky a kolečka)

7.2 METODICKÁ ČÁST (dvojková soustava)

Nejmenší přirozené číslo, které může být základem numerační soustavy, je číslo 2. Taková soustava se nazývá dvojková.

Soustava je velmi jednoduchá a říká se, že někteří primitivní lidé ještě dosud počítají v párech. Užívá se pouze číslic: 0 a 1.

Podstatou této soustavy je, že prvky se sdružují vždy po dvou. Např.



Postupným sdružováním jsme vytvořili jednu skupinu nultého řádu (jeden prvek zůstal samotný), jednu skupinu prvního řádu a jednu skupinu čtvrtého řádu. Počet prvků zapsaný ve dvojkové soustavě je tedy 10011_2 .

Ve dvojkové soustavě není žádný zvláštní symbol pro číslo 2 - stejně jako v desítkové soustavě není zvláštní symbol pro číslo 10.

Zápis čísla 10011_2 snadno převedeme do desítkové soustavy pomocí mocniny čísla 2.

$$10011_2 = 1 \times 2^4 + 1 \times 2^1 + 1 \times 2^0 = 16 + 2 + 1 = 19$$

Dvojková soustava získala na důležitosti. Má četné aplikace všude tam, kde jsou pouze dvě možnosti - ano - ne; zapojeno - vypojeno; přítomen - nepřítomen. Tyto dvě možnosti se dají označit symboly 0 a 1 a to jsou právě jediné číslice užití v této numeraci.

Zvláštní důležitosti nabývá dvojková soustava v počítačích, ale i jiných odvětvích a oborech. Třeba takové předávání informací se nejvýhodněji uskutečňuje zase jenom se dvěma znaky, protože při více znacích se při přenosu vlivem rušení objevuje velké zkreslení, které může vést až k nerosrozumitelné informaci. Ve dvojkové soustavě je rušení nejsnáze odstranitelné a můžeme tak nejsnáze zaručit správný výsledek. Ostatně už dávno se dvojková soustava používá vlastně v Morseově abecedě, kde každé číslo i písmeno je znázorněno určitým počtem dvou znaků, teček nebo čárek. Kromě toho samozřejmě v dvojkové soustavě se řeší mnohé problémy z matematické logiky a ještě z dalších vědních disciplín.

ŘEŠENÍ PRACOVNÍHO LISTU

Př. 1 -

- a) prostředníček, palec
- b) prostředníček, ukazováček
- c) prostředníček, ukazováček, palec
- d) prsteníček
- e) prsteníček, palec
- f) prsteníček, ukazováček
- g) prsteníček, ukazováček, palec
- h) prsteníček, prostředníček
- i) prsteníček, prostředníček, palec
- j) prsteníček, prostředníček, ukazováček
- k) prsteníček, prostředníček, ukazováček, palec
- l) malíček

Př. 2 -

levá ruka					pravá ruka				
malík	prsteník	prostředník	ukazovák	palec	malík	prsteník	prostředník	ukazovák	palec
512	256	128	64	32	16	8	4	2	1

Př. 3 -

0	00000	5	00 0	10	0 0 0	15	0
1	0000	6	00 0	11	0 0	16	0000
2	000 0	7	00	12	0 00		
3	000	8	0 000	13	0 0		
4	00 00	9	0 00	14	0 0		

Literatura:

Jelínek, M.: Numerační soustavy. Praha: SPN, 1974
Varga, T.: Hrajeme si s matematikou. Praha: Albatros, 1988
Mrázek, J.: Tajemství matematiky. Praha: Práce, 1986

8. ÚLOHY ŘEŠENÉ EXPERIMENTEM

8.1 PRACOVNÍ LIST (úlohy řešené experimentem)

Př. 1 - Na tabuli jsou nakresleny trojúhelníky a čtverce, které nemají žádné společné body. Dohromady mají 17 vrcholů. Kolik trojúhelníků je na tabuli?

Př. 2 - Pepík měl ve stavebnici 19 koleček. Všechna tato kolečka použil při výstavbě tříkolek a koloběžek. Kolik sestavil koloběžek a kolik tříkolek?

Př. 3 - Na dvoře běhají králíci a slepice. Dohromady mají 7 hlav a 18 nohou. Kolik je na dvoře králíků a kolik slepic?

Př. 4 - V cukrárně jsou u větších stolečků tři židle, u menších dvě židle. Celkem napočítáme 18 stolečků a 42 židlí. Kolik je v cukrárně větších a kolik menších stolečků?

Př. 5 - Na parkovišti stojí auta a motorky. Celkem napočítáme 196 kol. Kolik je aut a kolik motorek, je-li aut třikrát víc?

Př. 6 - Děti v přírodovědném kroužku chovají andulky a křečky. Zvířata mají celkem 92 nohou. Andulek je o 10 více než křečků. Kolik chovají andulek a kolik křečků?

Př. 7 - Honzík si koupil tři druhy lízátek různých velikostí. Velké lízátko stálo 4 koruny, střední 2 koruny a malé 1 korunu. Honzík si koupil 10 lízátek a zaplatil za ně 16 korun. Kolik velkých lízátek si koupil?

Př. 8 - Zaplat' 43 korun pomocí dvoukorun a pětikorun.

Př. 9 - V obchodě jsme koupili jablka za 4 Kč kilogram a hrušky za 3 Kč kilogram. Celkem stál nákup 10 Kč. Kolik jsme koupili hrušek a kolik jablek?

Př. 10 - Švadlena koupila dva druhy látek. Jeden metr první stál 50 Kč, jeden metr druhé látky stál 70 Kč. Urči, kolik metrů kterého druhu švadlena koupila, jestliže za obě látky zaplatila 1 540 Kč?

8.2 METODICKÁ ČÁST (úlohy řešené experimentem)

Úlohy řešené experimentem jsou takové úlohy, na které žáci nemají žádné vzorce, žádné algoritmy řešení, ale musí pro jejich vyřešení zapojit svoji představivost a logické myšlení. Oproti jiným matematickým úlohám, kde je cíl určen a hledá se jeden výsledek, zde neexistuje jen jediná cesta; cílem není samotný výsledek, ale cesta k němu. Naše pokusy nejsou ovšem chaotické, ale výsledek každého pokusu ovlivňuje naši volbu čísla pro pokus následující.

Experimentální řešení může probíhat nejen formou dosazování do matematického výrazu nebo do textu úlohy, ale i přímo v realitě nebo na reálných modelech.

Příklad: Na dvoře běhají králíci a slepice. Dohromady mají 7 hlav a 18 nohou. Kolik je na dvoře králíků a kolik slepic?

1) Experimentální řešení:

	hlavy	nohy	hlavy	nohy	hlavy	nohy
králíci	1	4	2	8	3	12
slepice	6	12	5	10	4	8
celkem	7	16	7	18	7	20
	málo		správně		moc	

2) Grafické řešení: Nejdříve dáme po dvou nohách ke každé hlavě, pak doplníme zbytek na čtyři nohy.

hlavy	⊕	⊕	⊕	⊕	⊕	⊕	⊕
	↓	↓	↓	↓	↓	↓	↓
nohy	⊕⊕	⊕⊕	⊕⊕	⊕⊕	⊕⊕	⊕⊕	⊕⊕
	⊕⊕	⊕⊕					

3) Algebraické řešení:

x počet slepic
y počet králíků

$$\begin{array}{r} 2x + 4y = 18 \\ x + y = 7 \\ \hline 2x + 4(7 - x) = 18 \\ 2x + 28 - 4x = 18 \\ x = 5 \\ y = 2 \end{array}$$

ŘEŠENÍ PRACOVNÍHO LISTU

Př. 1 - Jsou to dva čtverce a tři trojúhelníky

Př. 2 - Správná řešení: jedna tříkolka a osm koloběžek, tři tříkolky a pět koloběžek, pět tříkolek a dvě koloběžky

Př. 3 - 2 králíci, 5 slepic

Př. 4 - 6 větších a 12 menších stolků

Př. 5 - 14 motorek, 42 aut

Př. 6 - 12 křečků a 22 andulek

Př. 7 - Koupil si jedno velké lízátko, jedno střední a osm malých

Př. 8 - Správná řešení jsou: 1 pětikoruna a 19 dvoukorun, 3 pětikoruny a 14 dvoukorun, 5 pětikorun a 9 dvoukorun, 7 pětikorun a 4 dvoukoruny

Př. 9 - Jeden kilogram jablek a dva kilogramy hrušek

Př. 10 - První číslo je za látky za 50 Kč, druhé za 70 Kč – 7, 17; 14, 12; 21, 7; 28, 2

Literatura:

Němcová, J.: Nebojím se matiky. Praha: Albatros, 2005

Mrázek, J.: Tajemství matematiky. Praha: Práce, 1986

Poskitt, K.: Vražedná matematika. Praha: Egmont, 2004

Matematický Klokán

Divíšek, J. a kol.: Didaktika matematiky pro učitelství 1. stupně ZŠ. Praha: SPN, 1989

9. DOMEČKOLOGIE

9.1 PRACOVNÍ LIST (domečkologie)

Zlobrova hádanka

Mohlo se to stát komukoliv. Hopkali jste jen tak bez obav hvozdem v Pohádkové rokli a sbírali pryskyřníky a sedmikrásky. Znenadání jste zakopli o ztrouchnivělý kořen a propadli se do podsvětí. Rozhlédli jste se kolem sebe a všimli jste si, že stěny jsou pokryty podivnými mystickými symboly. Chvilku nato jste zpoza rohu zaslechli podivný řev.

„Ne! Nejde to!“ zaječel hlas.

„Pak musíš zemřít!“ zachichotal se mystický Zlobr.

„Prosím...ještě jeden pokus!“ domáhal se naděje na život zoufalý hlas.

Ukázalo se, že před mnoha lety spadl do stejné jeskyně jako vy jeden vesničan a byl chycen Zlobrem. „Nech mě jít,“ prosil Zlobra vesničan. Zlobr mu ale zadal zapekklitý úkol.

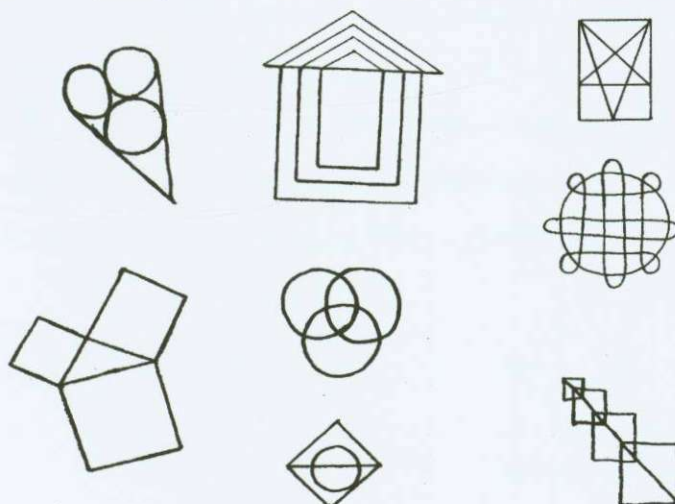
„Vyber si jeden ze symbolů na zdech,“ řekl. „Tady máš klacík. Do hlíny na zemi namaluj symbol, který sis vybral. Musíš ho však nakreslit jedním tahem. Nikde se nesmíš vracet, žádná čára nesmí být dvojitá.“

Toto je symbol, který si vesničan vybral:



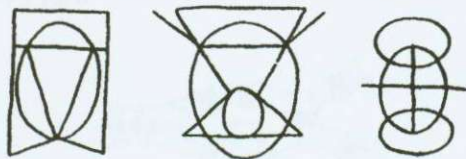
Př. 1 - Je rébus neřešitelný, anebo je vesničan prostě jenom tak pomalý?.....

Př. 2 - Vesničan si mohl vybrat ještě z těchto obrazců. Můžeme je nakreslit jedním tahem?



Zlobr se právě obrátil k tobě. „Vyber si symbol!“ vrčí na vás zlověstně a snaží se vás zastrašit. Před sebou vidíte mystické symboly.

Př. 3 - Který z nich vám umožní dostat se zpátky na povrch země?



Protože jsi chytrý, vybral sis určitě ten správný symbol a rychle opouštíš podsvětí a vracíš se zpět na pevninu.

9.2 METODICKÁ ČÁST (domečkologie)

V roce 1739 vzrušoval obyvatele města Královce (nyní Kaliningradu na řece Pregolje) problém, jak přejít všechny mosty přes řeku tak, aby se po každém z nich šlo právě jednou a cestu skončit na stejném místě, odkud vyšli.



Kde takovou cestu začít, v jakém pořadí mosty přecházet a kde cestu ukončit?

Úlohu negativně vyřešil slavný matematik Euler. Dokázal, že úloha v daném případě řešení nemá, že není možno realizovat cestu procházející všemi hranami, to znamená, že nelze tento obrazec nakreslit jedním tahem, aniž zvedneme tužku a žádnou čáru nenakreslíme zároveň dvojité.

Euler dokázal, že vytvořit cestu procházející všemi hranami grafu je možné pouze při splnění jednoho z těchto dvou předpokladů:

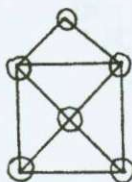
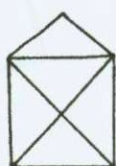
- buďto budou všechny uzly grafu sudého stupně - pak je možné začít v kterémkoli z nich a na konci se vrátíme opět do něj (uzavřený Eulerův tah)
- nebo jsou dva uzly lichého stupně a všechny ostatní sudého stupně - pak je nutné začít v některém uzlu lichého stupně (otevřený Eulerův tah)

V případě mostů města Královce jde o graf se čtyřmi uzly, které jsou všechny lichého stupně, takže daná úloha nemá řešení.

Tento výsledek je možné zobecnit a jako takový využít v tematickém celku jednotázky a domečkologie. Domečkologie se zabývá tím, jak nakreslit domeček jedním tahem.

Jednotlivé uzly označíme jako stanice. Stanice s lichým počtem vjezdů nazveme nepřechodnými stanicemi - jsou to počáteční a koncové body. Když do takového místa vjedeme, není možno z něho po návratu pokračovat. Aby úloha s nepřechodnými stanicemi byla řešitelná, může mít nejvýše dva body (stanice), kde se stýká lichý počet čar.

Tento obrázek je již klasickou ukázkou úlohy z domečkologie.



Obrázek rozebereme - označíme stanice - má dvě nepřechodné stanice. Ostatní stanice mají sudý

počet cest - tyto jsou přechodné. S těmi nejsou žádné potíže, protože kolikrát do nich vjedeme, tolikrát z nich také vyjedeme.

Shrňme-li:

- má-li domeček, který chceme nakreslit jedním tahem jen sudé uzly, můžeme začít v kterémkoli uzlu
- má-li domeček liché uzly (dva), v jednom z nich začneme táhnout a v druhém lichém uzlu tento tah zakončíme
- má-li domeček více lichých uzlů, nelze ho nakreslit jedním tahem

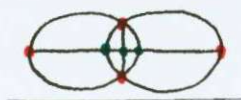
Domečky kreslené jedním tahem mohou být nejen jednoduché, ale i řadové, patrové i panelové, nakreslené plošně nebo prostorově.

Děti po předchozím vysvětlení jsou schopny u všech domečků určit, zda je lze nakreslit jedním tahem či nikoliv.

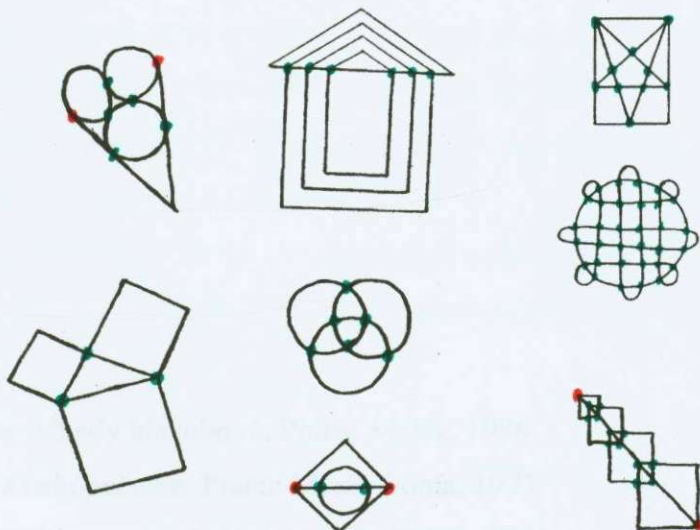
Jenom s domečky nevystačíme, a proto se objevují jednotážky. Opět zde platí stejná pravidla jako v domečkologii.

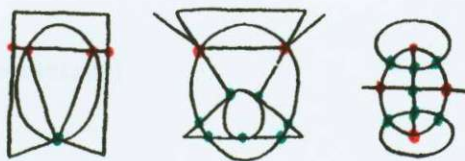
ŘEŠENÍ PRACOVNÍHO LISTU

Př. 1 - Vesničanův rébus není řešitelný. Má čtyři uzly lichého stupně.



Př. 2 - Všechny obrazce lze nakreslit jedním tahem.





Červeně jsou označeny uzly lichého stupně, zeleně jsou uzly sudého stupně.

Literatura:

- Vejmola, S.: Konec záhady hlavolamů. Praha: Maják, 1986
Péterová, R.: Hra s nekonečnem. Praha: Mladá fronta, 1973
Kowal, S.: Matematika pro volné chvíle. Praha: SNTL, 1975
Poskitt, K.: Ještě vražednější matematika. Praha: Egmont, 2005
Görkeová, L.: Zajímavá matematika. Praha: Albatros, 1975
Mrázek, J.: Tajie matematiky. Praha: Práce, 1986

10. NUMERACE

10.1 PRACOVNÍ LIST (numerace)

Prodavač látek

V jednom velikém městě žila kupecká rodina. Prodávali látky. Na bídu si nemohli stěžovat. Vždyť každý se potřebuje obléci, a to jak pro všední den, tak i pro svátek. Jednou však přijel do města cizí kupec. I on prodával látky. Sám si své zboží tak vychvaloval, že měšťané kupovali pouze u něj. Chtěli mít něco neobyčejného, jedinečného. Látky, které prodávala kupecká rodina byly najednou těžké, málo barevné, okoukané, nepěkné. Nic nevadilo, že cizinec prodával za téměř dvakrát vyšší cenu.

A tak se stalo, že kupecká rodina chudla, peněz ubývalo, protože jejich zboží nikdo nechtěl. Do této rodiny patřil i mladý chlapec Jan. Když viděl, jak to s nimi jde z kopce, vzal nějaké látky, naložil je na vozík a vydal se s nimi do světa. Chtěl je prodat. Tak jezdil od města k městu, všude nabízel své zboží a všude se mu podařilo něco prodat.

Radoval se, že alespoň trochu potěší své utrápené rodiče.

Zbývalo mu prodat dva poslední kusy látek. Přijel do města, rozložil krámek a začal prodávat jako vždy. Lidé však kolem něj jen procházeli, někteří se zastavili, kroutili hlavou, ale všichni odešli. Bylo mu to divné, proto svůj krámek zabalil a vydal se na obhlídku města. Procházel se celý den, pozorně se díval a všude, kde byl, poslouchal. Brzy poznal, že místní obyvatelé používají zvláštní znaky pro záznam čísel. Sám přišel i na to, co ten který znak znamená. Napsal tedy cenovky ke svým látkám tak, aby jim všichni rozuměli, a protože se naučil i pár slov místní řeči, prodal brzy vše, co si z domova přivezl. Zbyly mu jen ty cenovky se záhadnými znaky.

Spěchal domů, protože měl plán, jak vyzrát na cizího kupce. Nechal po celém městě rozhlásit, že přivezl z daleké ciziny velice vzácné látky. Jejich pravost dokazují cenovky, které psal přímo výrobce daleko za mořem. Pomohlo to.

Měšťané toužící po senzaci a něčem novém Janovi uvěřili a jeho krámek byl opět plný. Cizímu kupci nezbylo nic jiného, než zbalit svůj obchod a hledat štěstí jinde.

NUMERACE JESKYNNÍHO ČLOVĚKA

Počet věcí zjišťovali pomocí zářezů neboli vrutů, které dělali do hole nebo do kosti.



Př. 1. Představ si, že jsi jeskynní člověk.

Měl jsi:



Dostal jsi:



Kolik máš celkem?:

NUMERACE STARÝCH EGYPTŮ

Tento zápis je starý 5 000 let. Používali opět čárky, ale ty sdružovali po deseti. Pro čísla měli tyto znaky:

1		kost
10		svitek
100		stočený provaz
1 000		lotosový květ

10 000		prst
100 000		palec
1 000 000		žasnoucí muž

Př. 2 - Látky stály např. tolik:

;

Kolik bys za ně zaplatil?

.....

Př. 3 - Ve tvém obchodě máš zapsat ceny tak, aby si je mohli přečíst staří Egyptané. Zvládneš to?

53.....

384.....

2222.....

3005.....

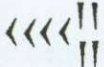
400.....

NUMERACE NÁRODŮ MEZOPOTÁMIE

Asi 3 000 let př. n. l. psali Sumerové v jižní Mezopotámii na hliněné tabulky pomocí dřevěných tyčinek.

Značka  znamenala číslo 1. Značka pro desítku byla .

Př. 4 - Rozluštěte babylonská čísla

Př. 5 – Zapiš číslo 35 do babylonské numerace

.....

ŘÍMSKÁ NUMERACE

Římané užívali tyto znaky:

1	5	10	50	100	500	1 000
I	V	X	L	C	D	M

Římské číslice se dosud ještě používají, věděl bys kde?.....

Př. 6 - Pokus se napsat datum svého narození římskými číslicemi.

.....

Př. 7 - Rozlušti tato čísla: MDCCXXXI, MDLXIII, MCMLXXII

.....

Př. 8 - Zapiš římsky čísla 324 a 245

.....

Ted' už by tě nepřekvapil žádný zákazník přicházející z minulosti.

10.2 METODICKÁ ČÁST (numerace)

Abychom s kvantitami mohli pracovat, musíme je pojmenovat nějakým slovem nebo označit symbolem (znakem). Číslo může být pojmenováno různými slovy a zapsáno různými znaky. Existuje mnoho různých způsobů, jak zapsat totéž číslo.

Žáci se mohou domnívat, že to, co je napsáno, je číslo samo, a ne jen jeho zápis.

Jako máme pro psaní soustavu symbolů (zvaných písmena), tak podobně v aritmetice musíme mít základní soustavu znaků, jež nazýváme číslice. Pomocí nich tvoříme podle určitých zásad zápis čísla. Praxe i teorie užívá velkého množství přirozených čísel. Lidé proto od pradávna hledali vhodný způsob, jak je všechna pojmenovat a zapsat. Vznikly tak různé numerační soustavy neboli systémy.

NUMERACE JESKYNNÍHO ČLOVĚKA

O počítání jeskynního člověka víme málo, odhadujeme, že v této době bylo velmi primitivní.

Neznal ani názvy čísel a ani je nepotřeboval. Domníváme se, že člověk dovedl určit například počet ovcí, které vyháněl na pastvu tím, že za každou ovci položil na hromádku kamínek a večer pomocí kamínků ovce opět zkontroloval. Podobně mohly sloužit i zářezy nebo vruby, které dělal do hole nebo do kosti.

Při větších číslech byly zápisy nepřehledné, a proto sdružovali zářezy po skupinách po pěti. Nejstarší zápisy čísla se našly ve vykopávkách v Dolních Věstonicích na Moravě. Zápis je starý asi 30 000 let.

Které početní výkony jeskynní člověk prováděl, nevíme.

NUMERACE STARÝCH EGYPTANŮ

Tento způsob je velmi starý; byl užíván již před 5 000 lety. Vyvinul se z numerace jeskynního člověka. Egypťané také zapisovali pomocí čárek, ale rozhodli se tvořit skupiny po 10. Zavedli pro skupinu 10 čárek nový znak $\cap$. Opakovaným sdružováním po 10 dostávali stále větší a větší skupiny, pro než zaváděli další číselné znaky. (1 000 je lotosový květ - symbol hojnosti, 100 000 - znak pulce - vyrojilo se jich po záplavě Nilu obrovské množství)

Psaní pomocí hieroglyfů bylo nesnadné, a proto byly později nahrazeny jednodušším písmem.

Egypťané nepotřebovali znak pro nulu.

NUMERACE NÁRODŮ MEZOPOTÁMIE

Asi 3 000 let př. n. l. psali Sumerové v jižní Mezopotámii na hliněné tabulky pomocí dřevěných tyčinek. Konec tyčinky byl seříznut do tvaru klínku. Značka **▼** vtisknutá do měkkého jílu tímto klínkem znamenala 1. Opakováním dostali číslo 1 – 9. Pro číslo 10 zavedli nový znak. **◄**

Po Sumerech toto zapisování převzali Babyloňané a nazývá se po nich tento způsob zapisování babylonský.

Opakováním těchto znaků zapsali čísla od 1 do 59, při zapisování větších čísel než 59 užívali Babyloňané soustavy se základem 60.

60 jednotek tvořilo jednotku vyšší skupiny, šedesátku, 60 šedesátek tvořilo další skupinu 60 x 60.

K označování skupin užívali stejných symbolů jako pro čísla 1 - 59, záleželo však na umístění. Čísla nebyla vpisována do tabulky a bylo tedy nutno při čtení čísla rozhodnout, do které skupiny znak patří.

Babyloňané učinili velký objev, neboť jako první zavedli tzv. poziční numerační soustavu. Velkým nedostatkem bylo, že Babyloňané neznali nulu a nezavedli pro ni symbol, ačkoli ho potřebovali. Proto čtení babylonských zápisů čísel bylo a je často nejisté.

Zbytek této soustavy založené na základě 60 je zachován v měření času a úhlů.

NUMERACE ŘECKÁ A ŘÍMSKÁ

Řekové a Římané nepřispěli ničím novým. Řekové užívali složité soustavy s 27 písmeny své abecedy ve významu číselných znaků. Tisíce se vyjadřovaly pomocí apostrofu na prvních devíti znacích. Deseti tisíce se označovaly pomocí velkého písmene M.

Římské číslice jsou dosud v užívání. Můžeme je vidět na budovách, na starých hodinách, při označování kapitol v knize a na pomnících.

Římského způsobu zápisu čísel se užívalo až do 16. století. Zpočátku se zápisy čísel tvořily pouze pomocí sčítání, teprve později se částečně užívalo principu odčítání.

$$XXXX = 40 (10 + 10 + 10 + 10)$$

$$XL = 40 (50 - 10)$$

Pravidlo pro užívání odčítání sice vypracováno bylo, ale nebylo přesně dodržováno.

NUMERACE STARÝCH MAYŮ

Nejstarší písemný doklad nuly pochází prý z 9. století. Mayové žili na poloostrově Yucatan ve Střední Americe. Mayská numerační soustava byla dvacítková kombinovaná se soustavou pětkovou.

Užívali pouze tři symbolů

tečka pro zápis čísla 1	•
ležatá čárka pro zápis čísla 5	—
obraz mušle pro zápis nuly	

Čísla se v této soustavě nezapisují do řádku, ale do sloupce zdola nahoru; základní místo vyznačující jednotky je dole, nad ním se zapisují skupiny řádu prvního, druhé atd., tj. skupiny značící 20 , 20^2 , 20^3 jednotek.

$20^3 = 8\,000$		••	•—	
$20^2 = 400$		•		••
$20^1 = 20$	••—	••	—	
$20^0 = 1$	••	—		==
	142	445	16 100	48 810

ŘEŠENÍ PRACOVNÍHO LISTU

Př. 1 - Měl: |||| | Dostal: ||| Má: |||| ||||

Př. 2 - Zaplatil bys 24, 250, 1423 Kč

Př. 3 -

 ;
  || ;
   | ;
   || ;


Př. 4 – 6, 12, 38, 45

Př. 5 -

<<<|||||

Př. 7 - 1731, 1563, 1972

Př. 8 - CCCXXIV, CCXLV

Literatura:

King, A.: Co dokážu s matematikou. Havlíčkův Brod: Fragment, 1999

Jelínek, M.: Numerační soustavy. Praha: SPN, 1974

Poskitt, K.: Vražedná matematika. Praha: Egmont, 2004

Adler, I.: Čísel hra kouzelná. Praha: Horizont, 1972

11. PALINDROMY

11.1 PRACOVNÍ LIST (palindromy)

Přečti si pozorně tuto větu: JELENOVI PIVO NELEJ. Zdá se ti podivná? Přečti si ji pozpátku a uvidíš. Bude ještě podivnější.

Stejně jako tato věta se čte zepředu stejně jako zezadu, tak i čísla jsou taková.

Čísla, která se čtou zepředu stejně jako zezadu (např. 131, 7 227, 2 187 812) se nazývají zrcadlová čísla.

Př. 1 - Číslo 123 456 789 vynásob číslem 9, pak to samé číslo číslem 18 a nakonec číslem 27. Co pozoruješ? (Při počítání použij kalkulačku.)

.....
Vyber si dvojčíferné číslo a napiš je na papír. Do dalšího řádku je napiš znovu, ale tentokrát obráceně (zprava doleva). Čísla sečti. Výsledek zapiš a do dalšího řádku napiš výsledek opět obráceně. Opět sečti. Tak pokračuj, až dostaneš zrcadlové číslo.

Př. 2 - Ve stovkovém hřišti pod příkladem sedm vybarvi červeně všechna zrcadlová čísla

Př. 3 - Zeleně vybarvi vždy čísla, která dají zrcadlové číslo po jednom sčítání (např. $12 + 21 = 33$ - vybarvíš 12 a 21)

Př. 4 - Žlutě vybarvi čísla, která musíš sečíst dvakrát po sobě, abys dostal zrcadlové číslo. (např. $67 + 76 = 143$; $143 + 341 = 484$ - vybarvíš 67 a 76)

Př. 5 - Modře vybarvi čísla, která musíš sečíst třikrát po sobě, abys dostal zrcadlové číslo

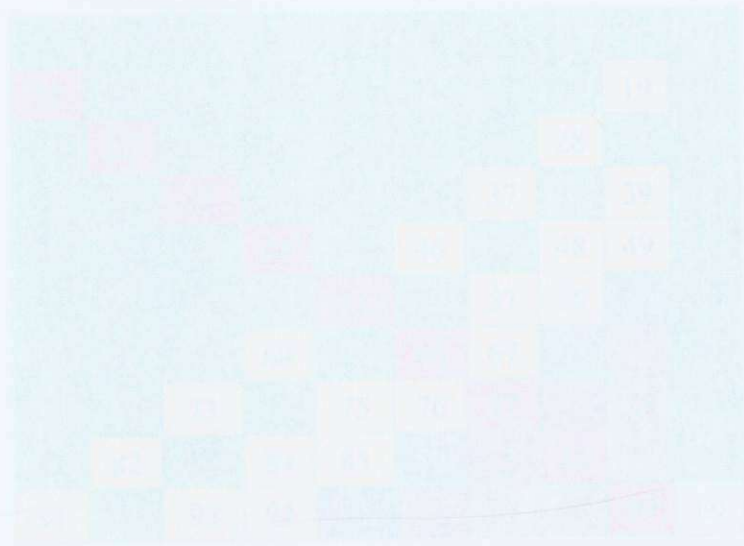
Př. 6 - Hnědě vybarvi čísla, která musíš sečíst čtyřikrát.

Př. 7 – Čísla, která se musí sčítat vícekrát než čtyřikrát, označ křížkem.

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
21	22	23	24	25	26	27	28	29	30
31	32	33	34	35	36	37	38	39	40
41	42	43	44	45	46	47	48	49	50
51	52	53	54	55	56	57	58	59	60
61	62	63	64	65	66	67	68	69	70
71	72	73	74	75	76	77	78	79	80
81	82	83	84	85	86	87	88	89	90
91	92	93	94	95	96	97	98	99	100

Př. 8 - Máš-li dlouhou chvíli, zkus vytvořit palindrom z čísla 89.

Př. 9 - Jestli jsi statečný, můžeš se pustit do čísla 196. (Ještě nikomu se nepodařilo vytvořit z něho zrcadlové číslo.)



11.2 METODICKÁ ČÁST (palindromy)

Čísla, která se čtou zepředu stejně jako zezadu, jako třeba 131 nebo 7 227 nebo 2 187 812, se nazývají zrcadlová čísla nebo také vznešeněji „číselné palindromy“.

Jak získat zrcadlové číslo z dvojciferných čísel:

- číslo je zrcadlové samo o sobě (11, 22, ...)
- z čísla získám zrcadlové po jednom kroku sečtení (jsou to čísla, kdy je ciferný součet menší než 10) např. $42 + 24 = 66$
- zrcadlové číslo získám po dvou krocích sčítáním - např. $28 + 82 = 110$; $110 + 011 = 121$
- zrcadlové číslo získám po třech krocích sčítáním - např. 59
- zrcadlové číslo vznikne po čtyřech krocích - např. 78
- po více jak čtyřech krocích - např. 89

ŘEŠENÍ PRACOVNÍHO LISTU

Př. 1 - 111 111 111, 222 222 222, 333 333 333

Př. 2 až 7 -

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
21	22	23	24	25	26	27	28	29	30
31	32	33	34	35	36	37	38	39	40
41	42	43	44	45	46	47	48	49	50
51	52	53	54	55	56	57	58	59	60
61	62	63	64	65	66	67	68	69	70
71	72	73	74	75	76	77	78	79	80
81	82	83	84	85	86	87	88	89	90
91	92	93	94	95	96	97	98	99	100

Př. 8 - palindromem je číslo 8 813 200 023 188.

Literatura:

Poskitt, K.: Ještě vražednější matematika. Praha: Egmont, 2005

12. LOGIKA

12.1 PRACOVNÍ LIST (logika)

Př. 1 - Jak budou řady pokračovat? Zdůvodni.

a) A, Z, Y, B, X, W, ?.....

b) 1, 5, 2, 6, 3, 7, ?.....

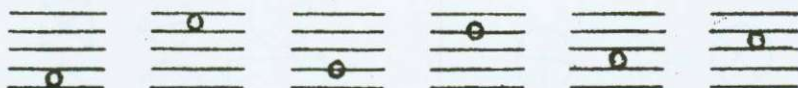
c) 1, 10, 2, 9, 3, 8 ?.....

Př. 2 - Doplně obrázek, který následuje v řadě

a)



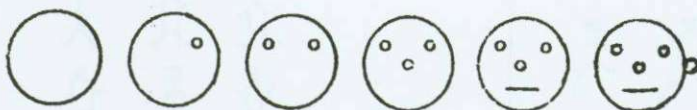
b)



c)



d)



e)



Př. 3 Doplně číslo, které bude v řadě pokračovat a zdůvodni.

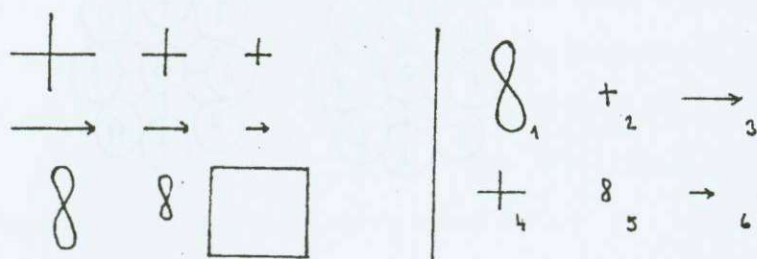
a) 10, 14, 18, 22, ?.....

b) 1, 2, 4, 7, 11, 16, ?.....

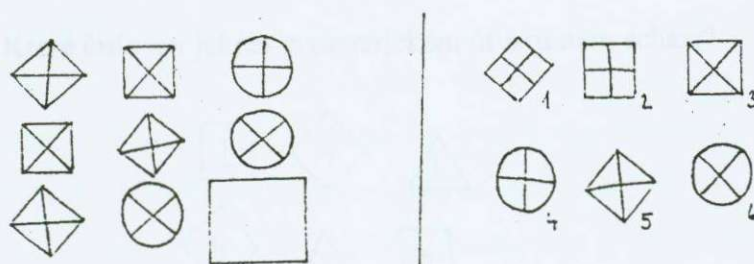
c) 1, 1, 2, 6, 24, ?.....

d) 1, 1, 2, 3, 5, 8, ?

Př. 4 - Do čtverečku doplň číslo obrázku, který tam logicky patří



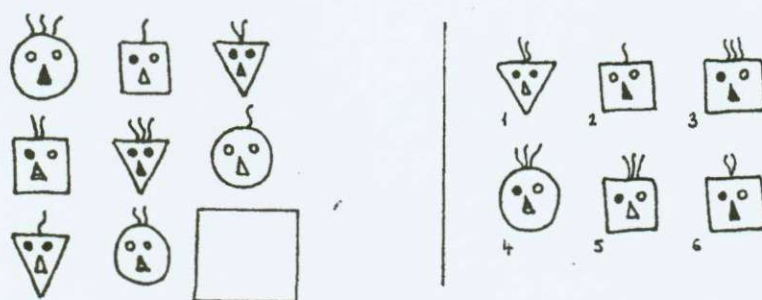
Př. 5 - Jaký obrazec je nahrazen čtverečkem?



Př. 6 - Který obrázek se skrývá pod otazníkem?



Př. 7 - Kterou masku bys doplnil do čtverečku?



12.2 METODICKÁ ČÁST (logika)

Logika jako vědní disciplína je jedna z nejstarších věd. Její počátky sahají až do staré Číny a Indie a u nás v Evropě zvláště do antického Řecka. Řada řeckých filosofů (Platon, Aristoteles, Galenos) se zabývala otázkou „správného, odůvodněného myšlení“. Tak vznikla tzv. tradiční logika.

Moderní logika, zvaná též logikou matematickou, se zabývá rozbořem jazykových výrazů a zkoumá je z hlediska problému, jak je nutno tyto výrazy budovat. Moderní logika tvoří nepostradatelný úvod do teorie automatů a kybernetiky.

Nebýt moderní logiky, pak by lety do vesmíru, či počítače vykonávající statisíce operací v sekundě nebo stroje překládající cizí jazyky atd. zůstaly pouze fantazií.

Nelze ovšem říci, že ucelená znalost logiky je nutná podmínka správného myšlení. Nelze však pochybovat o tom, že znalost alespoň základů logiky má praktický význam pro správné usuzování a myšlení.

Logické řady jsou vlastně řadami několika písmen, číslic nebo obrázků, které jsou uspořádány podle jisté zákonitosti. Úkolem je objevit tuto zákonitost a doplnit podle ní další prvek, který do řady patří. Některé řady mohou mít více řešení, proto je důležité zdůvodnění.

Ve škole lze řady zařazovat do úvodu hodin jako prvek rozcvičky nebo do různých soutěží, popř. jako úkol navíc pro rychlejší žáky.

Žáci mohou doplňovat do řady vodorovné (např. A, Z, Y, B, X, W,?). Dalším typem je řada s přeházeným pořadím obrázků. Úkolem je seřadit obrázky do správného pořadí. Obrázky mohou mít také specifické znaky. Pak hledáme mezi možnostmi tu správnou tak, aby zapadla mezi ostatní.

Složitější řady vyžadují určitou početní operaci pro zjištění dané zákonitosti.

Kombinací posledních dvou řad získáme další, poslední typ. Jde zde o určení správného tvaru společně se správným výpočtem.

ŘEŠENÍ PRACOVNÍHO LISTU

Př. 1: a) C, b) 4, c) 4

Př. 2:



Př. 3: a) 26, b) 22 c) 120, d) 13

Př. 4: obrázek 5

Př. 5 - obrázek 2

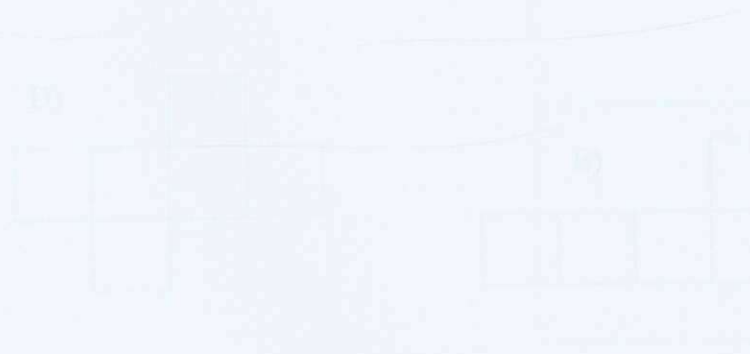
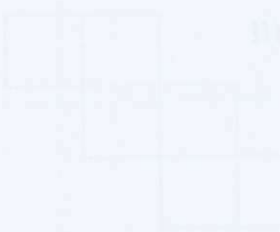
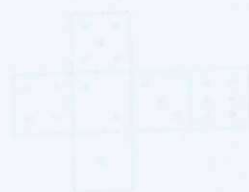
Př. 6 - obrázek 1

Př. 7 - obrázek 3

Př. 8 - 14

Př. 9 - 44

Př. 10 -



Literatura:

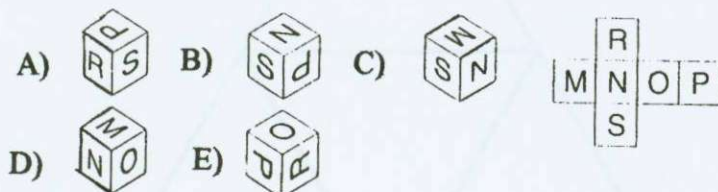
Čechura, R.: Abeceda důvtipu. Praha: Albatros, 1979

Časopis Ohníček

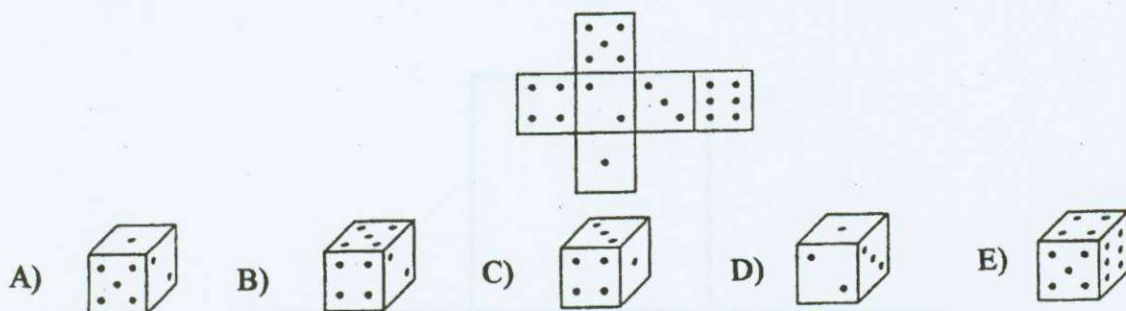
13. TĚLESA

13.1 PRACOVNÍ LIST (tělesa)

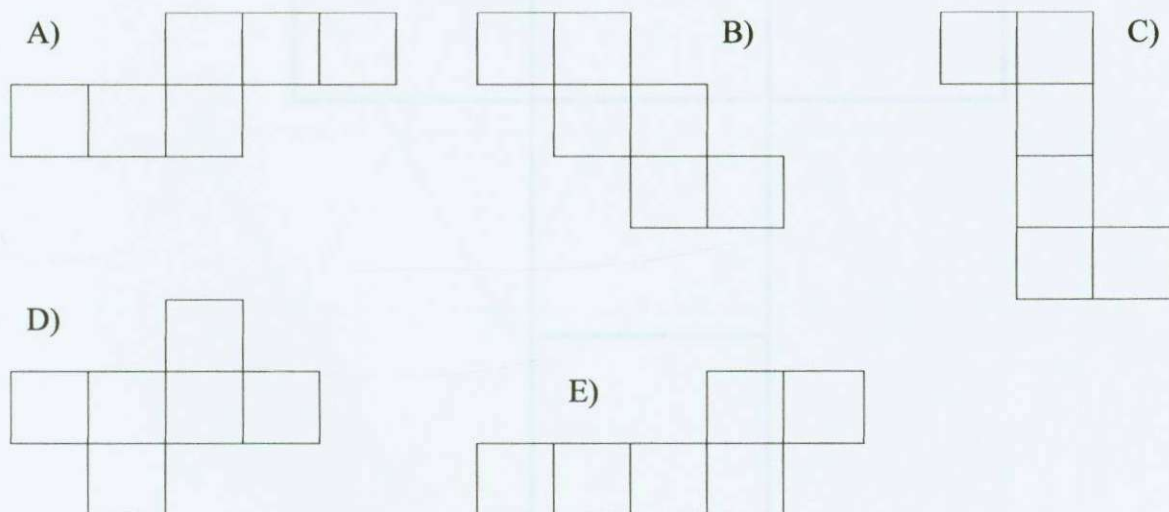
Př. 1 - Jedna z pěti krychlí odpovídá zobrazení v síti. Která krychle to je?



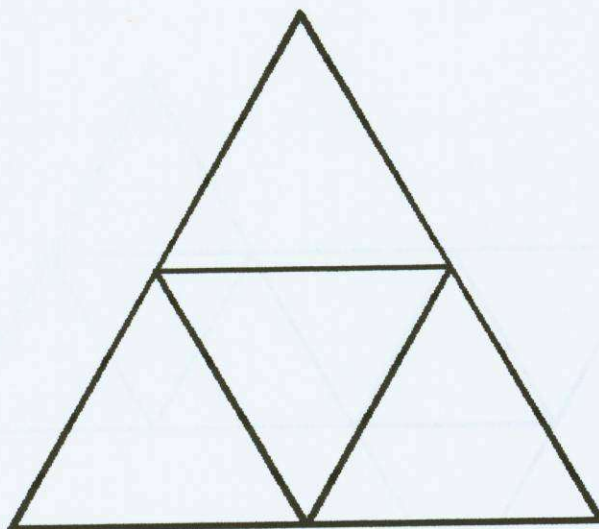
Př. 2 - Na obrázku je síť krychle. Ke které krychli tato síť patří?

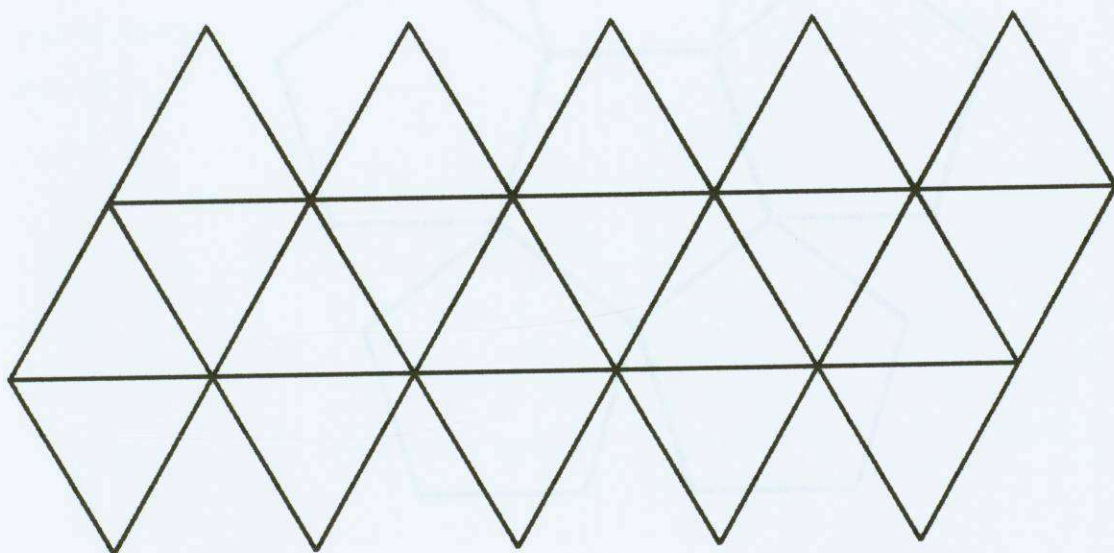
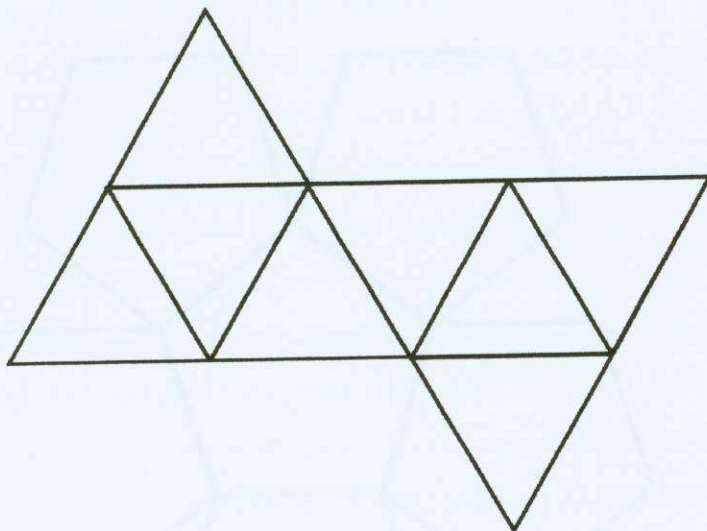


Př. 3 - Pouze jedna z nabízených šablon není sítí krychle. Která?



Př. 4 - Vystřihni si sítě těles a pokus se podle sítí sestavit tělesa.





13. 2 METODICKÁ ČÁST (tělesa)

Pravidelné mnohostěny jsou konvexní tělesa, jejichž hranice jsou tvořeny shodnými pravidelnými n -úhelníky. Nazýváme je Platónovými tělesy.

Již staří Řekové věděli, že z rovnostranných trojúhelníků lze sestavit pravidelný čtyřstěn, osmistěn, dvacetistěn, ze čtverců lze sestavit šestistěn (krychli) a z pravidelných pětiúhelníků dvanáctistěn. Jiné pravidelné mnohostěny neexistují.

Všechny mnohostěny ohraničené rovinnými stěnami mají jednu zajímavou vlastnost. Součet počtu vrcholů a počtu stěn se rovná počtu hran zvětšenému o 2.

Pravidelnými mnohostěny můžeme vytvářet různé dekorace. Existují například kalendáře tištěné na dvanáctistěnu, kdy na každé jeho stěně je jeden měsíc.

To, že existuje jen pět mnohostěnů, nedalo lidem spát. Někteří byli přesvědčeni, že to má mimořádný význam. Filosofové ve starověkém Řecku tvrdili, že Země je stvořena z krychlí, vzduch z osmistěnů, oheň ze čtyřstěnů a voda z dvacetistěnů. Dvanáctistěn byl symbolem celého vesmíru. Dnes víme, že struktura vesmíru je mnohem složitější.

Pro práci ve škole můžeme použít pro sestavování těles stavebnici Jovo.

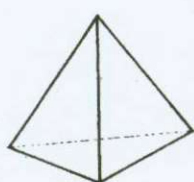
ŘEŠENÍ PRACOVNÍHO LISTU

Př. 1 - je to krychle E)

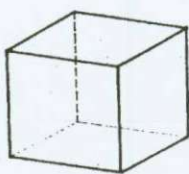
Př. 2 - je to krychle B)

Př. 3 - je to síť E)

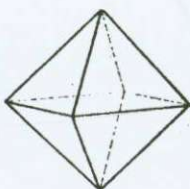
Př. 4 -



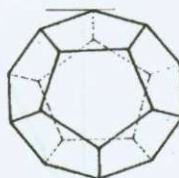
tetraedr



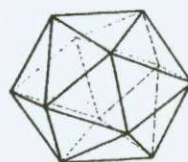
krychle



oktaedr



dodekaedr



ikosaedr

Literatura:

King, A.: Co dokážu s matematikou II. Havlíčkův Brod: Fragment, 1999

Görkeová, L.: Zajímavá matematika. Praha: Albatros, 1976

Adler, I.: Čísel hra kouzelná. Praha: Horizont, 1972

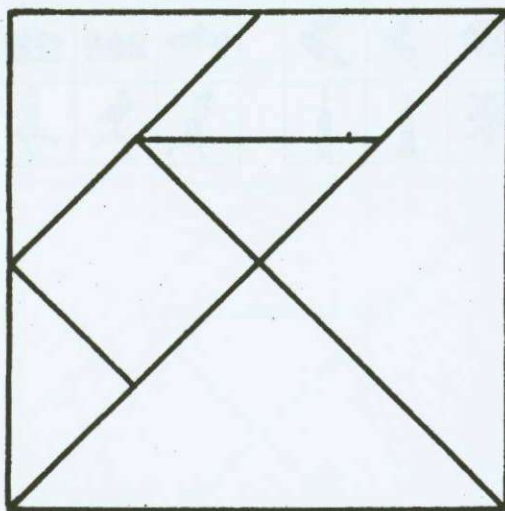
Bakalář, E.; Kopský, V.: I dospělí si mohou hrát. Praha: ČTK, 1987

14. TANGRAM

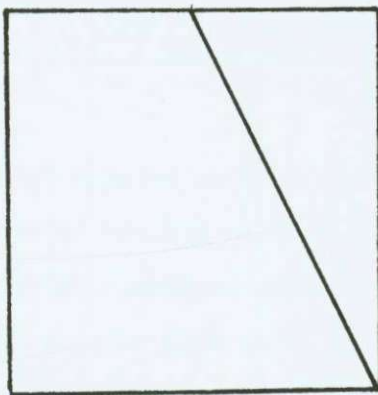
14.1 PRACOVNÍ LIST (tangram)

Tangram je hlavolam pocházející ze staré Číny, kde se nazýval „ch’i ch’iao t’u“, což znamená „důmyslná sedmidílná skládačka“.

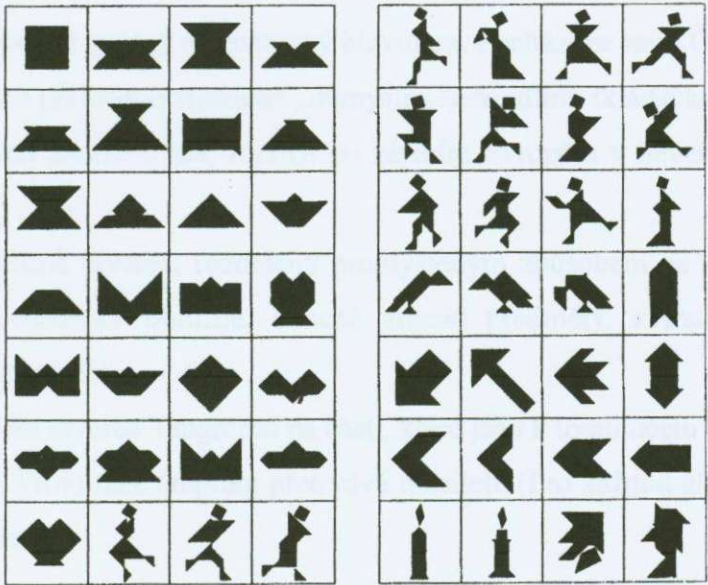
Tangram je vlastně čtverec rozdělen na sedm částí. Při řešení úloh podle předlohy musíš využít všech sedmi částí. Části nesmíš dávat přes sebe.



Př. 1 – Rozstříhni čtverec podle obrázku. Které geometrické tvary můžeš složit?



Př. 2 - Vystřihni si tangram a pokus se sestavit obrazce podle předlohy.

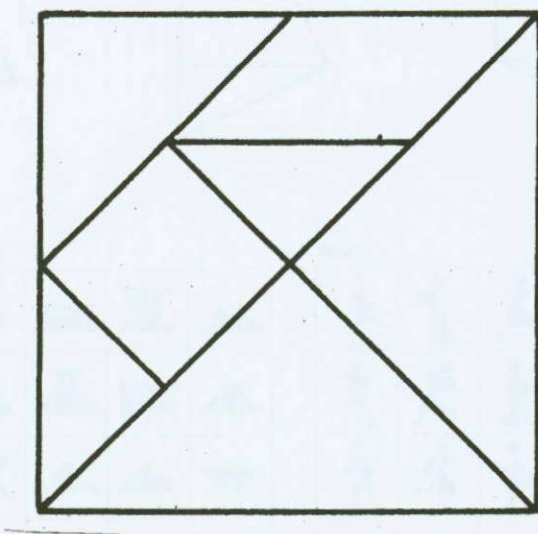


14. 2 METODICKÁ ČÁST (tangram)

Tangram je nejstarší známý mechanický hlavolam. Pochází ze staré Číny, kde se nazýval „ch' i ch'iao t'u“, což volně přeloženo znamená „důmyslná sedmidílná skládačka.“ Začátkem 19. století se tento hlavolam, nebo chcete-li hra, rozšířil po západní Evropě a v Severní Americe, kde dostal název Tangram.

Tangram je vlastně čtverec, rozdělený promyšleným způsobem na sedm částí, z nichž lze sestavovat různé geometrické obrazce, obecně známé předměty, zvířata a lidské postavy v charakteristických postaveních.

Způsob rozdělení čtverce Tangramu na části, které jsou k tomu účelu vhodné, je patrně jeden z nejlepších možných. Proto také tangram přetrvává tisíciletí. (Pro každou úlohu je však vždy nutno použít všech sedmi částí)



Sám Napoleon si s ním krátil dlouhou chvíli ve vyhnanství na ostrově Sv. Heleny, jak uvádějí jeho životopisci. Různí výrobci zásobují trh tímto hlavolamem v různém provedení (z překližky, z kartónu, umělé hmoty) a vždy s poněkud odlišným souborem úloh.

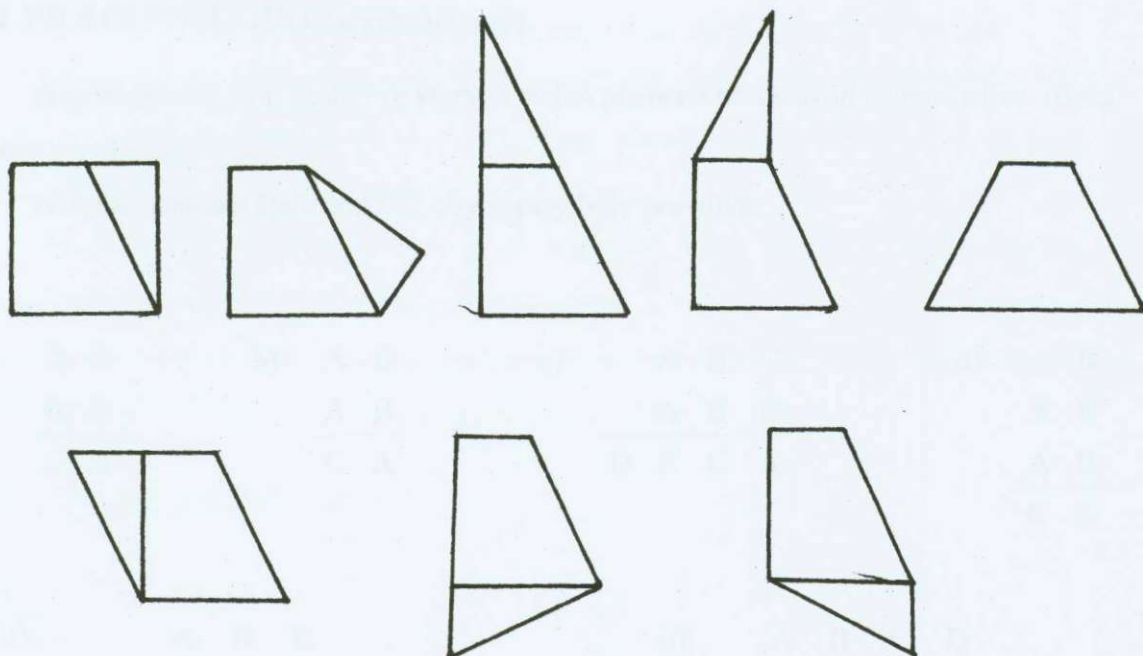
Sestavováním různých obrazců podle předlohy si žáci dobře procvičí svoji konstruktivní představivost, smysl a cit pro geometrické obrazce a jejich zákonitosti. Naučí se „vidět“ plochu.

Normy na sestavování tangramu neexistují. Sestavení norem vyžaduje otestovat velkou skupinu řešitelů a také u tohoto druhu úloh se výrazně uplatňuje tzv. zácvik: čím více obrazců vyřešíte, tím snadněji sestavíte další.

U dětí s přibývajícím věkem, od 8 - 16 let se doba potřebná k řešení úloh zkracuje. Zhruba od 16 - 30 let zůstává časová hranice skoro na stejné úrovni a pak se prodlužuje.

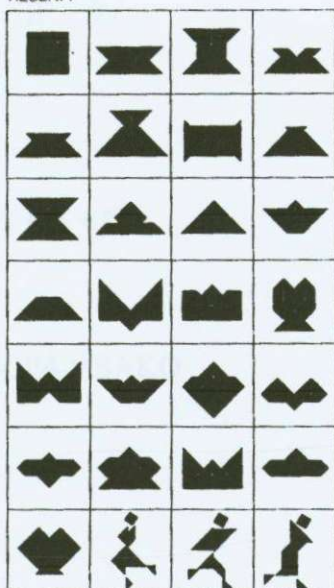
ŘEŠENÍ PRACOVNÍHO LISTU

Př. 1 -

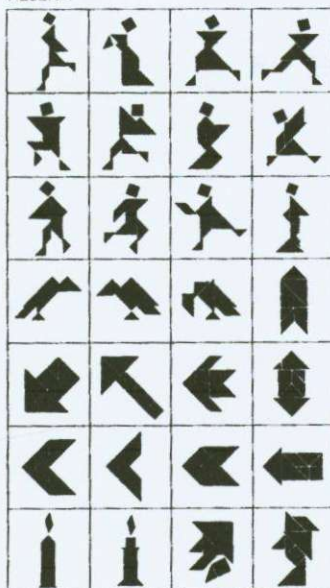


Př. 2

ŘEŠENÍ :



ŘEŠENÍ :



Literatura:

Novoveský, Š.: 777 matematických zábav a her. Praha: Maják, 1971

King, A. : Co dokážu s matematikou II. Havlíčkův Brod: Fragment, 1999

Bakalář, E.: I dospělí si mohou hrát. Praha: ČTK, 1987

15. ALGEBROGRAMY

15.1 PRACOVNÍ LIST (algebrogramy)

Algebrogramy jsou úlohy, ve kterých stejná písmena představují stejné číslice, různá písmena různé číslice.

Nahraď písmena číslicemi tak, aby zápisy byly pravdivé.

Př. 1 -

$$\begin{array}{r} \text{a) } \begin{array}{r} A \ A \\ B \ A \\ \hline C \ B \end{array} \end{array}$$

$$\begin{array}{r} \text{b) } \begin{array}{r} A \ B \\ A \ B \\ \hline C \ A \end{array} \end{array}$$

$$\begin{array}{r} \text{c) } \begin{array}{r} A \ B \ C \\ A \ B \ C \\ \hline D \ E \ C \ A \end{array} \end{array}$$

$$\begin{array}{r} \text{d) } \begin{array}{r} A \ B \\ A \ B \\ A \ B \\ \hline C \ A \end{array} \end{array}$$

Př. 2 -

$$\begin{array}{r} \text{a) } \begin{array}{r} A \ B \ B \\ B \ A \ B \\ B \ B \ A \\ \hline B \ B \ B \ 0 \end{array} \end{array}$$

$$\begin{array}{r} \text{b) } \begin{array}{r} A \ B \ C \ D \\ B \ C \ D \\ C \ D \\ D \\ \hline E \ E \ E \ E \end{array} \end{array}$$

Př. 3 -

$$A \times B \times C = A + B + C$$

Př. 4 -

$$KAPSA - KLOPA = SAKO$$

15.2 METODICKÁ ČÁST (algebrogramy)

Již od pradávna jsou známé problémy s písmeny místo číslic. Roku 1931 zavedl pro ně M. Vatrigoant název kryptogramy, pokud písmena stojí vedle sebe, ale nedávají smysl.

Algebrogramy jsou úlohy, v nichž jsou číslice nahrazeny písmeny. Platí zásada: stejná písmena (obrázky) představují stejné číslice, různá písmena různé číslice. Je tomu tak i v textech, kde tato zásada není výslovně uvedena.

Písmena mohou zastupovat i jiné symboly, např. obrázky. Algebrogramy lze řešit deduktivními postupy, pak vyčerpáme všechna řešení.

Značná část řešitelů bude asi postupovat experimentálně. Přitom záleží na vhodné volbě klíčových písmen - číslic, která zřejmě představují číslice 0, 1 nebo 9.

ŘEŠENÍ PRACOVNÍHO LISTU

Př. 1 -

$$\begin{array}{r} \text{a)} \quad \begin{array}{r} 1 \ 1 \\ 2 \ 1 \\ \hline 3 \ 2 \end{array} \quad \begin{array}{r} 2 \ 2 \\ 4 \ 2 \\ \hline 6 \ 4 \end{array} \quad \begin{array}{r} 3 \ 3 \\ 6 \ 3 \\ \hline 9 \ 6 \end{array} \quad \begin{array}{r} 6 \ 6 \\ 2 \ 6 \\ \hline 9 \ 2 \end{array} \end{array}$$

$$\begin{array}{r} \text{b)} \quad \begin{array}{r} 2 \ 1 \\ 2 \ 1 \\ \hline 4 \ 2 \end{array} \quad \begin{array}{r} 2 \ 6 \\ 2 \ 6 \\ \hline 5 \ 2 \end{array} \quad \begin{array}{r} 4 \ 2 \\ 4 \ 2 \\ \hline 8 \ 4 \end{array} \quad \begin{array}{r} 4 \ 7 \\ 4 \ 7 \\ \hline 9 \ 4 \end{array} \end{array}$$

$$\begin{array}{r} \text{c)} \quad \begin{array}{r} 8 \ 3 \ 4 \\ 8 \ 1 \ 4 \\ \hline 1 \ 6 \ 4 \ 8 \end{array} \quad \begin{array}{r} 8 \ 7 \ 9 \\ 8 \ 1 \ 9 \\ \hline 1 \ 6 \ 9 \ 8 \end{array} \end{array}$$

$$\begin{array}{r} \text{d)} \quad \begin{array}{r} 1 \ 7 \\ 1 \ 7 \\ \hline 1 \ 7 \\ 5 \ 1 \end{array} \quad \begin{array}{r} 2 \ 4 \\ 2 \ 4 \\ \hline 2 \ 4 \\ 7 \ 2 \end{array} \quad \begin{array}{r} 3 \ 1 \\ 3 \ 1 \\ \hline 3 \ 1 \\ 9 \ 3 \end{array} \end{array}$$

Př. 2 -

$$\begin{array}{r} \text{a)} \quad \begin{array}{r} 8 \ 1 \ 1 \\ 1 \ 8 \ 1 \\ \hline 1 \ 1 \ 8 \\ 1 \ 1 \ 1 \ 0 \end{array} \end{array}$$

$$\begin{array}{r} \text{b)} \quad \begin{array}{r} 1 \ 5 \ 7 \ 3 \\ 5 \ 7 \ 3 \\ 7 \ 3 \\ 3 \\ \hline 2 \ 2 \ 2 \ 2 \end{array} \quad \begin{array}{r} 3 \ 6 \ 8 \ 1 \\ 6 \ 8 \ 1 \\ 8 \ 1 \\ 1 \\ \hline 4 \ 4 \ 4 \ 4 \end{array} \quad \begin{array}{r} 5 \ 8 \ 1 \ 9 \\ 8 \ 1 \ 9 \\ 1 \ 9 \\ 9 \\ \hline 6 \ 6 \ 6 \ 6 \end{array} \quad \begin{array}{r} 7 \ 9 \ 2 \ 7 \\ 9 \ 2 \ 7 \\ 2 \ 7 \\ 7 \\ \hline 8 \ 8 \ 8 \ 8 \end{array} \end{array}$$

Př. 3 – $A = 1, B = 2, C = 3$

Př. 4 –

$64\,514 - 63\,054 = 1\,460$

$57\,837 - 54\,087 = 3\,750$

$83\,423 - 81\,043 = 2\,380$

$75\,635 - 72\,065 = 3\,570$

$56\,726 - 54\,076 = 2\,650$

$28\,918 - 27\,098 = 1\,820$

$84\,534 - 81\,054 = 3\,480$

$73\,413 - 72\,043 = 1\,370$

$37\,817 - 36\,087 = 1\,730$

Literatura:

Malač, J.: Zajímavé úlohy z učiva matematiky ZŠ. Praha: Maják, 1981

Novoveský, Š.: Zábavná matematika. Praha: Maják, 1974

III. ZÁVĚR

Při pilotním testování jsem se zaměřila pouze na tři témata: Palindromy, Úlohy řešené experimentem a Magické čtverce. Snažila jsem se testovat témata, se kterými se žáci nesetkávají ve školské matematice. Žádní testovaní žáci nenavštěvovali matematický kroužek. Testování probíhalo v běžných třídách při hodinách matematiky.

Téma Palindromy jsem zadávala ve čtvrté třídě při počtu dvaceti šesti dětí. Podle odevzdaných vyplněných pracovních listů nelze přesně určit, jakým způsobem postupovali žáci při řešení těchto úloh. Část žáků pracovala postupně, políčko po políčku. Naopak druhá část (přibližně polovina) vybarvovala čísla zcela náhodně. Všichni žáci ale měli správně vyznačena čísla na diagonále (palindrom sám o sobě). Nelze ani říci, zda všichni žáci počítali důsledně každý příklad nebo jestli část výsledků vybarvili podle odhadu. V každém případě jsou tyto úlohy po stránce matematické vhodné pro žáky na prvním stupni základní školy, protože si zde procvičují operaci sčítání. Žáci si práci nedokáží ulehčit, počítají mechanicky a stereotypně a brzy ztrácejí zájem o řešení úloh. Je proto vhodné počítat jen například některé vybrané řádky nebo jen výřez z dané tabulky.

Úlohy řešené experimentem jsem testovala v páté třídě s dvaceti pěti dětmi. Tyto úlohy nejsou na prvním stupni příliš běžné. Někteří se snažili uplatnit naučené algoritmy řešení, jiní vymýšleli své postupy. Všichni žáci však tyto úlohy řešili metodou „pokus – omyl“. Převážná většina dětí řešila úlohy nesystematicky a chaoticky. Velmi dobře děti chápaly grafické řešení těchto příkladů. Algebraické řešení bych příliš nedoporučovala pro práci s takto starými dětmi. Úlohy řešené experimentem pomáhají žákům procvičit si organizaci své práce, což je důležité pro řešení matematických úloh, ale i pro každodenní situace.

Magické čtverce řešili žáci páté třídy v počtu dvaceti pěti žáků. Bylo to pro děti asi nejatraktivnější téma, které jsem testovala. Nejen, že děti tyto úlohy řešily bez velkých problémů, ale oproti stereotypnímu počítání u palindromů je tato práce velice různorodá a pro děti přitažlivá. Až na drobné početní chyby, kterých se žáci dopustili spíše z nepozornosti, byly výsledky u všech dětí naprosto bezchybné. Největší zájem ze strany dětí byl o křížovku „Sudoku“, která je velkým hitem letošního roku. Za nejdůležitější u těchto úloh považuji nejen operaci sčítání, ale také odčítání v libovolném oboru čísel.

Byla to pro mě velice příjemná a radostná práce. Věřím, že i učitelé budou mít chuť do práce s vedením matematického kroužku.

Na závěr bych chtěla poděkovat doc. PhDr. Aleně Hošpesové, Ph. D. za vedení mé diplomové práce a cenné podněty a rady, které mi velmi pomohly.

IV. LITERATURA

1. Adler, I.: Čísel hra kouzelná. Praha: Horizont, 1972
2. Bakalář, E.; Kopský, V.: I dospělí si mohou hrát. Praha: ČTK, 1987
3. Barřfová, U.: Velká kniha pro malé mistry II.. Praha: Ikar, 2000
4. Čechura, R.: Abeceda důvtipu. Praha: Albatros, 1979
5. Divíšek, J. a kol.: Didaktika matematiky pro učitelství 1. stupně ZŠ. Praha: SPN, 1989
6. Düsseldorfová, E.: Velká kniha pro malé mistry VI.. Praha: Ikar, 2000
7. Düsseldorfová, E.: Velká kniha pro malé mistry II. Praha: Ikar, 2000
8. Görkeová, L.: Zajímavá matematika. Praha: Albatros, 1976
9. Jelínek, M.: Numerační soustavy. Praha: SPN, 1974
10. King, A. : Co dokážu s matematikou II. Havlíčkův Brod: Fragment, 1999
11. Kowal, S.: Matematika pro volné chvíle. Praha: SNTL, 1975
12. Malač, J.: Zajímavé úlohy z učiva matematiky ZŠ. Praha: Maják, 1981
13. Matematický Klokán
14. Mrázek, J.: Taje matematiky. Praha: Práce, 1986
15. Němcová, J.: Nebojím se matiky. Praha: Albatros, 2005
16. Novoveský, Š.: 777 matematických zábav a her. Praha: Maják, 1971
17. Novoveský, Š.: Zábavná matematika. Praha: Maják, 1974
18. Péterová, R.: Hra s nekonečnem. Praha: Mladá fronta, 1973
19. Poskitt, K.: Ještě vražednější matematika. Praha: Egmont, 2005
20. Poskitt, K.: Vražedná matematika. Praha: Egmont, 2004
21. Rojas, H.: Fascinující svět origami zvířátek. Praha: Ikar, 1995
22. Varga, T.: Hrajeme si s matematikou. Praha: Albatros, 1988
23. Vejmla, S.: Konec záhady hlavolamů. Praha: Maják, 1986