



Pedagogická
fakulta
Faculty
of Education

Jihočeská univerzita
v Českých Budějovicích
University of South Bohemia
in České Budějovice

Jihočeská univerzita v Českých Budějovicích
Pedagogická fakulta
Katedra matematiky

Přílohy k diplomové práci

Analýza metod násobení a jejich aplikace do didaktických
pomůcek

Vypracoval: Bc. Anna Boudová
Vedoucí práce: doc. RNDr. Vladimíra Petrášková, Ph.D.

České Budějovice 2023

SEZNAM PŘÍLOH

Příloha 1 – Čínské násobení: sada pro násobení	3
Příloha 2 – Čínské násobení: zápisový lístek	4
Příloha 3 – Čínské násobení: Rýžový převodník	5
Příloha 4 – Čínské násobení: návod	6
Příloha 5 – Egyptské násobení: zápisový lístek	33
Příloha 6 – Egyptské násobení: návod	34
Příloha 7 – Indické násobení: zápisový lístek pro dvouciferná čísla	43
Příloha 8 – Indické násobení: zápisový lístek pro trojciferná čísla	45
Příloha 9 – Napierovy tyčinky: magnetická sada	47
Příloha 10 – Napierovy tyčinky: šablona	48
Příloha 11 – Indické násobení a Napierovy tyčinky: návod	49

Příloha 1 - Čínské násobení: sada pro násobení



Příloha 2 - Čínské násobení: zápisový lístek

ČÍNSKÉ NÁSOBENÍ

Násobíme tato čísla:

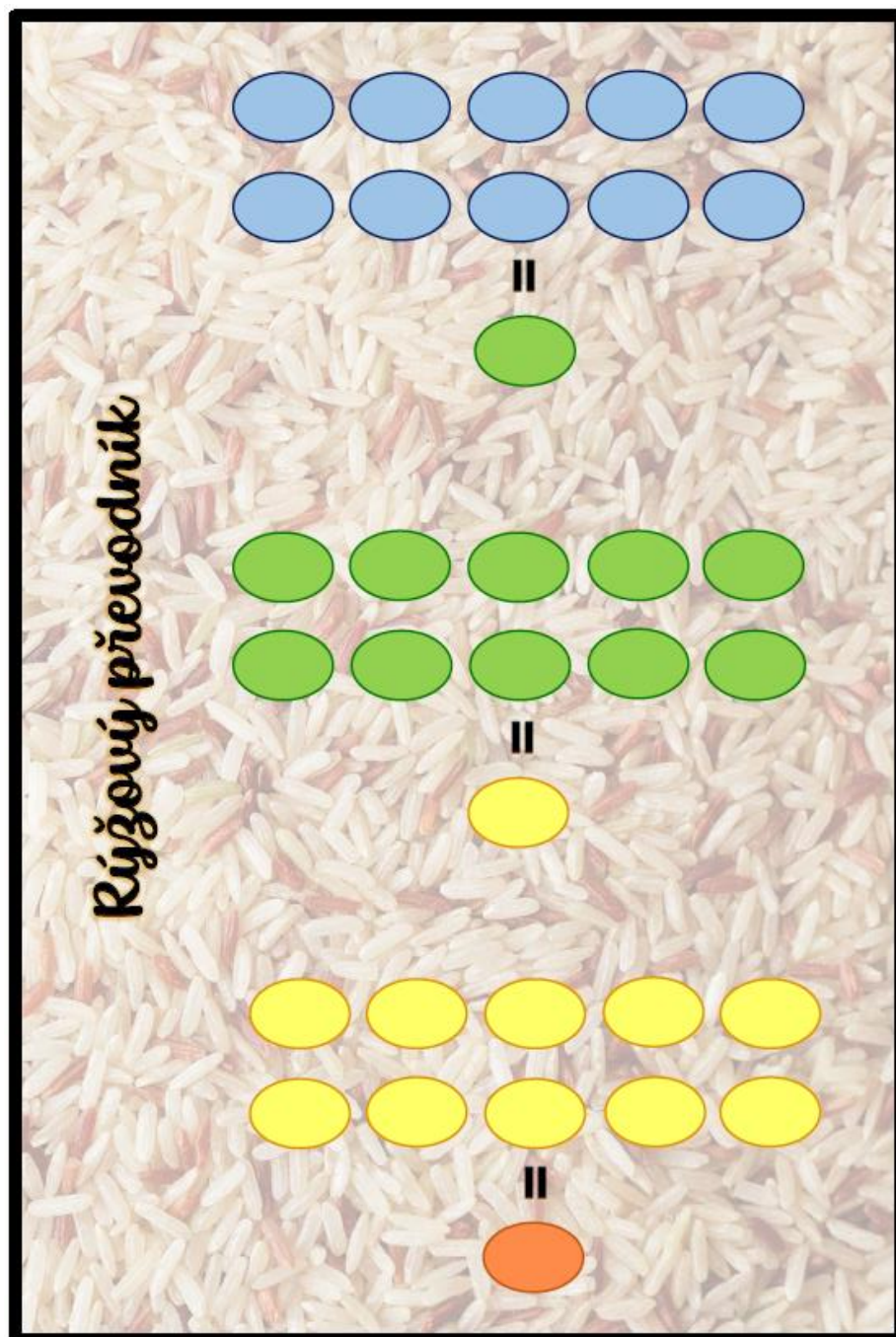
×

Počty zrněk rýže:

	tisíce	stovky	desítky	jednotky
počet křížení				
výsledný násobek				



Příloha 3 - Čínské násobení: Rýžový převodník



Příloha 4 - Čínské násobení: návod

ČÍNSKÉ NÁSOBENÍ

NÁVOD



Anna Boudová
České Budějovice 2023

Milí rodiče, milí učitelé,

pro pochopení principu čínského násobení vznikla tato didaktická pomůcka. Na následujících stránkách ji budeme nazývat „hrou“, neboť jejím cílem by mělo být seznámení dětí s čínským násobením hravou formou. Hra v sobě kombinuje znalosti násobení, sčítání a odčítání, převody jednotek a práci s tabulkou. Zároveň je možné vybrat z několika úrovní hry – podle toho, na jaké úrovni sami děti jsou, či které další dovednosti kromě násobení chceme trénovat. Protože je zde mnoho proměnných, doporučujeme, aby rodiče/ učitelé na začátku spolupracovali s dětmi: vybrali jim vhodnou úroveň hry a vysvětlili jim pravidla práce se sadou. Všechna pravidla se zdají být počátku složitá. Nejlépe je člověk pochopí, když je aplikuje. Věříme, že po 2 – 3 příkladech děti pochopí princip této hry a nebudou již potřebovat pomoc.

Anna Boudová

Obsah

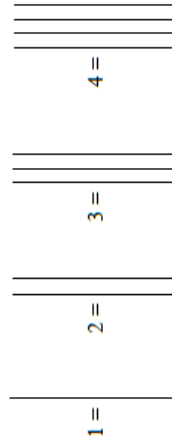
PRINCIP ČÍNSKÉHO NÁSOBENÍ	3
PRÁCE SE SADOU PRO ČÍNSKÉ NÁSOBENÍ	10
Obsah sady	10
Důležité informace před začátkem používání	10
Úvodní zadání ke všem úrovním hry	12
ZÁKLADNÍ HRA	13
1. POKROČILÁ HRA	22
2. POKROČILÁ HRA	23
EXPERTNÍ HRA	24
SPECIÁLNÍ PŘÍPAD – násobení čísel obsahujících 0	28
PŘÍKLADY K PROCVIČENÍ ČÍNSKÉHO NÁSOBENÍ	31
ZAJÍMAVÁ FAKTA	38
SLOVNÍČEK POJMŮ	39
ZDROJE	41
POZNÁMKY	43
KLÍČ K PŘÍKLADŮM	

Didaktická pomůcka je určena pro žáky 1. i 2. stupně. Doporučujeme kooperaci učitelů a žáků/ rodičů a dětí při seznámení s čínským násobením a touto pomůckou.

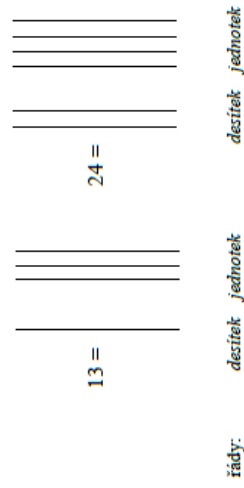
PRINCIP ČÍNSKÉHO NÁSOBENÍ

1) Vyobrazení čísel pomocí čar

V čínském grafickém násobení se čísla vyobrazují pomocí čar/ úseček. Příklad:

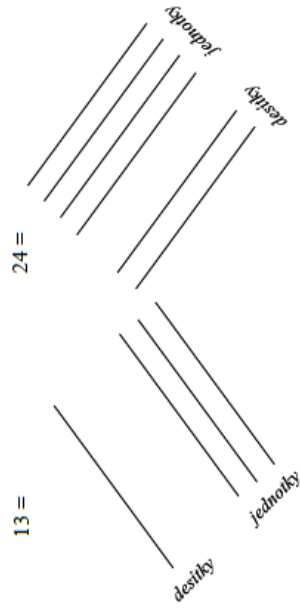


U vícečíselných čísel se mezi řády dělá větší mezera. Příklad:

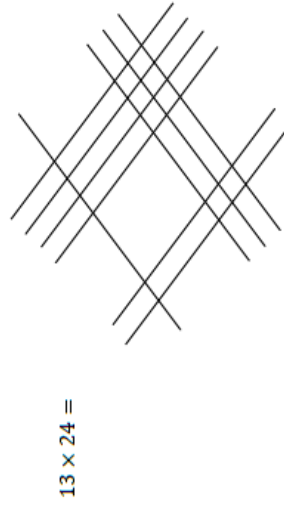


2) Násobení čísel

Jak naznačuje znaménko krát $\times$, při násobení se musí čáry křížit. Čáry zobrazující čísla nakloníme každé v jiném směru:



A načrtneme je přes sebe:



3) Určení číselných řádů a převod čísel mezi řády

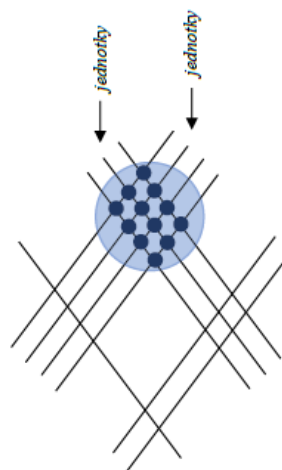
Průsečíky čar/ úseček (průniky překřížení) určují počty náležící do jednotlivých řádů.



„Teď tomu teda vůbec nerozumím, ...“

Abychom získali výsledný součin, musíme určit řády násobení:

- Řád jednotek: Průsečíky náležící do řádu jednotek jsou dány překřížením jednotek.



12 průsečíků = 12 jednotek:

$$13 \times 24 \rightarrow 3 \times 4 = 12 \quad \dots 12 \text{ jednotek}$$



„To přeci nejde! Nemůžu mít 12 jednotek. Jednotky musejí být zastoupeny jednotčivým číslem ...“

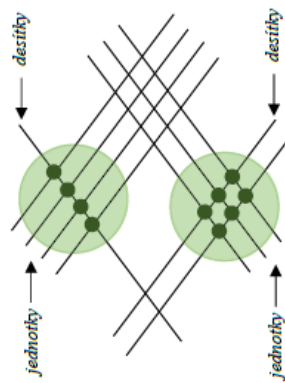
Číslo 12 se skládá z desítek a jednotek. V řádu jednotek zůstane číslo 2 a jednu desítku připočteme v následujícím kroku k desítkám.

$$12 = 10 + 2$$



„Takhle už to беру.“

- Řád desítek: Průsečíky náležící do řádu desítek jsou dány překřížením desítek s jednotkami.



10 průsečíků + 1 desítka (z jednotek) = 11 desítek:

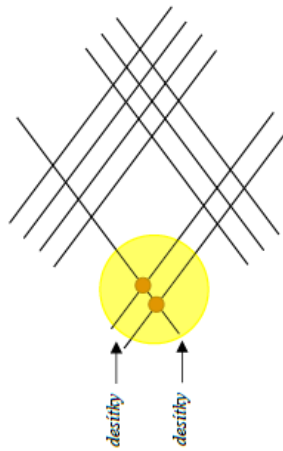
$$\begin{array}{lcl} 13 \times 24 & \rightarrow & 10 \times 4 = 40 \quad \dots 4 \text{ desítky} \\ 13 \times 24 & \rightarrow & 3 \times 20 = 60 \quad \dots 6 \text{ desítek} \end{array}$$

$$40 + 60 + 10 = 110 \quad \dots 11 \text{ desítek}$$

Číslo 11 představuje řády stovek a desítek. V řádu desítek zůstane číslo 1 a jednu stovku připočteme v následujícím kroku k desítkám.

$$11 = 10 + 1$$

- Řád stovek: Průsečíky náležící do řádu stovek jsou dány překřížením desítek.

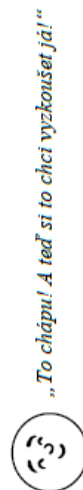
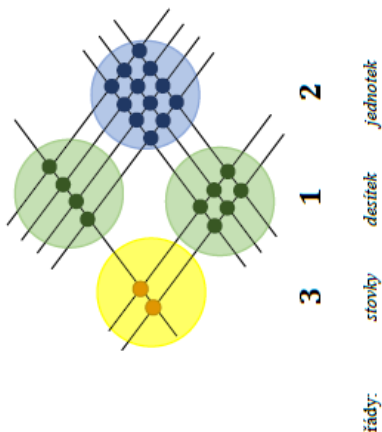


2 průsečíky + 1 stovka (z desítek) = 3 stovek:

$$\begin{array}{lcl} 13 \times 24 & \rightarrow & 10 \times 20 = 200 \quad \dots 1 \text{ stovka} \\ & & 200 + 100 = 300 \quad \dots 3 \text{ stovek} \end{array}$$

4) Zápis výsledného součinu

Výsledný součin se zapisuje pod příslušné řády.



PRÁCE SE SADOU PRO ČÍNSKÉ NÁSOBENÍ

Didaktická pomůcka pro hravé pochopení velké násobilky

Obsah sady

- násobící deska
- sada misek na rýži
- 2 sady hůlek (20 černých, 20 červených)
- 4 sady rýží (modrá, zelená, žlutá a oranžová)
- zápisový listek
- rýžový převodník

Důležité informace před začátkem používání

- Pro zkrácení budeme v návodu využívat místo pojmů „didaktická pomůcka, nebo sada čínského násobení“ pojem „hra“.
- Hra má více úrovní. Doporučujeme nejprve pročíst základní hru, neboť vyšší úrovně hry vycházejí ze základní hry.
- Dítě nemusí procházet všemi úrovněmi hry. Každé dítě dosahuje v danou chvíli určité úrovně znalostí, schopností a dovedností. Pojďme mu nabídnout takovou úroveň hry, která pro něj

nebude ani příliš jednoduchá, ani složitá – takovou úroveň, která jej bude posouvat vpřed.

- Základní hra je určena pro násobení jednociferných a dvouciferných čísel (tj. max 99×99). Při přechodu do vyšších úrovní hry je možné násobit i některé víceciferná čísla.
- Základní hra se zabývá i převody jednotek. V této verzi hry doporučujeme používat takové činitele, u nichž nebude docházet k velkým převodům mezi řády. Pokud si dítě potřebuje upevnit převody mezi řády, nechceme, aby se v nich ztratilo, ale zorientovalo. V dalších úrovních hry již nejde o mechanické převádění mezi řády a je tedy vhodné zařadit i další činitele přiměřenější větší převody mezi řády.
- Každá hra bude vysvětlena na příkladu, který je uveden v následujícím Úvodním zadání.

Úvodní zadání ke všem úrovním hry

Čangovi byli po generace proslulými pěstiteli rýže. O svá pole se starali s velkou péčí. Každý den chodili na pole a kontrolovali úrodu. Když narazili na zralé klasy, sklízeli je, aby nepiežnala. Večer se pan a paní Čangovi sešli u stolu a počítali kolik zrněk rýže jim dala denní sklizeň.

Kolik zrněk rýže Čangovy získali za jeden den, když společně sklízeli 24 klasů a každý obdělával 13 zrněk rýže?

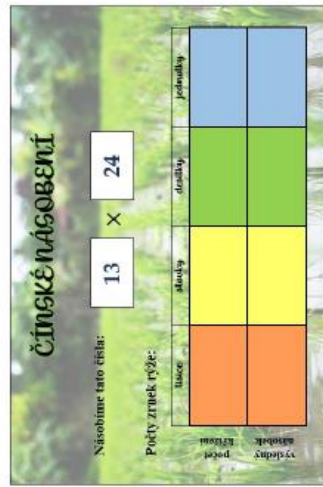


ZÁKLADNÍ HRA

- 1) Pro hru je důležité vybrat rovnou plochu (např. stůl), na kterou rozložíme násobící desku a sadu misek na rýži. Dále připravíme sady hůlek, sady rýži, zápisový listek, rýžový převodník a fixu (jako je tomu na obrázku).

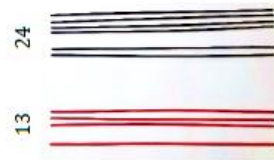


- 2) Do zápisového listku zapíšeme čísla, která chceme násobit. V našem případě jde o čísla 13×24 .



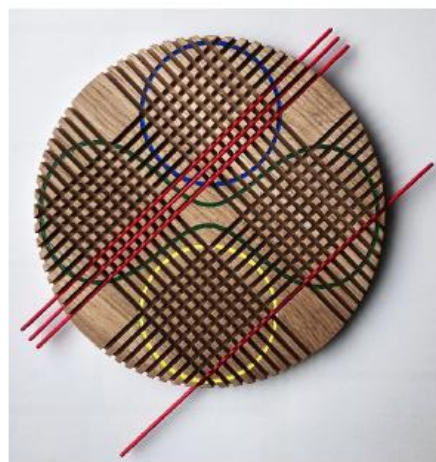
Pro každé číslo vybereme jednu sadu hůlek (černé a červené) a připravíme jich tolik, kolik je ciferný součet daného čísla.

- Na pořadí volby barevných hůlek nezáleží.

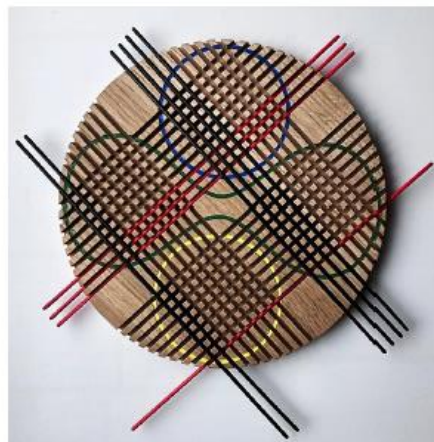


3) Násobící deska je správně orientována, pokud je modrý kruh vpravo. Hůlky klademe na násobící desku do drážek v diagonálním směru tímto způsobem:

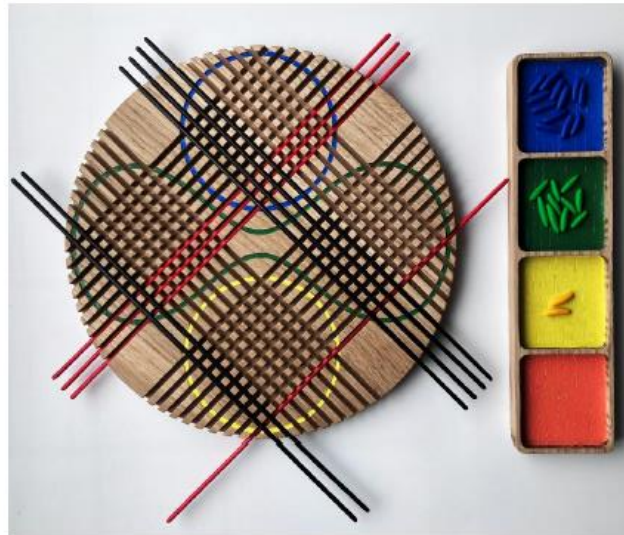
a) Nejprve položíme na násobící desku hůlky, které představují 1. číslo (13). Hůlky klademe v jednom směru. Do levé dolní části dáme takový počet hůlek, kolik desítek obsahuje dané číslo, a do pravé horní části dáme zbylý počet hůlek, které znázorňují jednotky daného čísla.



b) Přes hůlky jedné barvy, klademe hůlky druhé barvy. Ty nám vyobrazí 2. číslo (24). Do levé horní části dáme počet hůlek znázorňující desítky 2. čísla a do pravé dolní části dáme zbylý počet hůlek určující jednotky tohoto čísla.



- 4) Násobící deska rozděljuje křížící se části hůlek do 3 oblastí, které jsou barevně ohraničeny. Kolik je překřížení všech hůlek v určité barevné oblasti, tolik stejně barevných zrněk rýže dáme do příslušné misky na rýži (barva zrněk rýže se musí shodovat s barvou misky).



17

Celkové počty zrněk rýže v každé misce (tj. počet křížení hůlek v každé oblasti) zapíšeme do příslušných (stejně barevných) kolonek v zápisovém listku.

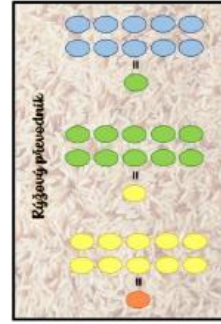
Číselké násobení

Násobíme tato čísla: 13×24

Počty zrněk rýže:

	desky	stovky	tisíce	počet křížení
desky	10	2		
stovky				
tisíce				

- 5) Nyní budeme vyměňovat zrnka rýže, dle pravidel uvedených na rýžovém převodníku (pomocí něho je také možné převody provést):



18

S vyměňováním začneme vpravo, u zrněk modré rýže, a postupovat budeme doleva k oranžovým zrnkům. Pokud je v některé misce počet zrněk rýže větší než 9, pak odeberáme zrnka této barvy po 10 kusech a nahrazujeme je jedním zrnkem vyšší hodnoty (vyššího řádu) nalevo od této misky.

- 10 zrněk modré rýže vyměníme za 1 zrnko rýže zelené:
Modrá zrnka odebereme a zelené zrnko (ze sáčku) přidáme do zelené misky.



- 10 zrněk zelené rýže vyměníme za 1 zrnko rýže žluté:
Zelená zrnka odebereme a žluté zrnko (ze sáčku) přidáme do žluté misky.



V každé misce nám zůstal počet zrněk menší než 10, který již nelze vyměnit za zrnka vyššího řádu.



Do zápisového lístku zapíšeme do řádku *výsledného násobku* nové hodnoty počtu zrněk v jednotlivých miskách/ řádech.

Čínské násobení

Násobíme tato čísla: 13×24

Počty zrněk rýže:

	desítky	jednotky	celá část	zbytek
13	1	3	0	0
24	2	4	0	0
312	3	1	2	0

- 6) Výsledný součin čísel $13 \times 24 = 312$ máme zapsaný jak v zápisovém lístku, tak jej také představují zrnka v miskách. Správnost násobení je možné si ověřit pomocí jiných metod násobení, dělení, nebo na kalkulačce.

1. POKROČILÁ HRA

- Prvním krokem do další úrovně je odstranění misek na rýži, rýžového převodníku a všech 4 sad rýží. Vše ostatní zůstává stejné.
- Poté, co spočítáme, kolik je překřížení v barevně ohraničených oblastech, tyto počty rovnou zapíšeme do příslušných polí v zápisovém lístku.



Počet překřížení můžeme získat kromě sčítání také pomocí malé násobilky. Jak to můžeme udělat?

2. POKROČILÁ HRA

- V další úrovni hry odstraníme násobící desku.
- V takovém případě musíme správně poskládat hůlky sami, beze vzoru, a správně také určit, která překřížení patří do kterých oblastí/ řádů.
- V této úrovni je možné násobit troj- a víceciferná čísla (hra je omezena počtem hůlek).
- Stále je ke hře možné využívat zápisový listek.



EXPERTNÍ HRA

Proč EXPERTNÍ HRA?

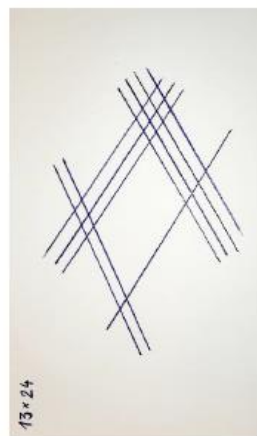
Protože tato hra představuje způsob násobení, který používali staří Číňané.

- Pokud chceme naše hranice posunout ještě dál, odstraníme i hůlky a zápisový listek.
- Ke hře nám bude stačit čistý papír a propiska.
- V této úrovni je možné násobit kterákoliv dvě čísla. To, že je to možné neznamená, že je to jednoduché. Při násobení víceciferných čísel se již obtížněji orientuje mezi řády. Čím preciznější je náčrtek, tím lépe se budeme v řádech orientovat.

- 1) Na papír si zaznamenáme čísla, která budeme násobit (13 × 24).

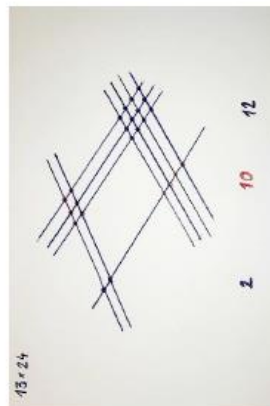


- 2) Místo hůlek si na papír načtneme úsečky. Čtáme je stejně tak, jako jsme kladli hůlky (diagonálně, s dostatečnými rozestupy mezi jednotlivými řádý a dodržujeme posloupnost postupu). Abychom od sebe čísla zřetelněji odlišila, můžeme využít i barevného rozlišení, ale není to nutné.



25

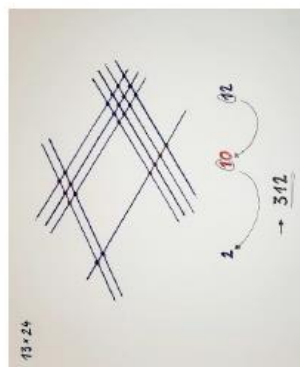
- 3) Průsečíky úseček můžeme označit body. Počet průsečíků úseček/ bodů v dané oblasti zapíšeme pod nákreš k této oblasti. Pro různé oblasti můžeme opět využít různých barev.



- 4) Jednotlivé oblasti představují řády výsledného násobku (stejně jako tomu bylo u násobící desky). Upravíme čísla v řádech tak, aby nepřesahovala „desítku“:

- v řádu jednotek vyšlo 12, tedy 1 přičtu k řádu desítek a v jednotkách mi zbyde 2
- v řádu desítek máme $10 + 1 = 11$, tedy 1 přičtu k řádu stovek a v desítkách mi zbyde 1
- v řádu stovek máme $2 + 1 = 3$

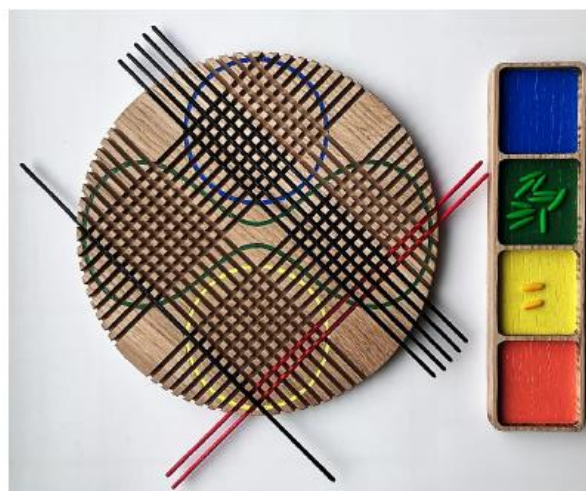
26



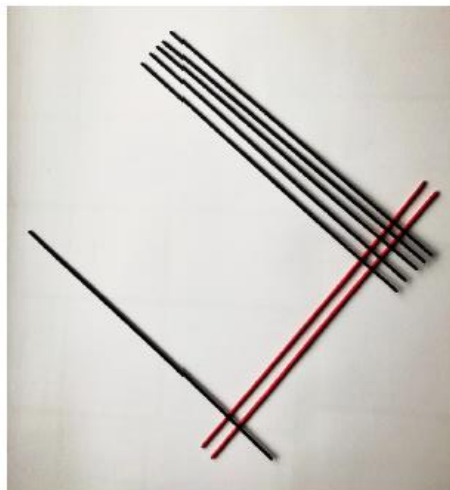
5) Číslo, které nám vyšlo je výsledným násobkem zvolených činitelů.

SPECIÁLNÍ PŘÍPAD – násobení čísel obsahujících 0

- V základní a 1. pokročilé úrovni hry se využívá násobící desky, která rozdělují hůlky do třech oblastí. Jestliže budeme násobit např. čísla 20×15 , potom v modré oblasti (oblasti jednotek) se nám žádné hůlky nepřekříží. V takovém případě je počet překřížení hůlek 0.

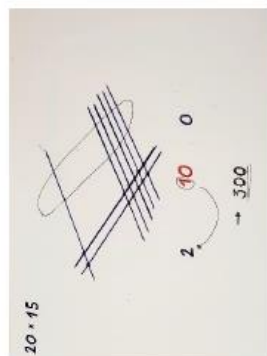


- V 2. pokročilé hře je princí stejný, jenom si musíme dát pozor, na to, abychom správně určili oblast jednotek, desítek, stovek atd.



29

- V expertní úrovni je možné si místo nuly chybějící jednoty naznačit oválem. I zde je nutné dbát na dodržení řádů.



30

PŘÍKLADY K PROCVIČENÍ ČÍNSKÉHO NÁSOBENÍ

- Příklady pro násobení jednociferných čísel:

$$2 \times 3 = \quad 8 \times 7 =$$

$$4 \times 5 = \quad 7 \times 4 =$$

$$6 \times 9 = \quad 9 \times 3 =$$

$$5 \times 5 = \quad 6 \times 2 =$$

$$1 \times 8 = \quad 9 \times 9 =$$

- Příklady pro násobení dvojciferných a jednociferných čísel
bez přechodu v řádech:

$$23 \times 3 = \quad 99 \times 1 =$$

$$44 \times 2 = \quad 2 \times 43 =$$

$$2 \times 22 = \quad 4 \times 12 =$$

$$7 \times 11 = \quad 3 \times 33 =$$

$$31 \times 3 = \quad 21 \times 4 =$$

31

- Příklady pro násobení dvojciferných a jednociferných čísel
s přechodem v řádech:

$$51 \times 5 = \quad 7 \times 24 =$$

$$8 \times 81 = \quad 3 \times 47 =$$

$$19 \times 4 = \quad 63 \times 9 =$$

$$38 \times 2 = \quad 95 \times 3 =$$

$$4 \times 72 = \quad 6 \times 36 =$$

- Příklady pro násobení dvojciferných a jednociferných čísel
obsahujících 0:

$$10 \times 7 = \quad 1 \times 60 =$$

$$20 \times 4 = \quad 41 \times 0 =$$

$$5 \times 30 = \quad 30 \times 5 =$$

$$90 \times 3 = \quad 6 \times 20 =$$

$$2 \times 80 = \quad 0 \times 30 =$$

32

➤ Příklady pro násobení dvoiciferných čísel bez přechodu

v řádech:

$$11 \times 22 =$$

$$77 \times 11 =$$

$$14 \times 12 =$$

$$13 \times 31 =$$

$$21 \times 34 =$$

$$43 \times 21 =$$

$$12 \times 43 =$$

$$44 \times 22 =$$

$$32 \times 13 =$$

$$33 \times 33 =$$

➤ Příklady pro násobení dvoiciferných čísel obsahujících 0:

$$20 \times 30 =$$

$$87 \times 40 =$$

$$40 \times 11 =$$

$$90 \times 90 =$$

$$80 \times 70 =$$

$$70 \times 61 =$$

$$77 \times 20 =$$

$$12 \times 80 =$$

$$34 \times 50 =$$

$$55 \times 70 =$$

➤ Příklady pro násobení troiciferných a jednociferných čísel bez přechodu v řádech:

➤ Příklady pro násobení dvoiciferných čísel s přechodem

v řádech:

$$14 \times 13 =$$

$$32 \times 25 =$$

$$21 \times 51 =$$

$$84 \times 32 =$$

$$26 \times 13 =$$

$$77 \times 22 =$$

$$12 \times 29 =$$

$$65 \times 45 =$$

$$71 \times 41 =$$

$$48 \times 36 =$$

$$123 \times 3 =$$

$$444 \times 2 =$$

$$2 \times 144 =$$

$$4 \times 112 =$$

$$211 \times 4 =$$

$$3 \times 133 =$$

$$342 \times 2 =$$

$$232 \times 2 =$$

$$1 \times 759 =$$

$$9 \times 111 =$$

- Příklady pro násobení trojiciferných a jednociferných čísel
s přechodem v řádech:

$$\begin{array}{l} 5 \times 521 = \\ 943 \times 2 = \\ 3 \times 813 = \\ 171 \times 7 = \\ 7 \times 217 = \end{array} \quad \begin{array}{l} 526 \times 2 = \\ 436 \times 6 = \\ 4 \times 358 = \\ 2 \times 999 = \\ 434 \times 4 = \end{array}$$

- Příklady pro násobení trojiciferných a dvojciferných čísel:

$$\begin{array}{l} 13 \times 313 = \\ 181 \times 19 = \\ 121 \times 98 = \\ 45 \times 123 = \\ 51 \times 248 = \end{array} \quad \begin{array}{l} 546 \times 42 = \\ 674 \times 24 = \\ 22 \times 454 = \\ 35 \times 214 = \\ 987 \times 65 = \end{array}$$

- Příklady pro násobení trojiciferných a jednociferných čísel
obsahujících 0:

$$\begin{array}{l} 600 \times 7 = \\ 5 \times 130 = \\ 204 \times 5 = \\ 400 \times 9 = \\ 8 \times 505 = \end{array} \quad \begin{array}{l} 609 \times 0 = \\ 2 \times 960 = \\ 805 \times 3 = \\ 0 \times 743 = \\ 4 \times 304 = \end{array}$$

- Příklady pro násobení trojiciferných a dvojciferných čísel
obsahujících 0:

$$\begin{array}{l} 300 \times 80 = \\ 12 \times 601 = \\ 10 \times 101 = \\ 460 \times 51 = \\ 500 \times 24 = \end{array} \quad \begin{array}{l} 94 \times 203 = \\ 580 \times 67 = \\ 88 \times 800 = \\ 20 \times 907 = \\ 370 \times 40 = \end{array}$$

➤ Příklady pro násobení trojiciferných čísel:

$$\begin{array}{l} 141 \times 414 = \\ 122 \times 423 = \\ 513 \times 613 = \\ 451 \times 561 = \\ 655 \times 517 = \end{array} \quad \begin{array}{l} 462 \times 668 = \\ 782 \times 913 = \\ 234 \times 825 = \\ 222 \times 777 = \\ 346 \times 729 = \end{array}$$

➤ Příklady pro násobení trojiciferných čísel obsahujících 0:

$$\begin{array}{l} 500 \times 400 = \\ 700 \times 210 = \\ 604 \times 302 = \\ 905 \times 420 = \\ 800 \times 900 = \end{array} \quad \begin{array}{l} 406 \times 321 = \\ 213 \times 800 = \\ 465 \times 230 = \\ 802 \times 747 = \\ 424 \times 105 = \end{array}$$

ZAJÍMAVÁ FAKTA

Čínské hůlky – Hůlky jsou tradičním nástrojem ke konzumaci pokrmů nejen v Číně, ale i dalších asijských zemích. V Číně jsou používány již 4000 let a často se používají v tradičních pokrmech: knedlíky, nudle, smažené hranolky. Nejčastějším materiálem, ze kterého jsou vyrobeny je dřevo, bambus a dnes i plast.

Rýže – Rýže v dnešní době živí téměř $\frac{2}{5}$ obyvatel. Za kolébku rýže je označována Indie i Čína. Zde se začala rýže pěstovat před 4000 lety. Do západní Asie a Řecka ji okolo roku 300 přivezl dobyvatel Alexandr Veliký. Za dob říše Římské se dostala do jižní Evropy i Egypta. V 16. století ji kolonisté přivezli také do Ameriky. Nikde však neměla rýže takové podmínky pro pěstování, jako v asijských zemích.

SLOVNÍČEK POJMŮ

Cífra = číslice

- v desítkové soustavě máme 10 cifer/ číslic

0 1 2 3 4 5 6 7 8 9

- z cifer se skládají čísla:

Jednociferné číslo = číslo, které má pouze jednu cifru

5 ; 7 ; 9

Dvouciferné číslo = číslo, které obsahuje dvě cifry

12 ; 55 ; 91

Trojciferné číslo = číslo, které obsahuje tři cifry

123 ; 654 ; 888

Víceciferné číslo = číslo, které obsahuje více než jednu cifru

10 ; 3 030 ; 9 999 999 999

Ciferný součet = součet všech cifer daného čísla

- pro číslo 850 je ciferný součet: $8 + 5 + 0 = 13$

Činitel = čísla, která mezi sebou násobíme, nazýváme činitelé

$\text{činitel} \times \text{činitel} = \text{součin}$

Číselný řád = pozici cifry v rámci čísla určuje číselný řád

2	6	0	2,	3	4
tisíce	stovky	desítky	jednotky	desetiny	setiny

Diagonální směr = úhlopříčný směr

Násobení = operace založená na opakovaném sčítání

$$6 + 6 + 6 = 6 \times 3$$

Průsečík úseček = bod, který vznikne průnikem dvou úseček

Přechod přes řád = dojde k přesunu části výpočtu do vyššího řádu

- v desítkové soustavě také říkáme „přechod přes desítku“

- čísla 6 a 5 jsou jednociferná + cifry náleží do řádu

jednotek

$$6 \times 5 = 30$$

→ v řádu jednotek zůstala číslice 0 a číslice 3 přšla do vyššího řádu desítek

Součet = výsledek sčítání dvou a více sčítanců

$$5 + 5 = 10$$

Součin = výsledek násobení dvou a více činitelů

ZDROJE

Tato didaktická pomůcka (i s návodem) byla vytvořena v rámci níže uvedené diplomové práce. Informace a zdroje, které vedly k vytvoření této didaktické pomůcky a k ní příslušejícímu návodu, jsou uvedeny právě v této práci:

BOUDOVÁ, Anna. *Analýza metod násobení a jejich aplikace do didaktických pomůcek*. České Budějovice, 2023. Diplomová práce. Jihočeská univerzita v Českých Budějovicích. Vedoucí práce: doc. RNDr. Vladimíra Petrášková, Ph.D.

Další zdroje vztahující se ke kapitole *Zajímavá fakta*:

Historie. *Čínské hůlky.cz* [online]. [cit. 2023-02-26]. Dostupné z: <https://www.cinskehulky.cz/cinske-jidelni-hulky/>

Grafické zdroje:

Jediným vypůjčeným volně dostupným grafickým zdrojem v tomto návodu je obrázek muže nesoucího svazky rýže na str. 12:

Zemědělství Asie Kambodža Obilí. In: *Pixabay* [online]. Německo, 2010 [cit. 2023-03-30]. Dostupné z: <https://pixabay.com/cs/photos/zem%C4%9Bd%C4%9Bstv%C3%AAd-asie-kambod%C5%bea-obil%C3%ad-1793398/>

Grafická stránka zápisového listku je vytvořena na základě snímku se zakoupenou licencí:

REZANOVA, Natalia. Rýžové pole. In: *Shutterstock* [online]. online: New York, 2003 [cit. 2023-03-31]. Dostupné z: <https://www.shutterstock.com/image-photo/rice-fields-terraces-plantation-farm-organic-583079848>

Grafická stránka Rýžového převodníku je vytvořena na základě volně dostupných zdrojů:

Hnědá Rýže Rýže Jidlo. In: *Pixabay* [online]. Německo, 2010 [cit. 2023-03-30]. Dostupné z: <https://pixabay.com/cs/photos/hn%C4%9Bd%C3%A1-r%C3%BD%C5%bee-r%C3%BD%C5%bee-j%C3%addlo-4994747/>

POZNÁMKY

43

44

KLÍČ K PŘÍKLADŮM

- Příklady pro násobení jednociferných čísel:
- | | | |
|-------------------|-------------------|--|
| $2 \times 3 = 6$ | $8 \times 7 = 56$ | |
| $4 \times 5 = 20$ | $7 \times 4 = 28$ | |
| $6 \times 9 = 54$ | $9 \times 3 = 27$ | |
| $5 \times 5 = 25$ | $6 \times 2 = 12$ | |
| $1 \times 8 = 8$ | $9 \times 9 = 81$ | |
- Příklady pro násobení dvojciferných a jednociferných čísel bez přechodu v řádech:
- | | | |
|--------------------|--------------------|--|
| $23 \times 3 = 69$ | $99 \times 1 = 99$ | |
| $44 \times 2 = 88$ | $2 \times 43 = 86$ | |
| $2 \times 22 = 44$ | $4 \times 12 = 48$ | |
| $7 \times 11 = 77$ | $3 \times 33 = 99$ | |
| $31 \times 3 = 93$ | $21 \times 4 = 84$ | |
- Příklady pro násobení dvojciferných a jednociferných čísel s přechodem v řádech:
- | | | |
|---------------------|---------------------|--|
| $51 \times 5 = 255$ | $7 \times 24 = 168$ | |
| $8 \times 81 = 648$ | $3 \times 47 = 141$ | |
| $19 \times 4 = 76$ | $63 \times 9 = 567$ | |
| $38 \times 2 = 76$ | $95 \times 3 = 285$ | |
| $4 \times 72 = 288$ | $6 \times 36 = 216$ | |
- Příklady pro násobení dvojciferných a jednociferných čísel s přechodem v řádech obsahujících 0:
- | | | |
|---------------------|---------------------|--|
| $10 \times 7 = 70$ | $1 \times 60 = 60$ | |
| $20 \times 4 = 80$ | $41 \times 0 = 0$ | |
| $5 \times 30 = 150$ | $30 \times 5 = 150$ | |
| $90 \times 3 = 270$ | $6 \times 20 = 120$ | |
| $2 \times 80 = 160$ | $0 \times 30 = 0$ | |
- Příklady pro násobení dvojciferných čísel bez přechodu v řádech:
- | | | |
|----------------------|-------------------------|--|
| $11 \times 22 = 242$ | $77 \times 11 = 847$ | |
| $14 \times 12 = 168$ | $13 \times 31 = 403$ | |
| $21 \times 34 = 714$ | $43 \times 21 = 903$ | |
| $12 \times 43 = 516$ | $44 \times 22 = 968$ | |
| $32 \times 13 = 416$ | $33 \times 33 = 1\,089$ | |
- Příklady pro násobení dvojciferných čísel s přechodem v řádech:
- | | | |
|-------------------------|-------------------------|--|
| $14 \times 13 = 182$ | $32 \times 25 = 800$ | |
| $21 \times 51 = 1\,071$ | $84 \times 32 = 2\,688$ | |
| $26 \times 13 = 338$ | $77 \times 22 = 1\,694$ | |
| $12 \times 29 = 348$ | $65 \times 45 = 2\,925$ | |
| $71 \times 41 = 2\,911$ | $48 \times 36 = 1\,728$ | |

➤ Příklady pro násobení dvouciferných čísel obsahujících 0:

$$\begin{array}{l} 20 \times 30 = 600 \\ 40 \times 11 = 440 \\ 80 \times 70 = 5\,600 \\ 77 \times 20 = 1\,540 \\ 34 \times 50 = 1\,700 \end{array} \quad \begin{array}{l} 87 \times 40 = 3\,480 \\ 90 \times 90 = 8\,100 \\ 70 \times 61 = 4\,270 \\ 12 \times 80 = 960 \\ 55 \times 70 = 3\,850 \end{array}$$

➤ Příklady pro násobení trojiciferných a jednociferných čísel bez přechodu v řádech:

$$\begin{array}{l} 123 \times 3 = 369 \\ 2 \times 144 = 288 \\ 211 \times 4 = 844 \\ 342 \times 2 = 684 \\ 1 \times 759 = 759 \end{array} \quad \begin{array}{l} 444 \times 2 = 888 \\ 4 \times 112 = 448 \\ 3 \times 133 = 399 \\ 232 \times 2 = 464 \\ 9 \times 111 = 999 \end{array}$$

➤ Příklady pro násobení trojiciferných a jednociferných čísel s přechodem v řádech:

$$\begin{array}{l} 5 \times 521 = 2\,605 \\ 943 \times 2 = 1\,886 \\ 3 \times 813 = 2\,439 \\ 171 \times 7 = 1\,197 \\ 7 \times 217 = 1\,519 \end{array} \quad \begin{array}{l} 526 \times 2 = 1\,052 \\ 436 \times 6 = 2\,616 \\ 4 \times 358 = 1\,432 \\ 2 \times 999 = 1\,998 \\ 434 \times 4 = 1\,736 \end{array}$$

➤ Příklady pro násobení trojiciferných a jednociferných čísel obsahujících 0:

$$\begin{array}{l} 600 \times 7 = 4\,200 \\ 5 \times 130 = 650 \\ 204 \times 5 = 1\,020 \\ 400 \times 9 = 3\,600 \\ 8 \times 505 = 4\,040 \end{array} \quad \begin{array}{l} 609 \times 0 = 0 \\ 2 \times 960 = 1\,920 \\ 805 \times 3 = 2\,415 \\ 0 \times 743 = 0 \\ 4 \times 304 = 1\,216 \end{array}$$

➤ Příklady pro násobení trojiciferných a dvouciferných čísel:

$$\begin{array}{l} 13 \times 313 = 4\,069 \\ 181 \times 19 = 3\,439 \\ 121 \times 98 = 11\,858 \\ 45 \times 123 = 5\,535 \\ 51 \times 248 = 12\,648 \end{array} \quad \begin{array}{l} 546 \times 42 = 22\,932 \\ 674 \times 24 = 16\,176 \\ 22 \times 454 = 9\,988 \\ 35 \times 214 = 7\,490 \\ 987 \times 65 = 64\,155 \end{array}$$

➤ Příklady pro násobení trojiciferných a dvouciferných čísel obsahujících 0:

$$\begin{array}{l} 300 \times 80 = 24\,000 \\ 12 \times 601 = 7\,212 \\ 10 \times 101 = 1\,010 \\ 460 \times 51 = 23\,460 \\ 500 \times 24 = 12\,000 \end{array} \quad \begin{array}{l} 94 \times 203 = 19\,082 \\ 580 \times 67 = 38\,860 \\ 88 \times 800 = 70\,400 \\ 20 \times 907 = 18\,140 \\ 370 \times 40 = 14\,800 \end{array}$$

➤ Příklady pro násobení trojčíslicových čísel:

$141 \times 414 = 58\,374$	$462 \times 668 = 308\,616$
$122 \times 423 = 51\,606$	$782 \times 913 = 713\,966$
$513 \times 613 = 314\,469$	$234 \times 825 = 193\,050$
$451 \times 561 = 253\,011$	$222 \times 777 = 172\,494$
$655 \times 517 = 338\,635$	$346 \times 729 = 252\,234$

➤ Příklady pro násobení trojčíslicových čísel obsahujících 0:

$500 \times 400 = 200\,000$	$406 \times 321 = 130\,326$
$700 \times 210 = 147\,000$	$213 \times 800 = 170\,826$
$604 \times 302 = 182\,408$	$465 \times 230 = 106\,950$
$905 \times 420 = 380\,100$	$802 \times 747 = 599\,094$
$800 \times 900 = 720\,000$	$424 \times 105 = 44\,520$

Návod v uvedeném formátu:



Návod ve formátu pro tisk „knížečky“:



Příloha 5 - Egyptské násobení: Zápisový lístek

EGYPTSKÉ NÁSOBENÍ - DUPLACE

operátor		množství
	x	

Pomocné výpočty:

1	
2	
4	
8	
16	
32	
64	
128	



Příloha 6 - Egyptské násobení: Návod

EGYPTSKÉ NÁSOBENÍ – DUPLACE

NÁVOD

EGYPTSKÉ NÁSOBENÍ – DUPLACE

operátor	násobitel
1	
2	
4	
8	
16	
32	
64	
128	

Pomocné výpočty:

Anna Boudová

České Budějovice 2023

Milý počítaři,

abych ti pomohla pochopit princip egyptského násobení, připravila jsme pro tebe zápisový lístek a tento návod. V první části návodu je nejprve celý princip podrobně vysvětlen i s různými poznámkami a otázkami. Druhá kapitola přímo odkazuje na práci se zápisovým lístkem. V této části už tě bude čekat samotné násobení. Pokud bys nějakému slovíčku nerozuměl, v závěru je i slovníček pojmů, kam můžeš případně nahlédnout. A teď už hurá na to!

Anna Boudová

Obsah

Princip egyptského násobení – duplace (= zdvojení)	3
Práce se zápisovým lístkem	6
Slovníček pojmů	11
Zdroje	12
Poznámky	13

Didaktická pomůcka je primárně určena pro žáky 2. stupně, kteří s ní mohou pracovat samostatně. Je možné ji využít i na 1. stupni za předpokladu spolupráce učitele s žáky.

Princip egyptského násobení – duplace (= zdvojoování)

1) Nejprve je nutné si určit, které číslo, kterým násobíme.

Operace násobení je založena na opakovaném sčítání jednoho čísla. Příklad: $7 + 7 + 7 = 7 \cdot 3$

- *Operátor je číslo, které několikrát za sebou sčítáme*
- *Množství nám říká, kolikrát operátor se sebou samým sčítáme*

Operátor je tedy číslo, které budeme násobit množstvím.

2) Zdvojoování = duplace

Egyptané nenásobili jako my jedno číslo druhým. Jejich způsob násobení využíval opakovaného sčítání, konkrétně zdvojoování. Když jedno číslo sečteme s ním samým, je to samé, jako kdybychom toto číslo vynásobili dvěma!

Například: $7 + 7 = 14$
 $7 \cdot 2 = 14$

Když potom Egyptané potřebovali zjistit, jaký je čtyřnásobek tohoto čísla, pokračovali ve sčítání dvojnásobku se sebou samým:

$$14 + 14 = 28$$
$$7 \cdot 4 = 28$$

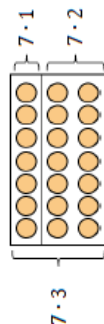


„Jasně, to je jednoduché! Ale když chci vynásobit číslo 7 třemi tak, jak to mám udělat?“

3) Distribuce

Celý tento krok je založen na distributivním zákonu. Číslo 3 je možné zapsat jako $1 + 2$. Distributivní zákon říká, že pokud lze číslo 3 tímto způsobem zapsat, potom můžeme i součin $7 \cdot 3$ rozdělit na dva dílčí součiny a ty následně sečíst:

$$7 \cdot 3 = 7 \cdot (1 + 2) = 7 \cdot 1 + 7 \cdot 2$$



Není na tom nic složitějšího. Už víme, že:

$$7 \cdot 1 = 7$$
$$7 \cdot 2 = 14$$

Množství 3 získáme jakou součet $1 + 2$, takže:

$$1 + 2 = 3 \quad \rightarrow \quad 7 + 14 = 21$$
$$7 \cdot 3 = 21$$



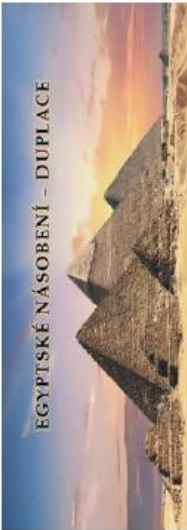
„Jo takhle to funguje! Ale vždyť starí Egypťané
vlastně vůbec nenásobili! Využívali jenom
opakovaného sčítání!“

Práce se zápisovým listkem

Zápis násobení do zápisového listku pomocí duplace ukážeme na
příkladu $63 \cdot 23$.

První tabulka „operátor a množství“ slouží k zapsání činitelů
násobení a ujasnění si jejich pozic v rámci této operace.

Spodní tabulka je pak určena k samotnému výpočtu.



EGYPTSKÉ NÁSOBENÍ – DUPLACE

operátor	množství
$\times$	

Pomocné výpočty:

1	
2	
4	
8	
16	
32	
64	
128	

- 1) Zapišeme činitele násobení do tabulky „operátor a množství“.

operátor	množství
63	23

- 2) Operátor posadíme na první řádek do spodní tabulky.

$$63 \cdot 1 = 63$$

operátor	množství
63	23
1	63
2	
4	
8	
16	

- 3) Sečteme číslo 63 samo se sebou, nebo jej vynásobíme 2 a získáme tak jeho dvojnásobek.

$$63 + 63 = 126$$

$$63 \cdot 2 = 126$$

operátor	x	množství	Pomocné výpočty:
63	x	23	$63 + 63 = 126$
1		63	
2		126	

- 4) Opakujeme operaci se získaným výsledkem: Vypočítáme dvojnásobek čísla 126 a tím získáme čtyřnásobek původního čísla 63.

$$126 + 126 = 252$$

$$126 \cdot 2 = 252$$

$$63 \cdot 4 = 252$$

operátor	x	množství	Pomocné výpočty:
63	x	23	$63 + 63 = 126$ $126 + 126 = 252$
1		63	
2		126	
4		252	

- 5) Opakuj operaci zdvojování do té doby, dokud číslo v levém sloupci není vyšší než množství, tj. číslo 23.

$$32 > 23$$

Potom vyhledej v levém sloupci čísla, jejichž součet dá hodnotu množství a tato čísla si předznač zatřením.

operátor	x	množství
63	x	23
Pomocné výpočty:		
63 + 63 = 126		
126 + 126 = 252		
252 + 252 = 504		
504 + 504 = 1008		
1 + 2 + 4 + 16 = 23		
/ 1		63
/ 2		126
/ 4		252
8		504
/ 16		1008
32		

- 6) Celkové množství jsme získali součtem dílčích množství. Celkový součin získáme součtem dílčích násobků operátoru.

operátor	x	množství
63	x	23
Pomocné výpočty:		
63 + 63 = 126		
126 + 126 = 252		
252 + 252 = 504		
504 + 504 = 1008		
1 + 2 + 4 + 16 = 23		
63 + 126 + 252 + 504 + 1008 =		
<u>1449</u>		
/ 1		63
/ 2		126
/ 4		252
8		504
/ 16		1008
32		
64		
128		

Omezení pro počítání se zápisovým listkem:

Operátor může být libovolné číslo, ale množství je dané rozsahem zápisového listku. Jeho maximální hodnota může být 255. Pro násobení čísel, kde oba činitele přesahují hodnotu 255, je nutné vytvořit vlastní tabulku a doplnit ji o další řádky.

Slovníček pojmů

Distributivní zákon: $A \cdot (B + C) = A \cdot B + A \cdot C$

Duplace = zdvojení

- operace, kdy násobím dané číslo 2, nebo sčítám toto číslo samo se sebou

$$5 \cdot 2 = 10$$

$$5 + 5 = 10$$

Množství = říká, kolikrát operátor se sebou samým sčítáme

- v příkladu $6 + 6 + 6$ se jedná o číslo 3

Násobení = operace založená na opakovaném sčítání

$$6 + 6 + 6 = 6 \cdot 3$$

Operátor = číslo, které několikrát za sebou sčítáme

- v příkladu $6 + 6 + 6$ se jedná o číslo 6

Součet = výsledek sčítání dvou a více sčítanců

$$5 + 5 = 10$$

Součin = výsledek násobení dvou a více činitelů

Zdroje

Tato didaktická pomůcka (i s návodem) byla vytvořena v rámci níže uvedeně diplomové práce. Veškeré informace a zdroje, které vedly k vytvoření zápisového listu a příslušnému návodu, jsou uvedeny právě v této práci:

BOUDOVÁ, Anna. *Analýza metod násobení a jejich aplikace do didaktických pomůcek*. České Budějovice, 2023. Diplomová práce. Jihočeská univerzita v Českých Budějovicích. Vedoucí práce doc. RNDr. Vladimíra Petrášková, Ph.D.

Grafická stránka zápisového listku je vytvořena na základě volně dostupných zdrojů:

Pyramids Egypt Giza. In: *Pixabay* [online]. Německo, 2010 [cit. 2022-12-07]. Dostupné z: <https://pixabay.com/photos/pyramids-egypt-giza-archeology-2159286/>

Sand Camel Desert. In: *Pixabay* [online]. Německo, 2010 [cit. 2022-12-07]. Dostupné z: <https://pixabay.com/photos/sand-camel-desert-cairo-egypt-3223302/?download>

Poznámky

Návod v uvedeném formátu:



Návod ve formátu pro tisk „knížečky“:



INDICKÉ NÁSOBENÍ

The diagram illustrates the Indian multiplication method using a grid and place value labels. The grid is a 3x3 square divided into nine smaller squares. The top row is labeled 'desítky' (tens) and the bottom row is labeled 'jednotky' (units). The left column is labeled 'desítky' (tens) and the right column is labeled 'jednotky' (units). The grid is filled with orange and yellow squares. The top row and right column are orange, while the bottom row and left column are yellow. The four corner squares (top-left, top-right, bottom-left, bottom-right) are yellow and contain a diagonal line. The four squares along the top and right edges (excluding the corners) are orange. The four squares along the bottom and left edges (excluding the corners) are yellow. To the right of the grid, there are two vertical columns of three squares each. The top square of each column is orange, and the bottom two are yellow. Below these columns, there are two vertical columns of three squares each. The top square of each column is orange, and the bottom two are yellow. To the right of these columns, there are two vertical columns of three squares each. The top square of each column is orange, and the bottom two are yellow. To the right of these columns, there are two vertical columns of three squares each. The top square of each column is orange, and the bottom two are yellow.

INDICKÉ NÁSOBENÍ

The diagram illustrates the Indian multiplication method (Nikhilam Navatana Samantam) for the calculation 345×23 . It features a grid of boxes for digits, with labels for place values (stovky, desítky, jednotky) and a final result box.

Grid Structure:

- Top Row (Multiplier):** 2 (stovky), 3 (desítky), 5 (jednotky).
- Left Column (Multiplicand):** 3 (stovky), 4 (desítky), 5 (jednotky).
- Grid Cells:** A 3x3 grid of boxes. The top row contains the multiplier digits. The left column contains the multiplicand digits. The remaining cells are for the partial products.
- Final Result:** A box at the bottom right for the final product.

Place Value Labels:

- Top Row:** stovky, desítky, jednotky.
- Left Column:** stovky, desítky, jednotky.
- Final Result:** stovky, desítky, jednotky.

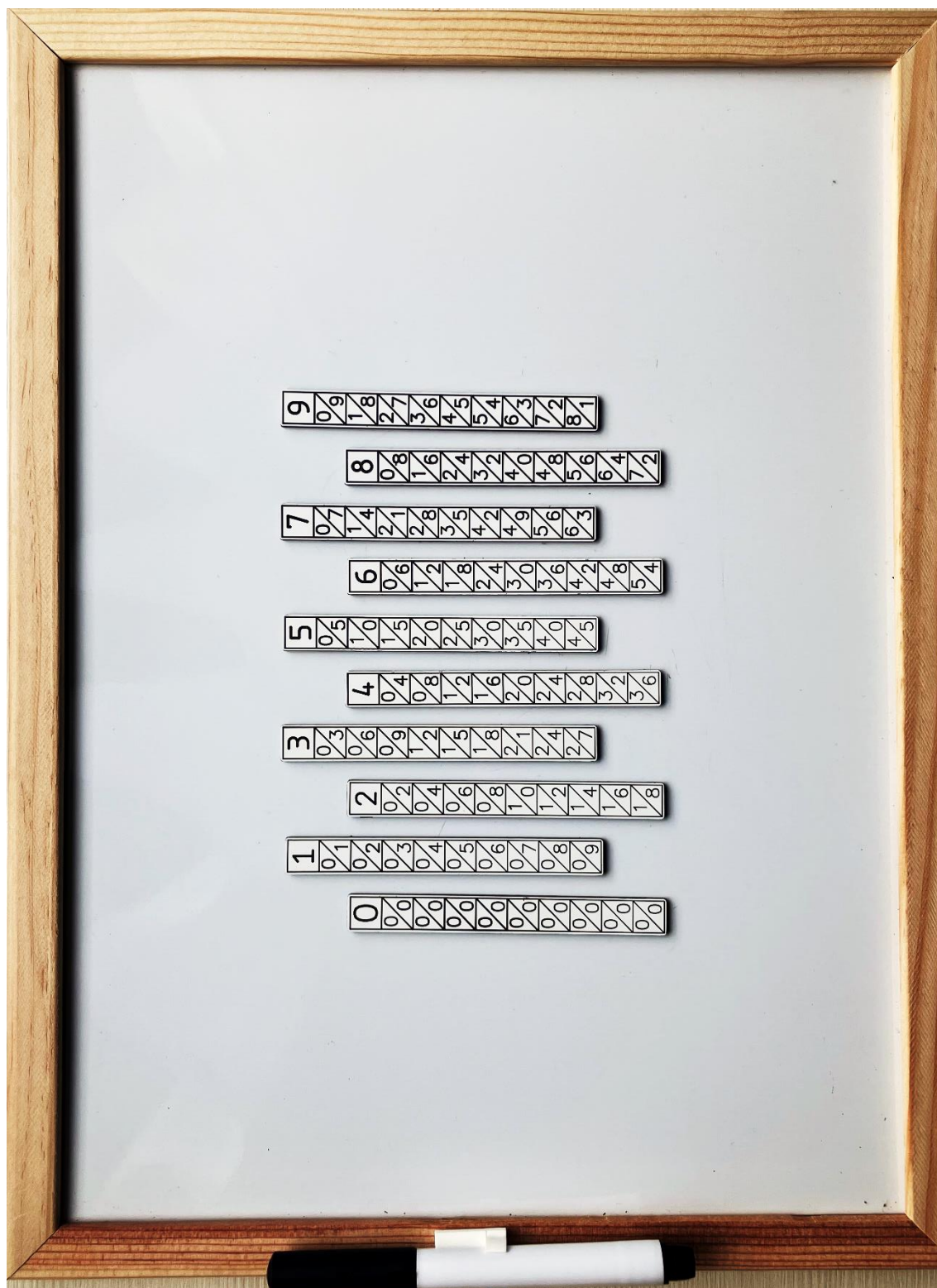
Zápisový lístek pro dvojciferná čísla:



Zápisový lístek pro trojciferná čísla:



Příloha 9 - Napierovy tyčinky: magnetická sada



Příloha 10 - Napierovy tyčinky: šablona

0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
1	0	1	0	2	0	3	0	4	0
2	0	2	0	4	0	6	0	8	0
3	0	3	0	6	0	9	1	2	1
4	0	4	0	8	1	2	1	6	2
5	0	5	1	0	1	5	2	0	3
6	0	6	1	2	1	8	2	4	4
7	0	7	1	4	2	1	2	8	5
8	0	8	1	6	2	4	3	2	6
9	0	9	1	8	2	7	3	6	7



INDICKÉ NÁSOBENÍ + Napišovy tvčinky

NÁVOD

Anna Boudová
České Budějovice 2023

Milý počtáři,

indické násobení je jednou z historických metod násobení, které je jednoduché a přehledné. Abys i ty měl možnost poznat, jak staří Indové násobili, připravila jsem pro tebe násobící tabulky a příběh z indické tržnice, který tě provede tímto násobením. Na konci kapitoly o indickém násobení najdeš příklady, na kterých si ho můžeš procvičit. V další části tě čekají tzv. Napierovy tyčinky. John Napier, středověký matematik, fyzik a astronom, ke svým výpočtům využíval násobících tyčinek, které si sám vyrobil, přičemž vycházel z indického násobení. Až budeš mít indické násobení „v krvi“, zkus přijít na to, jak se s těmito tyčinkami pracuje. Kdyžbys něčemu nerozuměl, najdeš v závěru slovníček pojmů. A teď už hurá na to!

Anna Boudová

Obsah

INDICKÉ NÁSOBENÍ.....	3
Princip indického násobení.....	3
Motivační příklad a práce se zápisovým listkem.....	15
Příběh z indické tržnice.....	15
Práce se zápisovým listkem pro dvojčiferná čísla.....	17
Práce se zápisovým listkem pro trojčiferná čísla.....	20
Zajímavost k zamyšlení.....	22
Příklady k procvičení.....	23
NAPIEROVY TYČINKY.....	29
Princip práce s Napierovými tyčinkami.....	31
Násobení vícečiferného čísla číslem jednociferným.....	32
Násobení vícečiferného čísla číslem vícečiferným.....	34
Slovníček pojmů.....	37
Zdroje.....	39
Poznámky.....	40
Klíč k příkladům	

Didaktická pomůcka je primárně určena pro žáky 2. stupně, kteří s ní mohou pracovat samostatně. Je možné ji využít i na 1. stupni za předpokladu spolupráce učitele s žáky.

INDICKÉ NÁSOBENÍ

Princip indického násobení

Indické násobení je založené na práci s tabulkou, ve které se mezi sebou násobí jednotlivé řádky čísel.

1) Náčrtnutí tabulky pro násobení

Nejprve načrtne tabulku, která bude mít počet sloupců odpovídající počtu cifer jednoho činitele a počet řádků odpovídající počtu cifer druhého činitele. Příklad: $183 \cdot 27$

Cífy prvního činitele nadepíšeme nad sloupce tabulky a cifry druhého činitele vpravo vedle řádků tabulky.

1	8	3	
			2
			7

2) Rozdělení tabulky podle násobených řádků

Jednotlivá pole tabulky rozdělíme úhlopříčkami (z levého dolního rohu do pravého horního rohu) na dvě části.

1	8	3	
			2
			7

Úhlopříčné pruhy představují číselné řády vedoucí k výslednému součinu.

1	8	3	
			2
			7



„Jak to, že to takhle funguje?“

3) Rozklad čísel a násobení podle řádů

Distributivním zákonu říká, že můžeme jednotlivá čísla rozložit podle řádů a tyto řády mezi sebou roznásobit.



„To zní hrozně složitě ...“

Díky tabulce, které indické násobení využívá, je to ale velmi snadné.

- Nejprve vynásobíme *jednotky* prvního činitele s *jednotkami* druhého činitele:

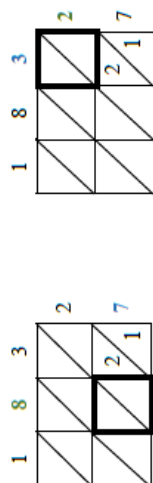
	1	8	3

$$3 \cdot 7 = 21$$

přechází do řádu desítek ← náleží do řádu jednotek

	1	8	3

- Dále násobíme jednotky s desítkami:



$$80 \cdot 7 = 560$$

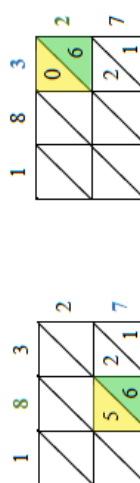
$$8 \cdot 7 = 56$$

přechází do řádu stovek ← náleží do řádu desítek

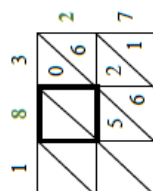
$$3 \cdot 20 = 60$$

$$3 \cdot 2 = 6$$

→ náleží do řádu desítek



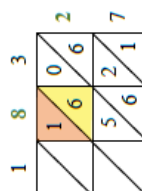
- Následuje násobení desítek prvního činitele s desítkami druhého činitele:



$$80 \cdot 20 = 1\,600$$

$$8 \cdot 2 = 16$$

přechází do řádu tisíců ← náleží do řádu stovek



- Násobení stovek s jednotkami:
- A nakonec i násobení stovek s desítkami:

1	8	3
1	6	0
5	6	2
	6	1

$$100 \cdot 7 = 700$$

$$1 \cdot 7 = 7$$

→ náleží do řádu stovek

1	8	3
1	6	0
0	5	2
7	6	1

1	8	3
1	6	0
0	5	2
7	6	1

$$100 \cdot 20 = 2\,000$$

$$1 \cdot 2 = 2$$

→ náleží do řádu tisíců

1	8	3
0	1	0
2	6	6
0	5	2

4) Sčítání podle řádů

Abychom získali výsledný součín, sečteme dílčí násobky podle řádů, tj. sečteme čísla v úhlopříčných pruzích. Výsledné cifry zapisujeme pod tabulku a vlevo od ní.

1	8	3
0	1	0
2	6	6
0	5	2
7	6	1

• Řád desítek:

1	8	3
0	1	0
2	6	6
0	5	2
7	6	1

$$6 + 2 + 6 = 14$$

přechází do řádu stovek → náleží do řádu desítek

• Řád stovek:

1	8	3
0	1	0
2	6	6
0	5	2
7	6	1

$$0 + 6 + 5 + 7 + 1 = 19$$

přechází do řádu tisíců → náleží do řádu stovek

• V řádu jednotek máme pouze jedno číslo: 1

1	8	3
0	1	0
2	6	6
0	5	2
7	6	1

- Řád tisíců:

	1	8	3	
	0	1	0	2
	2	6	6	
4	0	5	2	7
	7	6	1	
	9	4	1	

$$1 + 2 + 0 + 1 = 4$$

- V řádu desetitisíců je pouze 0 a nepřechází do něj žádné číslo z řádu tisíců:

	1	8	3	
0	0	1	0	2
	2	6	6	
4	0	5	2	7
	7	6	1	
	9	4	1	

- 5) Výsledný součin

Výsledkem násobení čísel 183 a 27 je číslo 4 941.

	1	8	3	
0	0	1	0	2
	2	6	6	
4	0	5	2	7
	7	6	1	
	9	4	1	



„Takže já si načrtnu násobící tabulku. Tu vyplním tak, že mezi sebou vynásobím jednotlivé číslice činitelů. Sečtu čísla v pruzích a jediné, na co si musím dát pozor je přechod čísel mezi řády.“

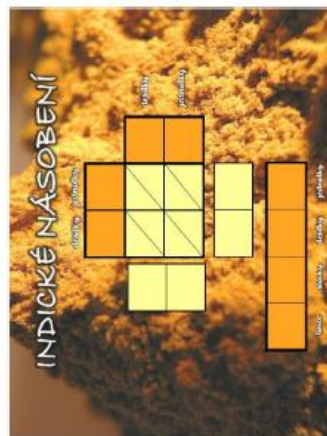
To není zase tak složité, jako to vypadalo!“

Motivační příklad a práce se zápisovým lístkem

Příběh z indické tržnice

Při návštěvě Indie jsme zavítali na typickou indickou tržnici. Zaujala nás místní koření, a tak jsme se rozhodli některé z nich přivést s sebou domů. Prodejce koření nám do sáčku odvážil 250 gramů kari. Cenu za celkovou váhu koření dopočítával pomocí jakési tabulky. Velmi nás to zaujalo, a proto jsme ho požádali, aby nám tento způsob výpočtu vysvětlil.

„Tohle je násobící tabulka,“ řekl prodejce. „Práce s ní je velmi snadná. Jediné, co potřebujete znát, je malá násobilka a potom už jenom sčítáte.“



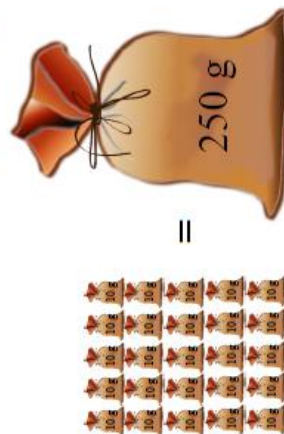
15

„Vy jste si vybrali kari. Cenu za 10 gramů kari je 39 indických rupií.“

Hmotnost	Cena
10 g	39 INR
250 g	? INR

„Do 250 gramů se mi vejde 25 desetigramových sáčků. To znám, na to tabulku nepotřebuji.“

Celková hmotnost: $10 \text{ g} \cdot 25 = 250 \text{ g}$



„Abych získal cenu za 250 gramů kari, musím 25 vynásobit jednočkovou cenou (39 INR). Na to už si tabulku vezmu.“

Celková cena: $39 \text{ INR} \cdot 25 = ? \text{ INR}$

16

- 4) „Tato políčka představují číselné řády výsledného násobku.
Ale protože nám v řádu desítek vyšlo 17, musíme přebytečné
stovky (17) přesunout do řádu stovek.“

$$8 + 1 = 9$$

0	9	7	5
stovky	desítky	desítky	jednotky

INDICKÉ NÁSOBENÍ

0	8	3	9	
		0	6	1
		1	5	4
				2
				5

stovky desítky jednotky desítky jednotky

celkový součin: 17 5

0	9	7	5
stovky	desítky	desítky	jednotky

„Takže celková cena za 250 gramů kari je 975 rupií.“

Práce se zápisovým listkem pro trojciferná čísla

Tento způsob počítání se nám opravdu líbil, ale nebyli jsme si jisti, jestli to tak funguje i pro větší čísla.

„Mohli byste si to sami vyzkoušet,“ odpověděl prodejce. „Mezi vzácnější a dražší koření patří kardamom. Cena za 10 g kardamomu je 148 INR. Vy jste řikali, že byste si vzali čtvrt kila. Zkuste si načrtnout vlastní tabulku pro násobení a vypočítat cenu kardamomu za čtvrt kila. Porovnáme pak vaši tabulku s tou mojí.“

Hmotnost	Cena
10 g	148 INR
$\frac{1}{4}$ kg = 250 g	? INR

Už jsme věděli, že jednotkovou cenu musíme vynásobit 25, abychom získali cenu za 250 g.

Celková hmotnost:	10 g · 25 = 250 g
Celková cena:	148 INR · 25 = ? INR

Načrtli jsme si tabulku o 3 sloupcích a 2 řádcích pro násobení čísel $148 \cdot 25$. Tabulku jsme vyplnili stejným způsobem, jako to dělal prodejce u výpočtu ceny za kari kofení, a vyšla nám výsledná cena 3 700 INR.

0	2	0	16
0	0	2	10
0	8	4	0
1	4	8	0

0 2 0 16

1 4 8 0

2 10 0 0

5 0 0 0

2 6 0 0

3 700

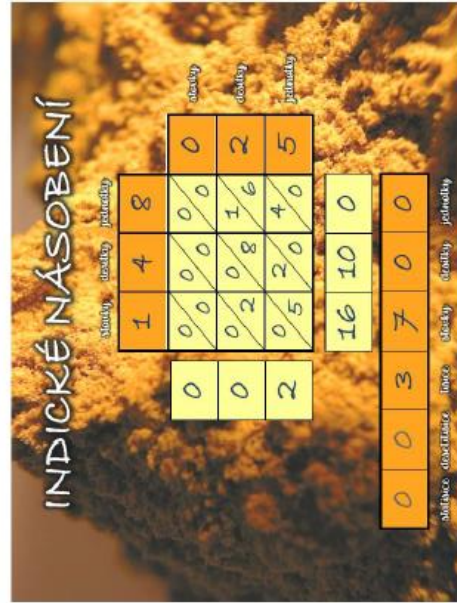
Prodejce počítal ve své tabulce pro trojčiferná čísla se stejným výsledkem. „Já jsem musel akorát u čísla 25 dosadit do řádu stovek číslo 0. Ale princip počítání zůstává stále stejný. Čtvrt kila kar-damomu stojí tedy 3 700 rupií.“

Zajímavost k zamýšlení

Kurz indické rupie a české koruny je:

$1\text{ INR} = 0,27\text{ Kč}$

Kolik by cestovatelé v Indii zaplatili za jejich balíčky koření kari a kardamomu v přepočtu na české koruny?



Příklady k procvičení

K procvičení indického násobení můžeš využít přiložených násobících tabulek, nebo můžeš tvořit vlastní tabulky. Od násobení čtyřciferných čísel výše už musíš tvořit pouze vlastní tabulky.

- Příklady pro násobení dvojciferných a jednociferných čísel bez přechodu v řádech:

$23 \times 3 =$	$99 \times 1 =$
$44 \times 2 =$	$2 \times 43 =$
$2 \times 22 =$	$4 \times 12 =$
$7 \times 11 =$	$3 \times 33 =$
$31 \times 3 =$	$21 \times 4 =$
$10 \times 7 =$	$4 \times 20 =$

23

- Příklady pro násobení dvojciferných a jednocifernými čísel s přechodem v řádech:

$51 \times 5 =$	$7 \times 24 =$
$8 \times 81 =$	$3 \times 47 =$
$19 \times 4 =$	$63 \times 9 =$
$38 \times 2 =$	$95 \times 3 =$
$4 \times 72 =$	$6 \times 36 =$
$6 \times 20 =$	$30 \times 5 =$

- Příklady pro násobení dvojciferných čísel bez přechodu v řádech:

$11 \times 22 =$	$77 \times 11 =$
$14 \times 12 =$	$13 \times 31 =$
$21 \times 34 =$	$43 \times 21 =$
$12 \times 43 =$	$44 \times 22 =$
$32 \times 13 =$	$33 \times 33 =$
$20 \times 30 =$	$40 \times 11 =$

24

➤ Příklady pro násobení dvoiciferných čísel s přechodem v řádech:

$$14 \times 13 = 32 \times 25 =$$

$$21 \times 51 = 84 \times 32 =$$

$$26 \times 13 = 77 \times 22 =$$

$$12 \times 29 = 65 \times 45 =$$

$$71 \times 41 = 48 \times 36 =$$

$$80 \times 70 = 87 \times 40 =$$

➤ Příklady pro násobení troiciferných a jednociferných čísel bez přechodu v řádech:

$$123 \times 3 = 444 \times 2 =$$

$$2 \times 144 = 4 \times 112 =$$

$$211 \times 4 = 3 \times 133 =$$

$$342 \times 2 = 232 \times 2 =$$

$$1 \times 759 = 9 \times 111 =$$

$$609 \times 0 = 200 \times 4 =$$

25

➤ Příklady pro násobení troiciferných a jednociferných čísel s přechodem v řádech:

$$5 \times 521 = 526 \times 2 =$$

$$943 \times 2 = 436 \times 6 =$$

$$3 \times 813 = 4 \times 358 =$$

$$171 \times 7 = 2 \times 999 =$$

$$7 \times 217 = 434 \times 4 =$$

$$5 \times 130 = 204 \times 5 =$$

➤ Příklady pro násobení troiciferných a dvoiciferných čísel:

$$13 \times 313 = 546 \times 42 =$$

$$181 \times 19 = 674 \times 24 =$$

$$121 \times 98 = 22 \times 454 =$$

$$45 \times 123 = 35 \times 214 =$$

$$51 \times 248 = 987 \times 65 =$$

$$12 \times 601 = 580 \times 67 =$$

26

➤ Příklady pro násobení trojčíferných čísel:

$$141 \times 414 = 462 \times 668 =$$

$$122 \times 423 = 782 \times 913 =$$

$$513 \times 613 = 234 \times 825 =$$

$$451 \times 561 = 222 \times 777 =$$

$$655 \times 517 = 346 \times 729 =$$

$$604 \times 302 = 213 \times 800 =$$

$$6\,103 \times 301 = 4\,009 \times 712 =$$

$$2\,054 \times 800 = 7\,070 \times 642 =$$

$$3\,522 \times 1\,234 = 6\,006 \times 4\,952 =$$

$$9\,113 \times 5\,060 = 8\,112 \times 3\,774 =$$

$$21\,540 \times 603 = 10\,102 \times 960 =$$

$$409\,147 \times 11 = 205\,009 \times 53 =$$

➤ Příklady pro násobení vícečíferných čísel:

$$1\,560 \times 5 = 2\,505 \times 3 =$$

$$4\,985 \times 6 = 7\,949 \times 4 =$$

$$61\,616 \times 6 = 44\,444 \times 8 =$$

$$465\,887 \times 3 = 365\,897 \times 2 =$$

$$5\,102 \times 23 = 1\,542 \times 59 =$$

$$8\,004 \times 61 = 3\,048 \times 88 =$$

$$50\,024 \times 51 = 10\,582 \times 30 =$$

NAPIEROWY TYCINKY

[illegible]

John Napier byl skotský matematik, fyzik a astronom. V rámci své práce musel mnohdy násobit velká čísla. Aby eliminoval co nejvíce chyb z nepozornosti, vytvořil si pomocné násobící tyčinky, po něm nazvané Napierovy. Při tvorbě těchto tyčinek se nechal inspirovat indickým násobením.

Původní tyčinky navrhované Napierem byli proužky z upravené a rozřezané tabulky malé násobilky. Místo proužků se uchytili dřevěné tyčinky čtvercového průřezu – proto Napierovy tyčinky.

Naše tyčinky jsou magnetickou verzí původních proužků. Kladou se na magnetickou tabulku, aby drželi na jednom místě, a do tabulky je možné zapisovat také mezivýpočty násobení.



Dokážeš přijít na to, jak Napier pomoci těchto tyčinek násobil?

- 11) Pokus se přijít na princip násobení pomocí Napierových tyčinek na příkladu:

36.3

- Výsledek si ověř pomocí jiného typu násobení.
- Pokud si nevíš rady, vypočítej příklad nejprve pomocí indického násobení.

- 2) Pokud se ti podařilo vyřešit první úlohu, jak bys hledal násobek čísel:

36 · 35

Princip práce s Napierovými tyčinkami

Jednotlivé tyčinky obsahují násobky malé násobilky (od 0 do 9).
Násobky jsou po způsobu indického násobení rozděleny na řady desítek a jednotek.

1×3	3	0	3
2×3	6	0	6
3×3	9	0	9
4×3	12	1	2
5×3	15	1	5
6×3	18	1	8
7×3	21	2	1
8×3	24	2	4
9×3	27	2	7

Jak se pracuje s Napierovými tyčinkami si ukážeme na zadáných příkladech $36 \cdot 3$ a $36 \cdot 35$.

Násobení víceciferného čísla číslem jednociferným:

Zadáni:

$$36 \cdot 3$$

- 1) Pro reprezentaci čísla 36 vybereme tyčinky s násobky čísel 3 a 6 a v tomto pořadí je seřadíme za sebou

3	6
0	3
0	6
0	9
1	2
1	5
1	8
2	1
2	4
2	7

- 2) Trojnásobek čísla 36 nalezneme na 4. řádku, tj. na řádku trojnásobků čísel 3 a 6. Výsledek z tohoto řádku je nutné upravit tak, jak jsme upravovali mezivýsledky u indického násobení, – sečteme číslice v pruzích, které představují jednotlivé řády.

3	6
0	3
0	6
0	9
1	2
1	8
2	4
2	1
2	4
2	7

0	9
1	8

1 0 8

0 9 1 8
1 0 8

Násobení víceciferného čísla číslem víceciferným:

Zadáni: $36 \cdot 35$

- 1) Násobení víceciferných čísel využívá distributivního zákona. Číslo 35 rozložíme na součet $30 + 5$ a ten roznásobíme číslem 36.

$$36 \cdot 35 = 36 \cdot (30 + 5) = 36 \cdot 30 + 36 \cdot 5$$

- 2) Nejprve vynásobíme $36 \cdot 30$. Číslo 30 můžeme rozložit na součin $3 \cdot 10$. Číslo 36 vynásobíme nejprve třemi a potom až 10.

$$36 \cdot 30 = (36 \cdot 3) \cdot 10$$

3	6		
0	3	0	6
0	6	1	2
0	9	1	8
2	4		
1	5	3	0
1	8	3	6
2	1	4	2
2	4	4	8
2	7	5	4

0918

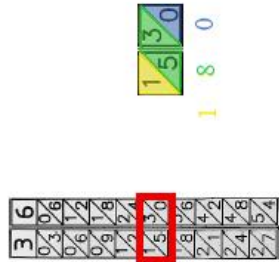
108

0 9 1 8

1 0 8

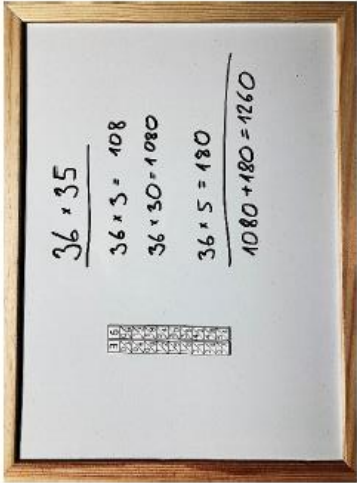
$$(36 \cdot 3) \cdot 10 = 108 \cdot 10 = 1\,080$$

3) Poté vynásobíme číslo 36 pěti.



$36 \cdot 5 = 180$

4) Jednotlivé násobky sečteme, čímž získáme výsledný součin.



$36 \cdot 30 + 36 \cdot 5 = 1\,080 + 180 = 1\,260$

Slovníček pojmů

Cifra = číslice

- v desítkové soustavě máme 10 cifer/ číslic
0 1 2 3 4 5 6 7 8 9
- z cifer se skládají čísla:

Jednociferné číslo = číslo, které má pouze jednu cifru

5 ; 7 ; 9

Dvouciferné číslo = číslo, které obsahuje dvě cifry

12 ; 55 ; 91

Třiciferné číslo = číslo, které obsahuje tři cifry

123 ; 654 ; 888

Víceciferné číslo = číslo, které obsahuje více než jednu cifru

10 ; 3 030 ; 9 999 999 999

Činitel = čísla, která mezi sebou násobíme, nazýváme činitele

$\text{činitel} \times \text{činitel} = \text{součin}$

Číselný řád = pozici cifry v rámci čísla určuje číselný řád

2	6	0	2,	3	4
tisíce	stovky	desítky	jednotky	desetiny	setiny

Diagonální = úhlopříčný

Distributivní zákon: $A \cdot (B + C) = A \cdot B + A \cdot C$

Kurz měny = cena jedné měny je vyjádřena v jednotkách jiné měny

$$1 \text{ €} = 24 \text{ Kč}$$

Násobení = operace založená na opakovaném sčítání

$$6 + 6 + 6 = 6 \cdot 3$$

Přechod přes řád = dojde k přesunu části výpočtu do vyššího řádu

- v desítkové soustavě také říkáme „přechod přes desítku“
- čísla 6 a 5 jsou jednociferná + cifry náleží do řádu jednotek

$$6 \times 5 = 30$$

→ v řádu jednotek zůstala číslice 0 a číslice 3 přešla do vyššího řádu desítek

Součet = výsledek sčítání dvou a více sčítanců

$$5 + 5 = 10$$

Součin = výsledek násobení dvou a více činitelů

Zdroje

Tato didaktická pomůcka (i s návodem) byla vytvořena v rámci níže uvedeně diplomové práce. Veškeré informace a zdroje, které vedly k vytvoření zápisového lístu a příslušnému návodu, jsou uvedeny právě v této práci:

BOUDOVÁ, Anna. *Analýza metod násobení a jejích aplikace do didaktických pomůcek*. České Budějovice, 2023. Diplomová práce. Jihočeská univerzita v Českých Budějovicích. Vedoucí práce doc. RNDr. Vladimíra Petrášková, Ph.D.

Vypůjčeným volně dostupným grafickým zdrojem v tomto návodu je několiknásobně použitý obrázek *sáčku* na str. 12:

Taška Pytel Juta Hnědá Zboží. In: Pixabay [online]. Německo, 2010 [cit. 2023-03-24]. Dostupné z: <https://pixabay.com/cs/vectors/ta%5c%a1ka-pytel-juta-hn%4c%9bd%ec3%a1-zbo%5c%be%ec3%ad-156120/>

Grafická stránka zápisového lístu je vytvořena na základě volně dostupných zdrojů:

Kari Prášek Kari Jidlo Koření. In: Pixabay [online]. Německo, 2010 [cit. 2023-03-24]. Dostupné z: <https://pixabay.com/cs/photos/kari-pr%5c%a1%5c%a1ek-kari-j%5c%ad%5c%99en%5c%ad-13282/>

Poznámky

Klíč k příkladům

- Příklady pro násobení dvojciferných a jednociferných čísel
bez přechodu v řádech:

$23 \times 3 = 69$	$99 \times 1 = 99$
$44 \times 2 = 88$	$2 \times 43 = 86$
$2 \times 22 = 44$	$4 \times 12 = 48$
$7 \times 11 = 77$	$3 \times 33 = 99$
$31 \times 3 = 93$	$21 \times 4 = 84$
$10 \times 7 = 70$	$4 \times 20 = 80$

- Příklady pro násobení dvojciferných a jednocifernými čísel
s přechodem v řádech:

$51 \times 5 = 255$	$7 \times 24 = 168$
$8 \times 81 = 648$	$3 \times 47 = 141$
$19 \times 4 = 76$	$63 \times 9 = 567$
$38 \times 2 = 76$	$95 \times 3 = 285$
$4 \times 72 = 288$	$6 \times 36 = 216$
$6 \times 20 = 120$	$30 \times 5 = 150$

- Příklady pro násobení dvojciferných čísel bez přechodu v řádech:

$11 \times 22 = 242$	$77 \times 11 = 847$
$14 \times 12 = 168$	$13 \times 31 = 403$

- $21 \times 34 = 714$
 $12 \times 43 = 516$
 $32 \times 13 = 416$
 $20 \times 30 = 600$
- $43 \times 21 = 903$
 $44 \times 22 = 968$
 $33 \times 33 = 1\,089$
 $40 \times 11 = 440$
- Příklady pro násobení dvojciferných čísel s přechodem v řádech:
- $14 \times 13 = 182$
 $21 \times 51 = 1\,071$
 $26 \times 13 = 338$
 $12 \times 29 = 348$
 $71 \times 41 = 2\,911$
 $80 \times 70 = 5\,600$
- $32 \times 25 = 800$
 $84 \times 32 = 2\,688$
 $77 \times 22 = 1\,694$
 $65 \times 45 = 2\,925$
 $48 \times 36 = 1\,728$
 $87 \times 40 = 3\,480$
- Příklady pro násobení trojiciferných a jednociferných čísel bez přechodu v řádech:
- $123 \times 3 = 369$
 $2 \times 144 = 288$
 $211 \times 4 = 844$
 $342 \times 2 = 684$
 $1 \times 759 = 759$
 $609 \times 0 = 0$
- $444 \times 2 = 888$
 $4 \times 112 = 448$
 $3 \times 133 = 399$
 $232 \times 2 = 464$
 $9 \times 111 = 999$
 $200 \times 4 = 2\,000$
- Příklady pro násobení trojiciferných a jednociferných čísel s přechodem v řádech:
- $5 \times 521 = 2\,605$
 $943 \times 2 = 1\,886$
 $3 \times 813 = 2\,439$
 $171 \times 7 = 1\,197$
 $7 \times 217 = 1\,519$
 $5 \times 130 = 650$
- $526 \times 2 = 1\,052$
 $436 \times 6 = 2\,616$
 $4 \times 358 = 1\,432$
 $2 \times 999 = 1\,998$
 $434 \times 4 = 1\,736$
 $204 \times 5 = 1\,020$
- Příklady pro násobení trojiciferných a dvojciferných čísel:
- $13 \times 313 = 4\,069$
 $181 \times 19 = 3\,439$
 $121 \times 98 = 11\,858$
 $45 \times 123 = 5\,535$
 $51 \times 248 = 12\,648$
 $12 \times 601 = 7\,212$
- $546 \times 42 = 22\,932$
 $674 \times 24 = 16\,176$
 $22 \times 454 = 9\,988$
 $35 \times 214 = 7\,490$
 $987 \times 65 = 64\,155$
 $580 \times 67 = 38\,860$
- Příklady pro násobení trojiciferných čísel:
- $141 \times 414 = 58\,374$
 $122 \times 423 = 51\,606$
 $513 \times 613 = 314\,469$
 $451 \times 561 = 253\,011$
- $462 \times 668 = 308\,616$
 $782 \times 913 = 713\,966$
 $234 \times 825 = 193\,050$
 $222 \times 777 = 172\,494$

$$655 \times 517 = 338\,635$$

$$604 \times 302 = 182\,408$$

$$346 \times 729 = 252\,234$$

$$213 \times 800 = 170\,826$$

➤ Příklady pro násobení vícetřídních čísel:

$$1\,560 \times 5 = 7\,800$$

$$4\,985 \times 6 = 29\,910$$

$$61\,616 \times 6 = 369\,696$$

$$465\,887 \times 3 = 1\,397\,661$$

$$5\,102 \times 23 = 117\,346$$

$$8\,004 \times 61 = 488\,244$$

$$50\,024 \times 51 = 2\,551\,224$$

$$6\,103 \times 301 = 1\,837\,003$$

$$2\,054 \times 800 = 1\,643\,200$$

$$3\,522 \times 1\,234 = 4\,346\,148$$

$$9\,113 \times 5\,060 = 46\,111\,780$$

$$21\,540 \times 603 = 12\,988\,620$$

$$409\,147 \times 11 = 4\,500\,617$$

$$2\,505 \times 3 = 7\,515$$

$$7\,949 \times 4 = 31\,796$$

$$44\,444 \times 8 = 355\,552$$

$$365\,897 \times 2 = 731\,794$$

$$1\,542 \times 59 = 90\,978$$

$$3\,048 \times 88 = 268\,224$$

$$10\,582 \times 30 = 317\,460$$

$$4\,009 \times 712 = 2\,854\,408$$

$$7\,070 \times 642 = 4\,538\,940$$

$$6\,006 \times 4\,952 = 29\,741\,712$$

$$8\,112 \times 3\,774 = 30\,614\,688$$

$$10\,102 \times 960 = 9\,697\,920$$

$$205\,009 \times 53 = 10\,865\,477$$

Návod v uvedeném formátu:



Návod ve formátu pro tisk „knížečky“:

