



Pedagogická
fakulta
Faculty
of Education

Jihočeská univerzita
v Českých Budějovicích
University of South Bohemia
in České Budějovice

Jihočeská univerzita v Českých Budějovicích
Pedagogická fakulta
Katedra matematiky

Bakalářská práce

Sbírka příkladů ze statistiky pro SŠ

Vypracoval: Michaela Mrázová
Vedoucí práce: doc. RNDr. Vladimíra Petrášková, Ph. D.

České Budějovice 2022

Prohlášení

Prohlašuji, že svoji bakalářskou práci na téma Sbíрка příkladů ze statistiky pro SŠ jsem vypracoval(a) samostatně pouze s použitím pramenů a literatury uvedených v seznamu citované literatury.

Prohlašuji, že v souladu s § 47b zákona č. 111/1998 Sb. v platném znění souhlasím se zveřejněním své bakalářské práce, a to v nezkrácené podobě, elektronickou cestou ve veřejně přístupné části databáze STAG provozované Jihočeskou univerzitou v Českých Budějovicích na jejích internetových stránkách, a to se zachováním mého autorského práva k odevzdanému textu této kvalifikační práce. Souhlasím dále s tím, aby toutéž elektronickou cestou byly v souladu s uvedeným ustanovením zákona č. 111/1998 Sb. zveřejněny posudky školitele a oponentů práce i záznam o průběhu a výsledku obhajoby kvalifikační práce. Rovněž souhlasím s porovnáním textu mé kvalifikační práce s databází kvalifikačních prací Theses.cz provozovanou Národním registrem vysokoškolských kvalifikačních prací a systémem na odhalování plagiátů.

V Českých Budějovicích

.....

Michaela Mrázová

Poděkování

Tímto bych ráda poděkovala vedoucí mé bakalářské práce, doc. RNDr. Vladimíře Petráškové, Ph. D., za cenné připomínky a rady, trpělivost, vstřícný a odborný přístup a čas strávený nad touto prací.

Poděkování patří i mé rodině, která mě podporovala po celou dobu mých studií.

Anotace

Tato bakalářská práce je zaměřena na příklady ze statistiky pro studenty středních škol. Práce obsahuje jednak sbírku příkladů s postupy řešení, ale i teoretickou část, kde jsou vysvětleny všechny základní pojmy a jednotlivé charakteristiky. Sbíрка obsahuje jak typické příklady ze statistiky, které se nachází v učebnicích, tak příklady založené na reálných datech poskytovaných různými institucemi.

Klíčová slova: statistika, sbírka příkladů ze statistiky, charakteristika polohy, charakteristika variability

Annotation

This bachelor thesis is focused on examples from statistics for secondary school's students. The thesis contains a set of examples with solutions and also a theoretical part, where all the concepts and characteristics are explained. The set contains typical examples from statistics found in textbooks and also examples based on real data provided by various institutions.

Keywords: statistics, set of examples from statistics, characteristics of position, characteristics of variability

Obsah

1. Úvod.....	7
2. Cíle a metodika práce	8
3. Teoretická část	11
3.1 Statistický soubor, statistická jednotka, statistický znak.....	11
3.2 Četnost.....	12
3.3 Třídění dat do intervalů	12
3.4 Grafické vyjádření četností.....	13
3.5 Aritmetický průměr	14
3.6 Vážený aritmetický průměr	14
3.7 Modus	15
3.8 Medián.....	15
3.9 Geometrická průměr	16
3.10 Harmonický průměr	17
3.11 Kvantily	18
3.12 Rozptyl, směrodatná odchylka.....	19
3.13 Mezikvartilová odchylka	20
4. Praktická část	21
4.1 Statistický soubor, statistická jednotka, statistický znak.....	21
4.2 Četnost.....	23
4.3 Třídění dat do intervalů	27
4.4 Grafické vyjádření četností.....	31
4.5 Aritmetický průměr	41
4.6 Vážený aritmetický průměr	44
4.7 Modus	47
4.8 Medián.....	49

4.9	Geometrický průměr.....	53
4.10	Harmonický průměr.....	57
4.11	Kvantily	59
4.12	Rozptyl, směrodatná odchylka.....	66
4.13	Mezikvartilová odchylka	72
5.	Závěr	75
	Literatura a zdroje	76
	Seznam obrázků	80
	Seznam tabulek	80
	Přílohy	83

1. Úvod

Tématem této bakalářské práce je Sbírka příkladů ze statistiky pro střední školy. Vybrala jsem si jej z důvodu, že mým druhým studijním oborem je geografie, ve které je statistika také hojně využívána, a je to téma, které se prolíná oběma mými studijními obory (druhým oborem je matematika).

Bakalářská práce je rozdělena do několika kapitol. V kapitole Cíle a metodika práce jsou stručně shrnuty cíle práce a nastíněno, jakým způsobem byla tato bakalářská práce vytvořena, co předcházelo výběru témat a tvorbě příkladů. V teoretické části jsou vybrané pojmy definovány, vysvětleny, je zde uvedeno, jak se charakteristiky označují, popřípadě, jaké vzorce se používají k jejich výpočtu. Praktická část poté obsahuje samotnou sbírku příkladů na vybraná témata.

2. Cíle a metodika práce

Cílem této bakalářské práce bylo vytvořit ucelenou sbírku příkladů ze statistiky pro střední školy, která obsahuje jednak typické příklady, které uvádí učebnice ze statistiky, ale i příklady, které pracují s reálnými daty poskytovanými institucemi jako je například Český statistický úřad.

Hlavním východiskem pro zvolení témat ze statistiky, kterým se v této práci budeme věnovat, byly Rámcové vzdělávací programy pro gymnázia z roku 2017. Statistika je zde uvedena pod okruhem práce s daty. Podle tohoto dokumentu má žák umět kriticky zhodnotit a diskutovat nad statistickými informacemi, používat vhodné statistické metody k analýze a zpracování dat i za použití výpočetní techniky a má umět graficky reprezentovat soubory dat, číst a interpretovat tabulky, diagramy a grafy a rozlišovat rozdíly v zobrazení obdobných souborů vzhledem k jejich odlišným charakteristikám (NUV, 2022, s. 24). Jako učivo, které by se mělo vyučovat, je zde dále uvedena například analýza dat a zpracování dat v různých reprezentacích a statistický soubor a jeho charakteristiky jako vážený aritmetický průměr, medián, modus, percentil, kvartil, směrodatná odchylka nebo mezikvartilová odchylka (NUV, 2022, s. 24).

Pro konkrétnější zjištění, co se opravdu na středních školách ze statistiky vyučuje, a pro větší využitelnost této sbírky, byl vytvořen dotazník pro učitele středních škol, který měl za úkol zjistit, kterým tématům ze statistiky se učitelé ve svých hodinách věnují. Celkem bylo dotázáno 22 učitelů z různých středních škol, kteří se zúčastnili konference Užití počítačů ve výuce matematiky, která probíhala od 11. do 13. listopadu 2021 na půdě Katedry matematiky Pedagogické fakulty Jihočeské univerzity v Českých Budějovicích.

Dotazník obsahoval čtyři otázky. První z nich byla zaměřena na pohlaví dotazovaného. Druhá otázka se týkala toho, na jaké střední škole dotazovaný vyučuje (gymnázium, konzervatoř, obchodní akademie, střední odborné učiliště, střední pedagogická škola, střední průmyslová škola, střední zdravotnická škola, střední zemědělská škola nebo jiná střední škola). Třetí otázka se zabývala tím, v jakém ročníku dotazovaný statistiku vyučuje, jestli v 1. ročníku, 2. ročníku, 3. ročníku, 4. ročníku nebo jestli statistiku na střední škole vůbec nevyučuje. Čtvrtá otázka

se už konkrétně týkala témat ze statistiky, tedy jaká témata dotazující ve svých hodinách vyučují. Konkrétní témata, ostatně s celým dotazníkem, jsou uvedeny v příloze této bakalářské práce.

Z počtu 22 zúčastněných bylo celkově 14 žen a 8 mužů, z nichž více jak polovina, konkrétně 12, vyučovala na gymnáziu, dalších 7 učitelů bylo ze středních průmyslových škol, jeden ze středního odborného učiliště a 2 učitelé uvedli jinou střední školu. V jednom případě bylo uvedeno, že statistiku daný učitel na střední škole nevyučuje vůbec. Celkem 11 učitelů uvedlo, že se statistikou zabývají ve 4. ročníku a dalších 11 učitelů uvedlo, že statistiku vyučují ve 3. ročníku. Z podrobnější zkoumání vyplynulo, že učitelé z gymnázií ve většině případů statistiku vyučují ve čtvrtém ročníku a učitelé ze středních průmyslových škol zase ve třetím ročníku.

Na středních školách se ve většině případů vyučují základní pojmy jako statistický soubor, statistická jednotka a statistický znak. U znaků se rozlišují znaky kvantitativní a kvalitativní. Alternativní znaky, jako speciální případy kvalitativních znaků, jsou zmiňovány jen málokdy. V souvislosti s četností se hovoří jak o absolutních četnostech, tak i o relativních četnostech a jejich grafickém znázornění, ke kterému se nejčastěji využívá histogram, jen velmi výjimečně je zmiňována kumulativní četnost. Polovina učitelů se pak dále zmiňuje i o rozdělení dat do intervalů.

Dále bylo zjištěno, že stěžejními tématy statistiky na středních školách jsou charakteristiky polohy. Naprostá většina dotázaných učitelů vyučuje aritmetický průměr, vážený aritmetický průměr, medián i modus. Méně už je poté vyučován geometrický průměr a harmonický průměr. Co už tak často vyučováno není, jsou kvartily, percentily nebo decily, obecně kvantily.

Z charakteristik variability se ve většině případů učitelé zmiňují o rozptylu a směrodatné odchylce. Přibližně třetina učitelů poté ještě vyučuje i absolutní odchylku, variační rozpětí, variační koeficient nebo mezikvartilovou odchylku. Tématem, které se na střední škole vyučuje jen velmi výjimečně, je korelační analýza.

Na základě RVP a dotazníku byla pro tuto sbírku vybrána tato témata: statistický soubor, statistická jednotka, statistický znak (kvantitativní znak, kvalitativní znak), četnost, třídění dat do intervalů, grafické vyjádření četností (histogram, polygon),

aritmetický průměr, vážený aritmetický průměr, modus, medián, geometrický průměr, harmonický průměr, kvantily (kvartily, percentily), rozptyl, směrodatná odchylka a mezikvartilová odchylka.

U složitějších výpočtů a u příkladu, které jsou obsáhlejší, co se dat týče, je vhodné znát funkce programu Microsoft Excel, které mohou v těchto případech pomoci a usnadnit práci. V teoretické části je u každé charakteristiky polohy či variability uvedena funkce, pomocí které Microsoft Excel danou charakteristiku vypočte.

3. Teoretická část

Statistika je věda, která zkoumá společenské, přírodní, technické a jiné jevy, a je to věda o metodách sběru, zpracování a vyhodnocování získaných dat na dostatečně rozsáhlém souboru případů, jejímž cílem je získaná data zpracovat a výsledky vhodným způsobem interpretovat pro případný další rozbor (Calda, Dupač 1993; Horenský a kol. 2015).

V této teoretické části byly všechny definice a informace o statistických pojmech čerpány z učebnic Matematika pro gymnázia, Kombinatorika, pravděpodobnost a statistika (Calda, Dupač 1993) a Matematika pro střední školy 8. díl: Kombinatorika, pravděpodobnost, statistika – Učebnice (Horenský a kol. 2015).

3.1 Statistický soubor, statistická jednotka, statistický znak

Statistický soubor, statistická jednotka a statistický znak patří mezi základní pojmy statistiky. Za statistický soubor je považována množina zkoumaných osob, věcí, událostí, jevů aj. shromážděných na základě určité společné vlastnosti. Jednotlivé prvky tohoto souboru se poté nazývají statistickými jednotkami. Počet všech prvků neboli jednotek statistického souboru se nazývá rozsah souboru a značí se malým písmenem n .

Statistické jednotky se vyšetřují na základě nějaké vlastnosti, které se říká statistický znak. Tyto znaky mohou být vyjádřeny číslem, ale i slovním popisem. Pokud se jedná o znak, který lze vyjádřit číselně, je to tzv. kvantitativní znak, pokud se jedná o znak se slovním popisem, jde o tzv. kvalitativní znak. Kvantitativním znakem může být například výška postavy nebo hrubá měsíční mzda. Naopak kvalitativním znakem může být národnost nebo povolání.

Jednotlivé kvantitativní znaky dále nabývají určitých hodnot, které musí být stanoveny tak, aby byly navzájem neslučitelné a jedna z nich vždy musí nastat. Tyto hodnoty se zpravidla označují x_i .

Zvláštním případem kvalitativních znaků jsou takové znaky, které nabývají pouze dvou variant, tyto znaky se nazývají alternativní znaky a může jimi být například pohlaví (muž/žena) nebo výsledek zkoušky (prospěl/neprospěl).

3.2 Četnost

Velmi často se stává, že počet různých hodnot sledovaného znaku je menší než počet jednotek statistického souboru. A to z důvodu, že několik různých statistických jednotek téhož souboru může nabývat stejné hodnoty znaku. Pro každou možnou hodnotu lze zjistit, kolikrát se v souboru vyskytla. Tento počet se nazývá absolutní četnost, někdy zkráceně pouze četnost.

Dále se v praxi také využívá tzv. relativní četnost, která udává, jaká část souboru má hodnotu znaku x_i . Tato četnost se vyjadřuje v procentech nebo pomocí zlomků a desetinných čísel. Relativní četnost se označuje p_i a určuje se jako podíl absolutní četnosti znaku (n_i) a rozsahu souboru (n) $p_i = \frac{n_i}{n}$. Toto číslo bude z intervalu $<0; 1>$, je-li potřeba mít číslo vyjádřeno v procentech, stačí ho vynásobit číslem 100. Co se týče součtu relativních četností, ten se rovná 1, tzn. $\sum_{i=1}^k p_i = 1$, popřípadě 100 %, pokud je relativní četnost vyjádřena v procentech.

3.3 Třídění dat do intervalů

Velmi často se stává, že hodnoty znaků jsou velmi variabilní, je jich mnoho nebo se mění po velmi malých krocích. V těchto případech je vhodné si vytvořit intervaly, kterým se také jinak říká třídy. Při tvorbě těchto intervalů je potřeba dodržet několik pravidla: každá hodnota znaku musí náležet právě do jednoho intervalu a každý interval musí mít svou dolní a horní hranici.

Počet intervalů k lze určit několika způsoby. Mezi ty nejčastější patří například pravidlo odmocniny nebo Sturgesovo pravidlo. Pro výpočet počtu intervalů k za pomoci pravidla odmocniny platí

$$k = \sqrt{n}. \quad (1)$$

Toto pravidlo se využívá při menším rozsahu souboru. Pravidlo, které se naopak využívá při větším rozsahu souboru je právě Sturgesovo pravidlo, pro které platí

$$k = 1 + 3,3 \cdot \log n. \quad (2)$$

U obou pravidel se jako počet intervalů bere následující přirozené číslo.

Intervaly se volí tak, aby měly stejnou délku a při další manipulaci s nimi je zastupují jejich středy. Délka intervalu se určuje z rozdílu mezi maximální a minimální hodnotou znaku, kterému se také říká variační rozpětí, a který se následně vydělí počtem intervalů:

$$\frac{x_{max} - x_{min}}{k}. \quad (3)$$

3.4 Grafické vyjádření četností

Pro lepší představu a pro jednodušší předání informací se často četnosti interpretují za pomoci grafů a diagramů. Nejčastěji používanými jsou spojnicové diagramy (polygony četností) a histogramy četností. Je možné zobrazovat jak absolutní četnosti, tak i četnosti relativní.

Polygonem četností je lomená čára, kterou lze získat spojením bodů, jejichž první souřadnice je hodnota znaku x_i a druhá souřadnice je odpovídající četnost n_i , jsou to tedy body o souřadnicích $[x_i, n_i]$.

Histogram je grafem velmi podobným, hodnoty ale nezastupují body, nýbrž sloupce. Velmi často se používá pro grafické znázornění spojitých znaků, jejichž hodnoty jsou sdruženy do intervalů. Tyto intervaly mohou v histogramech zastupovat pouze jejich středy, intervaly nemusí být uvedeny v plném znění. Na vodorovné ose x budou

znázorněny intervaly nebo středy intervalů a na svislé ose y absolutní nebo relativní četnosti.

3.5 Aritmetický průměr

Aritmetický průměr je nejčastěji používanou charakteristikou polohy znaku, je to číslo, kolem kterého jsou hodnoty rozloženy. Aritmetický průměr udává, jaká stejná část ze součtu všech hodnot znaku připadá na jeden prvek souboru.

Značí se písmenem $\bar{x}$ („x s pruhem“) a je dán vzorcem

$$\bar{x} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n x_i = \frac{x_1 + x_2 + \dots + x_n}{n}, \quad (4)$$

tedy jako součet zjištěných hodnot znaku všech jednotek vydělený počtem všech jednotek. Využívá se v případech, kdy všechny hodnoty mají stejnou důležitost a mezi hodnotami se nevyskytují žádné extrémní hodnoty.

Microsoft Excel

Vzorce – Vložit funkci – Vybrat kategorii: Statistické – Vybrat funkci: **AVERAGEA** (výběr pole, ve kterém jsou hodnoty proměnné zadány)

3.6 Vážený aritmetický průměr

Pokud hodnoty daného souboru mají různou důležitost využívá se pro zjištění průměru vážený aritmetický průměr. V tomto případě je potřeba znát nejen samotné hodnoty, ale i jejich váhu.

Označení pro vážený aritmetický průměr může být stejné jako pro aritmetický průměr $\bar{x}$, popřípadě se může uvádět i indexem v ($\bar{x}_v$) a platí pro něj

$$\bar{x}_v = \frac{\sum_{i=1}^n w_i \cdot x_i}{\sum_{i=1}^n w_i}, \quad (5)$$

kde w_i zastupuje váhu hodnoty x_i .

Microsoft Excel

Vzorce – Vložit funkci – Vybrat kategorii: Mat. a trig. – Vybrat funkci: **SOUČIN.SKALÁRNÍ** (výběr pole hodnot a vah) a **SUMA** (výběr pole vah), následný podíl mezi skalárním součinem (v čitateli) a sumou (ve jmenovateli)

3.7 Modus

Za modus je považována hodnota znaku, která se v souboru vyskytuje nejčastěji, má v souboru největší četnost. Nejčastěji se pro něj používá označení $Mod(x)$ nebo $\hat{x}$.

Výhodou této charakteristiky polohy je, že lze určovat i u nečíselných dat. V souboru nemusí být také modus určen jednoznačně, může se stát, že soubor bude mít i dva a více modů zároveň, tedy že nejvyšší četnost bude mít více hodnot znaku x .

Microsoft Excel

Vzorce – Vložit funkci – Vybrat kategorii: Statistické – Vybrat funkci: **MODE.SNGL** (výběr pole, ve kterém jsou hodnoty proměnné zadány)

3.8 Medián

Medián zastupuje prostřední hodnotu znaku v souboru, v němž jsou hodnoty vzestupně uspořádány podle velikosti, platí $x_{(1)} \leq x_{(2)} \leq \dots \leq x_{(n)}$. Pro medián existuje označení $Med(x)$ nebo $\tilde{x}$. Medián je vhodné používat u souborů s extrémními hodnotami, které vybočují z řady.

V tomto případě je potřeba odlišit, zda má soubor sudý nebo lichý počet prvků. Pokud má soubor lichý počet prvků je mediánem prostřední hodnota $Med(x) = x_{(\frac{n+1}{2})}$, pokud má soubor sudý počet prvků, je mediánem aritmetický průměr prostředních dvou hodnot $Med(x) = \frac{1}{2} \left(x_{(\frac{n}{2})} + x_{(\frac{n}{2}+1)} \right)$.

Dále lze také medián pojmovou jako číslo, které dělí soubor na dvě poloviny, což znamená že 50 % hodnot je menších nebo rovno mediánu a 50 % hodnot je větších nebo rovno mediánu. Medián se tak řadí mezi kvantily, o kterých bude pojednáno v kapitole 3.11.

Microsoft Excel

Vzorce – Vložit funkci – Vybrat kategorii: Statistické – Vybrat funkci: **MEDIAN**
(výběr pole, ve kterém jsou hodnoty proměnné zadány)

3.9 Geometrická průměr

Geometrický průměr se využívá k výpočtu průměrného tempa růstu či průměrného tempa poklesu například v ekonomice nebo průmyslové výrobě, kde se jsou data uspořádána v časových řadách a vykazují určitý trend.

Značí se jako průměr s indexem G, tj. $\bar{x}_G$, a platí pro něj vzorec

$$\bar{x}_G = \sqrt[n]{x_1 \cdot x_2 \cdot \dots \cdot x_n}, \quad (6)$$

je definován jako n-tá odmocnina ze součinu hodnot. Výpočet se v tomto případě provádí pouze z kladných čísel. Velmi často se výsledky tohoto průměru udávají v procentech.

Microsoft Excel

Vzorci – Vložit funkci – Vybrat kategorii: Statistické – Vybrat funkci:
GEOMEAN (výběr pole, ve kterém jsou hodnoty proměnné zadány)

3.10 Harmonický průměr

Tento průměr se využívá v případech výpočtů průměrného času nebo průměrné rychlosti u dějů, které netrvají stejně dlouhou dobu. Velmi častým příkladem využití harmonického průměru jsou úlohy o společné práci.

Harmonický průměr se označuje jako průměr s indexem H, tj. $\bar{x}_H$, a počítá se podle vzorce

$$\bar{x}_H = \frac{n}{\sum_{i=1}^n \frac{1}{x_i}} = \frac{n}{\frac{1}{x_1} + \frac{1}{x_2} + \dots + \frac{1}{x_n}}, \quad (7)$$

je to podíl rozsahu souboru n a součtu převrácených hodnot, jinými slovy převrácená hodnota aritmetického průměru převrácených hodnot. Stejně jako i geometrického průměru, i zde se výpočty provádí pouze z kladných čísel.

Pro porovnání, každý z uvedených průměrů, aritmetický, geometrický i harmonický, se využívá pro jiný účel, jejich hodnoty se liší a platí pro ně nerovnosti $\bar{x} \geq \bar{x}_G \geq \bar{x}_H$, rovnají se pouze v případě, že jsou všechny hodnoty znaku stejné.

Microsoft Excel

Vzorci – Vložit funkci – Vybrat kategorii: Statistické – Vybrat funkci:
HARMEAN (výběr pole, ve kterém jsou hodnoty proměnné zadány)

3.11 Kvantily

Další z charakteristik polohy jsou kvantily, které se zpravidla označují x_p a jsou to hodnoty, pro které platí, že nejméně $p \cdot 100$ % statistických jednotek uspořádaného souboru má hodnotu tohoto znaku menší nebo rovnu x_p a alespoň $(1 - p) \cdot 100$ % jednotek má hodnotu větší nebo rovnu x_p .

Některé kvantily mají i své vlastní pojmenování. Nejznámějším kvantilem je medián, kterému se věnuje kapitola 3.8.

Dalšími kvantily, které mají své pojmenování jsou kvartily, které rozdělují vzestupně uspořádaný soubor na čtyři stejně četné celky. Jsou dohromady tři, první se nazývá dolní kvartil (x_{25}) a odděluje čtvrtinu dat s nejnižší hodnotou od tří čtvrtin dat s vyšší, popřípadě stejnou, hodnotou, prostředním kvantilem je medián a třetí hodnotou je horní kvartil (x_{75}), který zase naopak od dolního kvartilu odděluje tři čtvrtiny dat s nejnižší hodnotou od čtvrtiny dat s vyšší nebo stejnou hodnotou.

Dalšími známými kvantily jsou percentily, což jsou čísla, která dělí uspořádaný soubor na 100 intervalů, z nichž každý obsahuje 1 % prvků sledované množiny. Celkem existuje 99 percentilů.

Mezi další využívané kvantily patří například decily, která, jak už z názvu vyplývá, dělí soubor na 10 přibližně stejných intervalů.

Microsoft Excel

Vzorce – Vložit funkci – Vybrat kategorii: Statistické – Vybrat funkci: **QUARTIL.EXC** (výběr pole, ve kterém jsou hodnoty proměnné zadány; kvartil, který je požadován)

Vzorce – Vložit funkci – Vybrat kategorii: Statistické – Vybrat funkci: **PERCENTIL.EXC** (výběr pole, ve kterém jsou hodnoty proměnné zadány; percentil, který je požadován)

3.12 Rozptyl, směrodatná odchylka

Mezi nejčastěji využívané charakteristiky variability patří rozptyl a směrodatná odchylka. Samotnou charakteristikou variability se chápe číslo, kolem kterého jednotlivé hodnoty znaku kolísají. Rozptyl a směrodatná odchylka se užívají v případě, když charakteristikou polohy je aritmetický průměr.

Rozptyl je definován jako průměr druhých mocnin odchylek od aritmetického průměru, značí se s_x^2 a platí pro něj

$$s_x^2 = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2. \quad (8)$$

Výhodou rozptylu je, že používá druhé mocniny, tudíž pracuje s nezápornými čísly. Naopak nevýhodou této charakteristiky je, že díky mocnině, nepracuje se stejnými jednotkami jako jsou jednotky původního souboru, proto se v praxi dále pracuje se směrodatnou odchylkou.

Směrodatná odchylka je druhou odmocninou z rozptylu. Označuje se jako s_x a platí pro ni

$$s_x = \sqrt{\frac{1}{n} \sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2} = \sqrt{s_x^2}. \quad (9)$$

Tato odchylka pracuje na principu, že pokud se budou hodnoty znaku jen málo lišit od aritmetického průměru, budou i rozdíly $(x_i - \bar{x})$ malé, a malá bude i samotná směrodatná odchylka. Jak už bylo uvedeno, směrodatná odchylka charakterizuje variabilitu ve stejných jednotkách, v jakých jsou udány hodnoty znaku.

Microsoft Excel

Vzorce – Vložit funkci – Vybrat kategorii: Statistické – Vybrat funkci: **VAR.P**
(výběr pole, ve kterém jsou hodnoty proměnné zadány)

Vzorce – Vložit funkci – Vybrat kategorii: Statistické – Vybrat funkci: **SMODCH.P** (výběr pole, ve kterém jsou hodnoty proměnné zadány)

3.13 Mezikvartilová odchylka

Mezikvartilová odchylka je další užívanou charakteristikou variability. Na rozdíl od směrodatné odchylky se používá v případě, když je charakteristika polohy určena mediánem, tedy v případech, kdy se v souboru vyskytují extrémní hodnoty, tyto soubory totiž mnohem lépe charakterizuje právě medián než aritmetický průměr.

Mezikvartilová odchylka se označuje jako $Q(x)$, k jejímu zavedení se používá první kvartil x_{25} (dolní) a třetí x_{75} kvartil (horní) a definuje se jako

$$Q(x) = \frac{1}{2} (x_{75} - x_{25}), \quad (10)$$

tedy jako polovina z rozdílu třetího a prvního kvartilu.

Microsoft Excel

Vzorce – Vložit funkci – Vybrat kategorii: Statistické – Vybrat funkci: **QUARTIL.EXC** (pro výpočet dolního a horního kvartilu, které se následně od sebe odečtou a rozdíl se vynásobí $\frac{1}{2}$)

4. Praktická část

4.1 Statistický soubor, statistická jednotka, statistický znak

Příklad 1: Při sčítání lidu, domů a bytů v roce 2021 byly zjišťovány informace jednak o domácnostech a jednak informace o fyzických osobách. U fyzických osob byly zjišťovány informace ohledně obvyklého místa pobytu, o jejich ekonomických aktivitách a zaměstnání, vzdělání, věku, dojížděky za prací, případně do školy a u žen starších patnácti let byla navíc otázka ohledně počtu dětí. Dále zde byly ještě otázky na národnost a náboženskou víru, které ale byly nepovinné a občan je vyplňovat nemusel. Formulář o bydlení mapoval způsob bydlení (byt v domě, rekreační objekt, mobilní obydlí), zda občané bydlí ve vlastním či v nájmu, základní parametry bytu (podlahová plocha, počet místností, poloha bytu v domě), připojení na plyn a vodovod, způsob vytápění, používané palivo a v poslední části počet osob v domácnosti a vztahy mezi nimi. V tomto statistickém souboru určete statistické jednotky a uveďte příklady kvantitativních i kvalitativních znaků.

Zdroj: ČSÚ, 2021b

Řešení:

Za statistickou jednotku se v tomto případě může vzít fyzická osoba, domácnost nebo například byt či dům.

Kvantitativním znakem je z uvedených například věk, dojížděka za prací nebo do školy v případě, kdy je otázka položena na časový údaj, počet dětí u žen, základní parametry bytu nebo počet osob v domácnosti.

Kvalitativním znakem je například obvyklé místo pobytu, zaměstnání, vzdělání, dojížděka za prací nebo do školy v případě, že je otázka položena na způsob dopravy do práce nebo školy, národnost, náboženská víra, způsob bydlení, způsob vytápění nebo vztahy mezi osobami v domácnosti.

Příklad 2: Pro bakalářskou práci, ve které je tento příklad obsažen, byl proveden průzkum mezi učiteli pomocí dotazníkového šetření. Dotazník byl zaměřen na vyučování témat ze statistiky na středních školách. Dotazníku se celkově zúčastnilo 22 učitelů, kteří odpovídali na otázky, na jaké střední škole vyučují, v jakém ročníku vyučují statistiku, na jejich pohlaví a následně jaká témata ze statistiky vyučují. V tomto statistickém souboru identifikujte statistickou jednotku a statistické znaky. U znaků určete, zda jsou to znaky kvantitativní nebo kvalitativní. Pokud jsou to znaky kvantitativní, uveďte, na jakou otázku by se tento dotazník mohl ptát, aby obsahoval i znaky kvalitativní. Pokud jsou to naopak znaky kvalitativní, uveďte některé kvantitativní.

Řešení:

Statistickou jednotkou je v tomto případě každý ze zúčastněných učitelů. Statistickými znaky jsou pohlaví, střední škola, na které učitelé vyučují nebo ročník, ve kterém statistiku vyučují.

Všechny tyto znaky jsou znaky kvalitativními. Naopak kvantitativními znaky, tedy znaky, které se dají vyjádřit číselně a které by tento dotazník mohl obsahovat, by byl například věk učitelů, délka jejich učitelské praxe nebo počet vyučovacích hodin, které věnují výuce statistiky.

4.2 Četnost

Příklad 1: V prezidentských volbách v roce 2018 kandidovalo celkem 9 uchazečů, kteří po sečtení všech hlasů skončili s takovým počtem hlasů, které uvádí tabulka 1. Zjistěte, jak na tom byli kandidáti, co se týče hlasů přepočtených na procenta.

Tabulka 1: Výsledky prezidentských voleb v roce 2018

Číslo	Kandidát	Hlasy
1	Topolánek Mirek Ing.	221 689
2	Horáček Michal Mgr. Ph.D.	472 643
3	Fischer Pavel Mgr.	526 694
4	Hynek Jiří RNDr.	63 348
5	Hannig Petr Mgr.	29 228
6	Kulhánek Vratislav Ing. Dr. h. c.	24 442
7	Zeman Miloš Ing.	1 985 547
8	Hilšer Marek MUDr. Bc. Ph.D.	454 949
9	Drahoš Jiří prof. Ing. DrSc., dr. h. c.	1 367 601

Zdroj: VOLBY.CZ, 2018

Řešení:

Hlasy jsou v tabulce uvedeny jako absolutní hodnoty. Převedením těchto absolutních četností na relativní četnosti se získá právě zjišťovaná procentuální úspěšnost kandidátů. Pro každého kandidáta bude platit $\frac{x_n}{\sum_{i=1}^9 x_i} \cdot 100 \%$. Suma bude rovna $221\,689 + 472\,643 + 526\,694 + 63\,348 + 29\,228 + 24\,442 + 1\,985\,547 + 454\,949 + 1\,367\,601 = 5\,146\,141$. Pro kandidáta číslo 1 bude platit $\frac{221\,689}{5\,146\,141} \cdot 100 = 4,31 \%$. Pro ostatní kandidáty bude postup stejný a jejich výsledky jsou uvedeny v následující tabulce 2.

Tabulka 2: Výsledky prezidentských voleb v roce 2018 (relativní četnosti)

Číslo	Kandidát	Hlasy	Hlasy [%]
1	Topolánek Mirek Ing.	221 689	4,31
2	Horáček Michal Mgr. Ph.D.	472 643	9,18
3	Fischer Pavel Mgr.	526 694	10,23
4	Hynek Jiří RNDr.	63 348	1,23
5	Hannig Petr Mgr.	29 228	0,57
6	Kulhánek Vratislav Ing. Dr. h. c.	24 442	0,47
7	Zeman Miloš Ing.	1 985 547	38,58
8	Hilšer Marek MUDr. Bc. Ph.D.	454 949	8,84
9	Drahoš Jiří prof. Ing. DrSc., dr. h. c.	1 367 601	26,58

Zdroj: *Vlastní*

Z procentuálního vyjádření je vidět, že více jak třetinu hlasů získal kandidát číslo 7, více jak čtvrtinu hlasů kandidát číslo 9 a desetinu ze všech hlasů kandidát číslo 3.

Příklad 2: V roce 2020 bylo v České republice v součtu vyrobeno 81 443,5 gigawatthodin elektřiny, přičemž 92,18 % z vyrobené elektřiny pocházelo z neobnovitelných zdrojů a zbylých 7,82 % ze zdrojů obnovitelných. Kolik GWh elektřiny bylo vyrobeno jednotlivými typy elektráren, když víte, kolik procent elektřiny vyrobily různé typy elektráren?

Tabulka 3: Vyrobená elektřina z neobnovitelných zdrojů v roce 2020 (relativní četnosti)

Neobnovitelné zdroje	
Typ elektrárny	Vyrobená elektřina [%]
Jaderné	40,02
Parní	46,88
Paroplynové	8,05
Plynové a spalovací	5,05

Zdroj: ERU, 2022

Tabulka 4: Vyrobená elektřina z obnovitelných zdrojů v roce 2020 (relativní četnosti)

Obnovitelné zdroje	
Typ elektrárny	Vyrobená elektřina [%]
Vodní	33,65
Přečerpávací	20,30
Větrné	10,97
Fotovoltaické	35,08

Zdroj: ERU, 2022

Řešení:

Nejprve je potřeba zjistit, kolik elektřiny vyrobily elektrárny, které pracují s neobnovitelnými zdroji a kolik elektrárny pracující s obnovitelnými zdroji. Elektrárny pracující s neobnovitelnými zdroji vyrobily $\frac{81\,443,5 \cdot 92,18}{100} = 75\,072,30$ GWh. Elektrárny, které se naopak zaměřují na obnovitelné zdroje vyrobily $\frac{81\,443,5 \cdot 7,82}{100} = 6\,371,20$ GWh elektřiny.

Nyní můžeme uvedené relativní četnosti převádět na četnosti absolutní. Pro ukázkou například pro neobnovitelné zdroje a konkrétně pro jaderné elektrárny bude platit:

$$\frac{75\,072,30 \cdot 40,02}{100} = 30\,043,30. \text{ Tento postup bude platit i pro ostatní elektrárny.}$$

Tabulka 5: Vyrobená elektřina z neobnovitelných zdrojů v roce 2020 (absolutní četnosti)

Neobnovitelné zdroje		
Typ elektrárny	Vyrobená elektřina [%]	Vyrobená elektřina [GWh]
Jaderné	40,02	30 043,30
Parní	46,88	35 197,60
Paroplynové	8,05	6 041,30
Plynové a spalovací	5,05	3 790,10

Zdroj: Vlastní

Pro obnovitelné zdroje bude platit to samé, akorát se bude počítat 6 371,20 GWh, tedy $\frac{6\,371,20 \cdot 33,65}{100} = 2\,143,90$ pro vodní elektrárny atd.

Tabulka 6: Vyrobená elektřina z obnovitelných zdrojů v roce 2020 (absolutní četnosti)

Obnovitelné zdroje		
Typ elektrárny	Vyrobená elektřina [%]	Vyrobená elektřina [GWh]
Vodní	33,65	2 143,90
Přečerpávací	20,30	1 293,10
Větrné	10,97	699,10
Fotovoltaické	35,08	2 235,10

Zdroj: Vlastní

V roce 2020 vyrobily jaderné elektrárny 30 043,30 GWh elektřiny, parní 35 197,60 GWh, paroplynové 6 041 GWh, plynové spalovací 3 790,10 GWh, vodní elektrárny vyrobily 2 143 GWh, přečerpávací 1 293 GWh, větrné 699,10 GWh a fotovoltaické 2 235 GWh elektřiny.

4.3 Třídění dat do intervalů

Příklad 1: V České republice bylo ve školním roce 2020/2021 otevřeno celkem 5 017 mateřských škol. Uvedená tabulka 7 ukazuje, kolik školek bylo otevřených v jednotlivých krajích. Na základě těchto informací vytvořte tabulku četností, kde budou data o počtu mateřských škol uvedena v intervalech.

Tabulka 7: Počet mateřských škol v krajích ČR ve školním roce 2020/2021

Kraj	Mateřské školy	Kraj	Mateřské školy
Hlavní město Praha	429	Královéhradecký kraj	314
Středočeský kraj	803	Pardubický kraj	317
Jihočeský kraj	324	Kraj Vysočina	288
Plzeňský kraj	280	Jihomoravský kraj	673
Karlovarský kraj	124	Olomoucký kraj	388
Ústecký kraj	61	Zlínský kraj	316
Liberecký kraj	236	Moravskoslezský kraj	464

Zdroj: ČSÚ, 2021f

Řešení:

K získání počtu intervalů bude vhodné použít pravidlo odmocniny (1): $\sqrt{14} = 3,74$. Intervaly budou v tomto případě 4. Šířka intervalu lze určit z rozdílu nejvyšší a nejnižší hodnoty, který se poté vydělí počtem intervalů (viz vzorec (3)), tedy $\frac{803-61}{4} = 185,5$. Pro jednodušší práci si lze data uspořádat vzestupně: 61; 124; 236; 280; 288; 314; 316; 317; 324; 388; 429; 464; 673; 803.

Ze zjištěné šířky intervalů a počtu intervalů už lze v tuto chvíli sestavit samotné intervaly: $<61; 246,5>$, $(246,5; 432,0>$, $(432,0; 617,5>$, $(617,5; 803,0>$. Z tohoto rozdělení vyplývá, že do prvního intervalu spadají 3 jednotky, do druhého 8 jednotek, do třetího 1 jednotka, do posledního čtvrtého 2 jednotky.

Tabulka 8: Četnost mateřských škol

Mateřské školy	Četnost
<61; 246,5>	3
(246,5; 432,0>	8
(432,0; 617,5>	1
(617,5; 803,0>	2

Zdroj: Vlastní

Je vidět, že nejčastěji se v kraji nachází od 247 do 432 mateřských škol, do tohoto intervalu padne dokonce 8 krajů, což je více jak polovina ze všech krajů České republiky.

Příklad 2: Při sčítání lidu, domů a bytů v roce 2011 bylo mimo jiné zjišťováno, kolik domů se nachází v jednotlivých správních obvodech obce s rozšířenou působností. Získaná data za správní obvody ve Středočeském kraji jsou uvedena v tabulce 9. Tyto data rozdělte do vhodného počtu intervalů a napište, kolik správních obvodů do daných intervalů spadá.

Tabulka 9: Počet domů v SO ORP Středočeského kraje v roce 2011

SO ORP	Počet domů	SO ORP	Počet domů
Benešov	15 995	Mělník	12 067
Beroun	14 983	Mladá Boleslav	24 826
Brandýs nad Labem – Stará Boleslav	25 730	Mnichovo Hradiště	5 331
Čáslav	7 967	Neratovice	6 663
Černošice	37 621	Nymburk	12 481
Český Brod	6 238	Poděbrady	10 494
Dobříš	6 474	Příbram	16 210
Hořovice	9 327	Rakovník	16 977
Kladno	23 954	Říčany	18 967
Kolín	22 366	Sedlčany	7 239
Kralupy nad Vltavou	7 050	Slaný	10 928
Kutná Hora	15 793	Vlašim	8 139
Lysá nad Labem	4 772	Votice	4 437

Zdroj: ČSÚ, 2015

Řešení:

Je potřeba si určit počet a šířku intervalů. Počet intervalů je v tomto případě vhodné zjistit za použití Sturgesova pravidla (2): $1 + 3,3 \cdot \log 26 = 5,67$, soubor bude rozdělen do šesti intervalů. Šířka intervalu se vypočte z podílu mezi rozdílem maximální a minimální jednotky souboru a počtu intervalů (3): $\frac{37\,621 - 4\,437}{6} = 5\,530,67$. Šířka intervalu bude 5 531.

Intervaly budou vypadat následovně: <4 437; 9 968>, (9 968; 15 499>, (15 499; 21 030>, (21 030; 26 561>, (26 561; 32 092>, (32 092; 37 623>. Ze vzestupně uspořádaných dat: 4 437, 4 772, 5 331, 6 238, 6 474, 6 663, 7 050, 7 239, 7 967, 8 139,

9 327, 10 494, 10 928, 12 067, 12 481, 14 983, 15 793, 15 995, 16 210, 16 977, 18 967, 22 366, 23 954, 24 826, 25 730, 37 621, je jasné, že do prvního intervalu bude spadat celkem 11 jednotek, do druhého 5 jednotek, do třetího také 5 jednotek, čtvrtého 4 jednotky, do pátého nespadá ani jedna jednotka a do posledního šestého 1 jednotka. Z těchto informací je možné pro přehlednost vytvořit jednoduchou tabulku 10.

Tabulka 10: Četnost domů

Počet domů	Četnost
<4 437; 9 968>	11
(9 968; 15 499>	5
(15 499; 21 030>	5
(21 030; 26 561>	4
(26 561; 32 092>	0
(32 092; 37 623>	1

Zdroj: Vlastní

Ve Středočeském kraji se vyskytuje nejvíce obcí s rozšířenou působností, kde se nachází od 4 437 do 9 968 domů. Celkově, kromě správního obvodu Černošice, kde se nachází až 37 621 domů, se všechny obvody padly do intervalu do 26 561 domů, druhý největší počet domů má v tomto kraji obec s rozšířenou působností Brandýs nad Labem – Stará Boleslav, kde se najde 25 730 domů.

4.4 Grafické vyjádření četností

Příklad 1: Následující tabulka 11 uvádí informace o počtu nemocničních zařízení a počtu lůžek v nemocničních zařízení v krajích České republiky. Dále tato tabulka zahrnuje data o počtu obyvatel v jednotlivých krajích.

- Jak bude vypadat histogram, který bude vyobrazovat četnost lůžek v jednotlivých krajích České republiky?
- Z počtu obyvatel a počtu nemocničních zařízení zjistíte, kolik obyvatel spadá na jednu nemocnici v jednotlivých krajích a z těchto dat vytvořte graf, který zároveň proložíte hodnotou, která reprezentuje celou Českou republiku.

Tabulka 11: Počet nemocničních zařízení a počet lůžek v krajích ČR

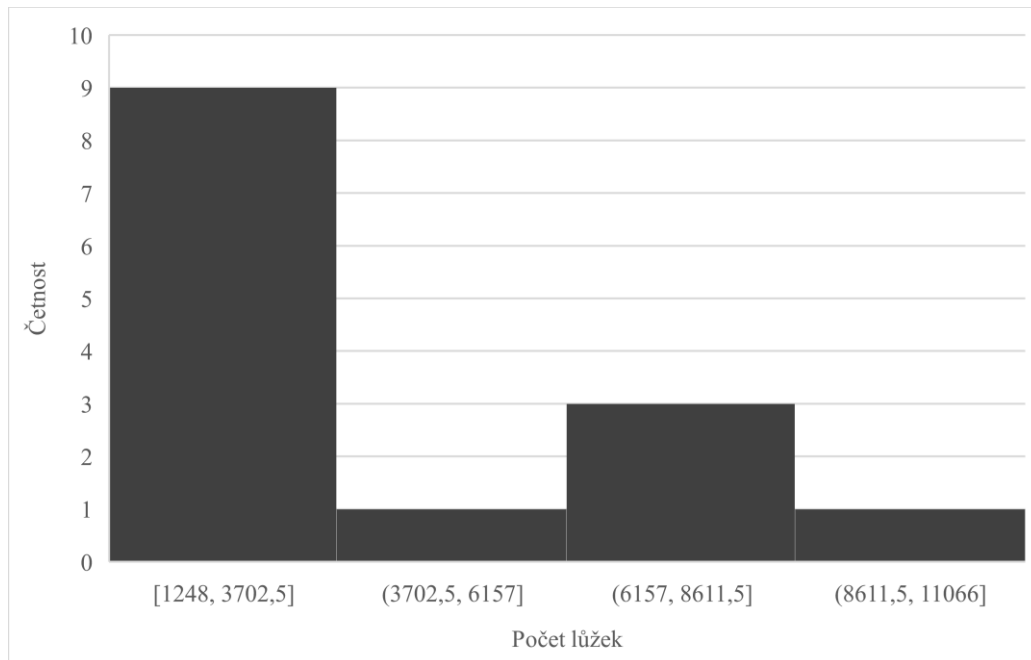
Kraj	Počet nemocničních zařízení	Počet lůžek	Počet obyvatel
Hlavní město Praha	29	11 066	1 335 084
Středočeský kraj	29	6 257	1 397 997
Jihočeský kraj	9	3 451	643 551
Plzeňský kraj	10	3 341	591 041
Karlovarský kraj	5	1 248	293 311
Ústecký kraj	19	5 309	817 004
Liberecký kraj	9	2 383	442 476
Královéhradecký kraj	13	3 434	550 803
Pardubický kraj	8	2 494	522 856
Kraj Vysočina	6	2 646	508 852
Jihomoravský kraj	23	7 680	1 195 327
Olomoucký kraj	9	3 474	630 522
Zlínský kraj	10	2 799	580 119
Moravskoslezský kraj	21	6 500	1 192 834
Celkem	200	62 082	10 701 777

Zdroj: ČSÚ, 2021c; ČSÚ, 2022b

Řešení:

- a) Jako první je nutné si určit počet intervalů, které budou zaznamenány na ose x a budou představovat počet lůžek, a následně jejich šířku. Pro určení počtu intervalů je v tomto případě možno použít například pravidlo druhé odmocniny (1): $k = \sqrt{n} = \sqrt{14} = 3,7$. Jelikož se vždy bere další celé číslo, budou data rozdělena do čtyř intervalů. Šířku intervalu lze následně určit z rozdílu maximální a minimální hodnoty, která se následně vydělí počtem intervalů: $\frac{11\,066 - 1\,248}{4} = 2\,454,5$. Intervaly budou vypadat následovně: $<1\,248,0; 3\,702,5>$, $(3\,702,5; 6\,157,0>$, $(6\,157,0; 8\,611,5>$ a $(8\,611,5; 11\,066,0>$. Na ose y bude zaznamenáno, kolik krajů disponuje určitým počtem lůžek. Vybírat se bude z dat: 1 248, 2 383, 2 494, 2 646, 2 799, 3 341, 3 434, 3 451, 3 474, 5 309, 6 257, 6 500, 7 680, 11 066. Už z tohoto uspořádání je vidět, že nejvíce jednotek spadá do prvního intervalu, konkrétně 9, do druhého intervalu 1, do třetího 3 a do čtvrtého také 1 jednotka.

Obrázek 1: Četnost nemocničních lůžek v krajích České republiky



Zdroj: Vlastní

Je vidět, že nejvíce jsou v České republice zastoupeny kraje, kde se nachází od 1 248 do 3 702,5 lůžek. Dále je více krajů, kde se nachází od 6 157 do 8 611,5 lůžek, což odpovídá i zvýšenému počtu obyvatel, které v daných krajích žijí.

- b) Kolik obyvatel kraje spadá na jednu nemocnici v kraji se zjistí prostým podílem mezi počtem obyvatel a počtem nemocnic: $\frac{\text{počet obyvatel}}{\text{počet nemocnic}}$. Konkrétně například pro Hlavní město Prahu to bude $\frac{1\,335\,084}{29} = 46\,037$. Pro ostatní kraje bude výpočet probíhat stejným způsobem.

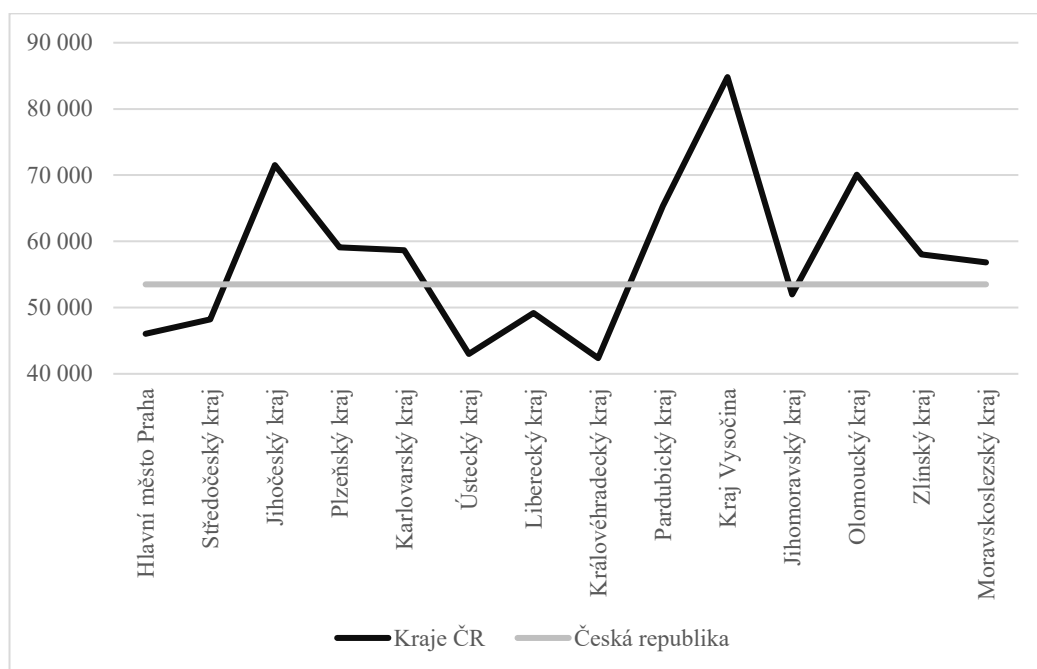
Tabulka 12: Počet obyvatel připadajících na jednu nemocnici v krajích ČR

Kraj	Počet obyvatel na nemocnici
Hlavní město Praha	46 037
Středočeský kraj	48 207
Jihočeský kraj	71 506
Plzeňský kraj	59 104
Karlovarský kraj	58 662
Ústecký kraj	43 000
Liberecký kraj	49 164
Královéhradecký kraj	42 369
Pardubický kraj	65 357
Kraj Vysočina	84 809
Jihomoravský kraj	51 971
Olomoucký kraj	70 058
Zlínský kraj	58 012
Moravskoslezský kraj	56 802
Česká republika	53 509

Zdroj: Vlastní

Pro graf je v tomto případě potřeba pouze informace, kolik obyvatel kraje připadá na jednu nemocnici, tato data bude zastupovat osa y. Osa x bude zastupovat jednotlivé kraje.

Obrázek 2: Počet obyvatel připadajících na jednu nemocnici v krajích ČR



Zdroj: Vlastní

Příklad 2: V každém správním obvodu obce s rozšířenou působností v Jihočeském kraji se nachází různý počet obcí, konkrétní počty jsou uvedeny v následující tabulce 13. Na základě těchto dat vytvořte histogram četnosti počtu obcí v jednotlivých SO ORP Jihočeského kraje. Kolik obcí se nejčastěji vyskytuje v jednom správním obvodu?

Tabulka 13: Počet obcí v SO ORP Jihočeského kraje

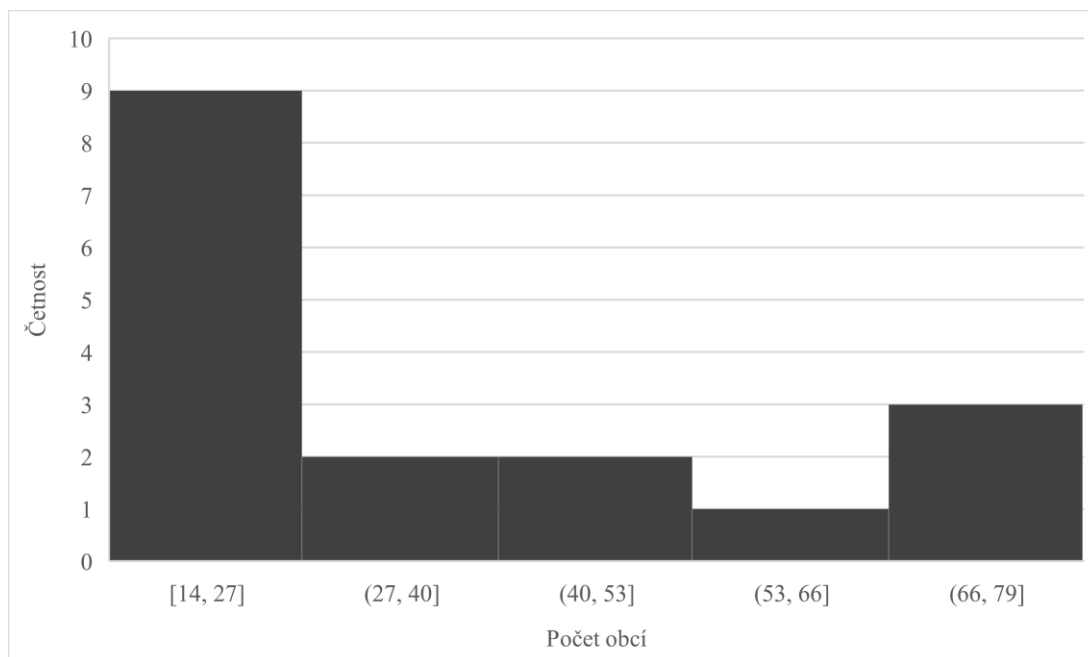
SO ORP	Obce	SO ORP	Obce
Blatná	26	Soběslav	31
České Budějovice	79	Strakonice	69
Český Krumlov	32	Tábor	79
Dačice	23	Trhové Sviny	16
Jindřichův Hradec	58	Třeboň	25
Kaplice	15	Týn nad Vltavou	14
Milevsko	26	Vimperk	21
Písek	49	Vodňany	17
Prachatice	44	Celkem	624

Zdroj: ČSÚ, 2022g

Řešení:

Nejprve je za potřebí si určit počet intervalů, do kterých budou data rozdělena. V tomto případě je vhodné použít Sturgesovo pravidlo (viz vzorec (2)) $k = 1 + 3,3 \cdot \log n$, kde k je právě počet intervalů a n představuje počet jednotek, tj. počet SO ORP. Zde to bude $k = 1 + 3,3 \cdot \log 17 = 5,06$; soubor bude rozdělen do 5 intervalů. Šířka intervalu se určí z prostého rozdílu největšího a nejmenšího čísla, které se následně vydělí počtem intervalů: $\frac{79 - 14}{5} = 13$. Z tohoto vyplývá, že intervaly budou následující: $<14; 27>$, $(27; 40>$, $(40; 53>$, $(53; 66>$ a $(66; 79>$. Tyto intervaly budou v polygonovém grafu zaznamenány na ose x a osa y bude vyobrazovat četnost jednotek, které do intervalů spadají. Pro jednodušší manipulaci, je možné si data vzestupně uspořádat: 14, 15, 16, 17, 21, 23, 25, 26, 26, 31, 32, 44, 49, 58, 69, 79, 79. Z tohoto uspořádání je již vidět, že do prvního intervalu spadá 9 jednotek, do druhého 2 jednotky, do třetího také 2 jednotky, do čtvrtého pouze 1 a do pátého 3 jednotky.

Obrázek 3: Četnost počtu obcí v SO ORP Jihočeského kraje



Zdroj: Vlastní

Z grafu 3 lze vyčíst, že nejčastěji se vyskytují správní obvody, kde se nachází do 27 obcí, celkově je to více jak polovina z celkového počtu správních obvodů.

Příklad 3: Ve třídě si žáci mezi sebou provedli průzkum na téma počtu členů v rodině. V tomto případě byly započítávány pouze rodiče a sourozenci. Výsledky šetření byly zapsány do tabulky 14. Ze získaných dat sestrojte polygon četností, který bude reprezentovat četnost počtu členů rodiny.

Tabulka 14: Počet členů rodiny studentů jedné třídy

Student	Počet členů rodiny	Student	Počet členů rodiny
Student 01	4	Student 14	7
Student 02	6	Student 15	5
Student 03	3	Student 16	4
Student 04	5	Student 17	4
Student 05	5	Student 18	3
Student 06	4	Student 19	5
Student 07	6	Student 20	4
Student 08	4	Student 21	5
Student 09	4	Student 22	4
Student 10	3	Student 23	5
Student 11	6	Student 24	3
Student 12	4	Student 25	8
Student 13	5	Student 26	7

Zdroj: Vlastní

Řešení:

Pro jednodušší manipulaci s daty při vytváření grafu je možno si z uvedené tabulky vytvořit tabulku četností počtu členů rodiny.

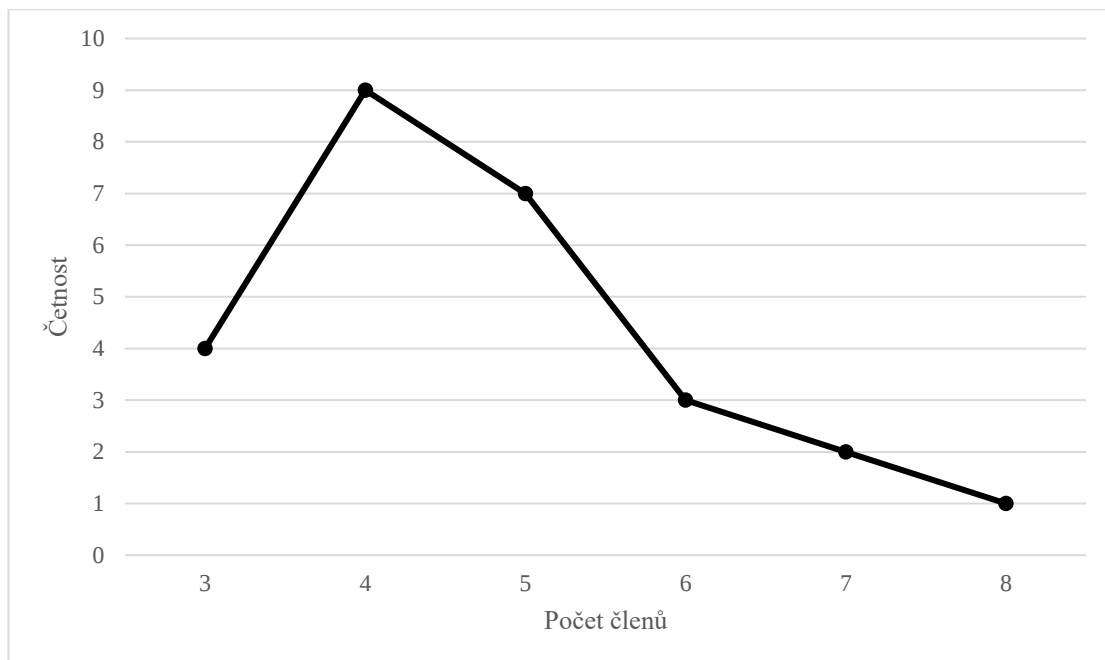
Tabulka 15: Četnost počtu členů rodiny

Počet členů rodiny	Četnost
3	4
4	9
5	7
6	3
7	2
8	1

Zdroj: Vlastní

Nyní je již potřeba jen tyto četnosti graficky znázornit. Osa x bude představovat počty členů a osa y bude zastupovat jednotlivé četnosti.

Obrázek 4: Četnost počtu členů rodiny



Zdroj: Vlastní

Lze vypožorovat, že nejčastěji jsou studenti této třídy z rodiny, které mají 4 členy a velmi výjimečně tuto třídu navštěvují studenti, jejichž rodiny čítají 7 nebo 8 členů.

Příklad 4: Ve třídě prvního ročníku na gymnáziu dělali žáci mezi sebou průzkum, který se týkal dosaženého vzdělání jejich rodičů (základní vzdělání, střední vzdělání s výučním listem, střední vzdělání s maturitou, vyšší odborné vzdělání a vysokoškolské vzdělání). Zjištěná data, která jsou uvedena v tabulce 16, vyobrazte graficky, využijte polygonové znázornění četností. Tento graf okomentujte.

Tabulka 16: Dosažené vzdělání rodičů studentů prvního ročníku gymnázia

Student	Rodič	Dosažené vzdělání	Student	Rodič	Dosažené vzdělání
Student 01	Matka	Vysokoškolské vz.	Student 13	Matka	Střední vz. s mat.
	Otec	Vyšší odborné vz.		Otec	Střední vz. s mat.
Student 02	Matka	Střední vz. s mat.	Student 14	Matka	Střední vz. s mat.
	Otec	Vysokoškolské vz.		Otec	Střední vz. s v. l.
Student 03	Matka	Střední vz. s v. l.	Student 15	Matka	Vysokoškolské vz.
	Otec	Střední vz. s v. l.		Otec	Vysokoškolské vz.
Student 04	Matka	Vysokoškolské vz.	Student 16	Matka	Střední vz. s v. l.
	Otec	Střední vz. s mat.		Otec	Střední vz. s mat.
Student 05	Matka	Vysokoškolské vz.	Student 17	Matka	Střední vz. s mat.
	Otec	Základní vz.		Otec	Střední vz. s mat.
Student 06	Matka	Vyšší odborné vz.	Student 18	Matka	Vyšší odborné vz.
	Otec	Střední vz. s mat.		Otec	Střední vz. s v. l.
Student 07	Matka	Vysokoškolské vz.	Student 19	Matka	Vysokoškolské vz.
	Otec	Vyšší odborné vz.		Otec	Vysokoškolské vz.
Student 08	Matka	Vysokoškolské vz.	Student 20	Matka	Vysokoškolské vz.
	Otec	Vysokoškolské vz.		Otec	Vyšší odborné vz.
Student 09	Matka	Střední vz. s v. l.	Student 21	Matka	Vysokoškolské vz.
	Otec	Střední vz. s mat.		Otec	Střední vz. s v. l.
Student 10	Matka	Střední vz. s mat.	Student 22	Matka	Střední vz. s mat.
	Otec	Vysokoškolské vz.		Otec	Vysokoškolské vz.
Student 11	Matka	Vyšší odborné vz.	Student 23	Matka	Střední vz. s mat.
	Otec	Střední vz. s mat.		Otec	Střední vz. s v. l.
Student 12	Matka	Vysokoškolské vz.	Student 24	Matka	Vyšší odborné vz.
	Otec	Střední vz. s v. l.		Otec	Vysokoškolské vz.

Zdroj: Vlastní

Řešení:

Nejprve je potřeba si zjistit četnosti jednotlivých úrovní dosaženého vzdělání. Tyto četnosti lze zaznamenat do tabulky.

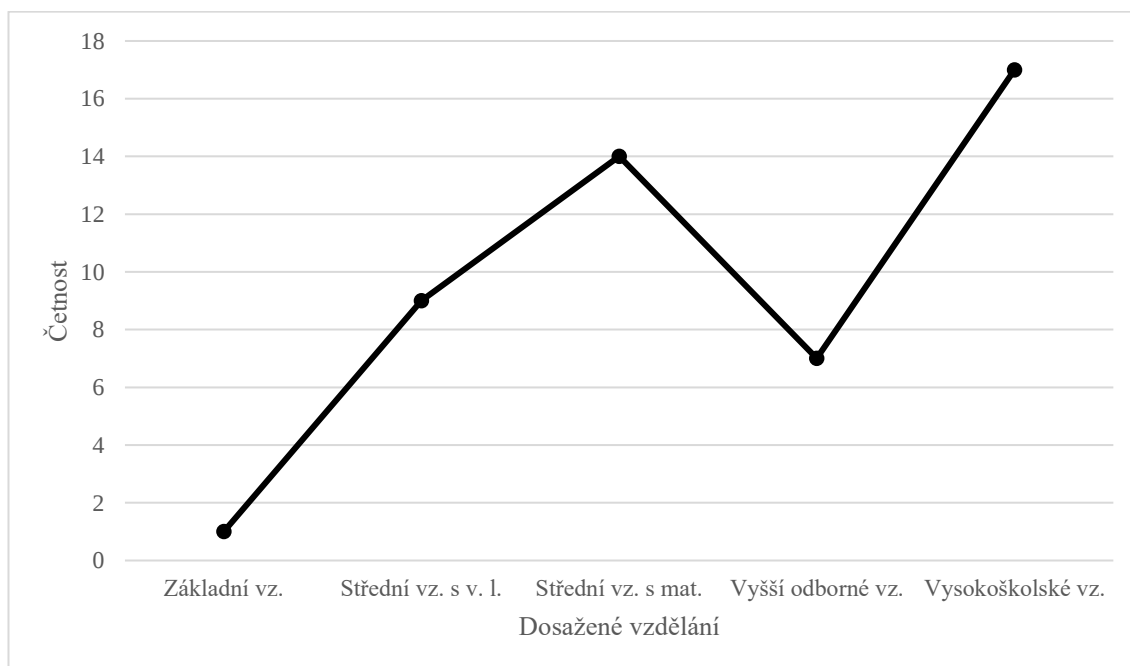
Tabulka 17: Četnost dosaženého vzdělání

Dosažené vzdělání	Četnost
Základní vzdělání	1
Střední vzdělání s výučním listem	9
Střední vzdělání s maturitou	14
Vyšší odborné vzdělání	7
Vysokoškolské vzdělání	17

Zdroj: Vlastní

Nyní už jsou známy všechny informace potřebné pro sestavení polygonového grafu.

Obrázek 5: Četnost dosaženého vzdělání



Zdroj: Vlastní

Nejméně rodičů dosahuje základního vzdělání. Naopak nejvíce rodičů vystudovalo vysokou školu. Na druhém místě jsou poté rodiče, kteří dosáhli středního vzdělání zakončeného maturitní zkouškou a na třetím místě rodině se střední školou a výučním listem.

4.5 Aritmetický průměr

Příklad 1: V následující tabulce 18 jsou uvedeny srážkové úhrny na meteorologických stanicích Žatec a Bílý potok (Smědava) za jednotlivé měsíce v roce 2020. Oblast Žatecka je považována za jednu z nejsušších oblastí v České republice, a naopak Bílý potok, který se nachází v Jizerských horách, se nachází v oblasti, kde ročně spadne nejvíce srážek.

- Jaký je roční úhrn srážek na těchto dvou stanicích?
- Jaký je průměrný měsíční úhrn srážek na těchto dvou meteorologických stanicích?

Tabulka 18: Úhrn srážek na meteorologických stanicích Žatec a Bílý potok v roce 2020

Měsíc	Úhrn srážek Žatec [mm]	Úhrn srážek Bílý potok [mm]
Leden	9,8	68,5
Únor	43,4	255,7
Březen	30,0	84,9
Duben	11,8	17,6
Květen	40,9	138,7
Červen	76,9	379,8
Červenec	21,8	45,6
Srpen	71,9	140,2
Září	62,7	62,6
Říjen	41,8	292,0
Listopad	7,4	65,3
Prosinec	20,6	54,4

Zdroj: ČHMÚ, 2022

Řešení:

- Roční úhrn srážek se získá prostým součtem jednotlivých měsíčních hodnot. Pro meteorologickou stanicí Žatec se suma bude rovnat číslu $9,8 + 43,4 + 30,0 + 11,8 + 40,9 + 76,9 + 21,8 + 71,9 + 62,7 + 41,8 + 7,4 + 20,6 = 439,0$. Za celý rok zde spadlo 439 mm srážek.

Obdobně se roční úhrn srážek spočte i pro meteorologickou stanicí Bílý potok. Zde to bude $68,5 + 255,7 + 84,9 + 17,6 + 138,7 + 379,8 + 45,6 + 140,2 +$

$62,6 + 292,0 + 65,3 + 54,4 = 1\,605,3$. Roční úhrn srážek ve stanici Bílý potok byl celkově 1 605,3 mm.

- b) Průměrný měsíční úhrn srážek se spočte pomocí aritmetického průměru podle vzorce (4). Z a) jsou již známy sumy jednotlivých hodnot, tento součet je potřeba už pouze vydělit celkovým počtem měsíců v roce, tj. 12. Pro Žatec bude platit $\frac{439}{12} = 36,6$ a pro Bílý potok následně $\frac{1\,605,3}{12} = 133,8$. Průměrný měsíční úhrn srážek ve stanici Žatec je 36,6 mm a ve stanici Bílý potok 133,8 mm.

Příklad 2: V tabulce 19 jsou uvedené počty přepravených cestujících železniční dopravou v České republice mezi lety 2002 a 2019. Spočtete, kolik cestujících bylo průměrně ročně přepraveno.

Tabulka 19: *Přepravení cestující železniční dopravou v ČR mezi lety 2002 až 2019*

Rok		Cestující [tis.]	Rok	Cestující [tis.]	Rok	Cestující [tis.]
2002		177 232	2008	177 424	2014	176 050
2003		174 179	2009	164 958	2015	176 624
2004		180 949	2010	164 802	2016	179 171
2005		180 266	2011	167 932	2017	183 024
2006		183 027	2012	172 801	2018	189 536
2007		184 233	2013	174 486	2019	194 211

Zdroj: ČSÚ, 2022d

Řešení:

Počítat se v tomto případě bude aritmetický průměr (4). Součet jednotek bude roven $177\,232 + 174\,179 + 180\,949 + 180\,266 + 183\,027 + 184\,233 + 177\,424 + 164\,958 + 164\,802 + 167\,932 + 172\,801 + 174\,486 + 176\,050 + 176\,624 + 179\,171 + 183\,024 + 189\,536 + 194\,211 = 3\,200\,905$. Dále bude platit $\frac{3\,200\,905}{18} = 177\,828$. Mezi lety 2002 a 2019 bylo ročně průměrně železniční dopravou na území České republiky přepraveno 177 828 000 cestujících.

4.6 Vážený aritmetický průměr

Příklad 1: Dne 22. 2. 2022 bylo v Českých Budějovicích v 7 hodin ráno naměřeno 3,9 °C, ve 2 hodiny odpoledne 5,6 °C a v 9 hodin večer 5,0 °C. Jaká byla celková průměrná denní teplota vzduchu za tento den?

Zdroj: *In-Počasí, 2022*

Řešení:

V meteorologické praxi se za průměrnou denní teplotu považuje teplota, která lze určit právě za pomoci teplot v 7:00, ve 14:00 a 21:00, která se započítává dvakrát. Právě proto se využívá vážený aritmetický průměr (5). Pro tento případ bude platit:

$$\frac{t_7 + t_{14} + 2 \cdot t_{21}}{1 + 1 + 2} = \frac{t_7 + t_{14} + 2 \cdot t_{21}}{4} = \frac{3,9 + 5,6 + 2 \cdot 5,0}{4} = \frac{19,5}{4} = 4,9 \text{ °C},$$

kde t_7 zastupuje teplotu v 7:00, t_{14} teplotu ve 14:00 a t_{21} teplotu ve 21:00. Průměrná denní teplota vzduchu v tento den byla 4,9 °C.

Příklad 2: Při studiu na Pedagogické fakultě Jihočeské univerzity musí student pro postup do dalšího ročníku splnit dvě podmínky, jednak musí získat minimálně 40 kreditů za jeden rok studia, a jednak jeho vážený studijní průměr nesmí být vyšší než 3,4. V tabulce 20 jsou uvedeny výsledky předmětů zakončených zkouškou (Zk) i zápočtem (Zp) studenta prvního ročníku a jejich kreditní ohodnocení. Do váženého studijního průměru se započítávají pouze předměty zakončené zkouškou. Zjistěte, zda tento student splňuje podmínku váženého studijního průměru. Jak moc se tento průměr liší od prostého aritmetického průměru?

Tabulka 20: *Výsledky studenta prvního ročníku Pedagogické fakulty Jihočeské univerzity*

Předmět	Zakončení	Kredity	Pokus	Hodnocení
Filosofie	Zk	2	1.	1,5
Fyzická geografie I – geologie, pedologie	Zk	4	1.	3,0
GIS a dálkový průzkum Země	Zp	2	1.	Splnil
Informační technologie – test	Zp	1	1.	Splnil
Kvantitativní metody v geografii	Zp	3	2.	Splnil
Lineární algebra	Zk	3	2.	2,0
Lineární algebra a geometrie	Zk	6	2.	3,0
Matematická analýza I	Zk	8	1.	3,0
Matematická analýza II	Zk	6	2.	2,5
Planetární geografie	Zk	4	1.	2,5
Planimetrie	Zk	3	1.	3,0
Sociální geografie I – geog. obyvatelstva	Zk	4	2.	1,5
Teorie výchovy	Zk	2	1.	2,0
Úvod do geografických inf. systémů	Zp	3	1.	Splnil
Úvod do psychologie	Zk	3	2.	2,5
Úvod do studia geografie I	Zp	2	1.	Splnil
Úvod do studia geografie II	Zp	3	2.	Splnil
Základy biologie dítěte a zdr. prevence	Zk	2	1.	1,5
Základy finanční gramotnosti	Zp	1	1.	Splnil
Základy kartografie a geodézie	Zk	4	3.	2,0
Základy matematické logiky	Zp	3	2.	Splnil
Základy pedagogiky	Zk	3	1.	3,0

Zdroj: Vlastní

Řešení:

Jelikož je každý předmět za jiný počet kreditů, má každý předmět jinou váhu, nevyužívá se zde prostý aritmetický průměr, ale vážený aritmetický průměr $\frac{\sum_{i=1}^n w_i \cdot x_i}{\sum_{i=1}^n w_i}$ (5).

Pro předmět Filosofie bude platit, že jeho ohodnocení se bude započítávat dvakrát, hodnocení z Fyzické geografie I čtyřikrát atd. Suma v čitateli bude rovna $2 \cdot 1,5 + 4 \cdot 3 + 3 \cdot 2 + 6 \cdot 3 + 8 \cdot 3 + 6 \cdot 2,5 + 4 \cdot 2,5 + 3 \cdot 3 + 4 \cdot 1,5 + 2 \cdot 2 + 3 \cdot 2,5 + 2 \cdot 1,5 + 4 \cdot 2 + 3 \cdot 3 = 134,5$.

Ve jmenovateli poté bude počet známek, tedy součet ze všech kreditů: $2 + 4 + 3 + 6 + 8 + 6 + 4 + 3 + 4 + 2 + 3 + 2 + 4 + 3 = 54$. Vážený aritmetický průměr bude roven $\frac{134,5}{54} = 2,49$. Tento student podmínku váženého aritmetického průměru splňuje, jeho vážený aritmetický průměr je menší než 3,4.

Samotný aritmetický průměr (4) bude roven $\frac{1,5 + 3 + 2 + 3 + 3 + 2,5 + 2,5 + 3 + 1,5 + 2 + 2,5 + 1,5 + 2 + 3}{14} = \frac{33,0}{14} = 2,35$. Rozdíl mezi váženým aritmetickým průměrem a aritmetickým průměrem je 0,14, což už je v tomto případě značný rozdíl.

4.7 Modus

Příklad 1: Počet krajských zastupitelů v České republice se ve většině případů odvíjí od počtu obyvatel, kteří v kraji žijí. Konkrétní počty zastupitelů jsou uvedeny v tabulce 21. Určete, kolik zastupitelů je nejčastěji v čele kraje.

Tabulka 21: Počet krajských zastupitelů v krajích ČR

Kraj	Zastupitelé	Kraj	Zastupitelé
Středočeský kraj	65	Pardubický kraj	45
Jihočeský kraj	55	Kraj Vysočina	45
Plzeňský kraj	45	Jihomoravský kraj	65
Karlovarský kraj	45	Olomoucký kraj	55
Ústecký kraj	55	Zlínský kraj	45
Liberecký kraj	45	Moravskoslezský kraj	65
Královéhradecký kraj	45	Celkem	675

Zdroj: VOLBY.CZ, 2020

Řešení:

V tomto případě bude za potřebí najít nejčastěji se vyskytující hodnotu, tedy modus tohoto souboru. Je vidět, že se v tomto souboru opakují tři hodnoty: 45, 55 a 65. Práci si lze ulehčit vzestupným uspořádáním hodnot: 45; 45; 45; 45; 45; 45; 45; 55; 55; 55; 65; 65; 65. Pro kontrolu, i po uspořádání prvků musí mít soubor stále 13 jednotek.

V tuto chvíli je už jasné, že hodnota 45 se v souboru vyskytuje sedmkrát, hodnota 55 třikrát a hodnota 65 také třikrát. Modem tohoto souboru bude hodnota 45. Nejčastěji mají kraje České republiky 45 krajských zastupitelů.

Příklad 2: Mezi lety 2005 a 2020 si požáry na území Jihočeského kraje celkově vyžádaly 131 obětí. Každý rok byl počet obětí jiný, konkrétní počty uvádí tabulka 22. Zjistěte, kolik obětí si ročně nejčastěji požáry vyžádali.

Tabulka 22: *Oběti požárů na území Jihočeského kraje mezi lety 2005 až 2020*

Rok	Oběti	Rok	Oběti	Rok	Oběti	Rok	Oběti
2005	7	2009	10	2013	7	2017	5
2006	5	2010	9	2014	7	2018	9
2007	7	2011	12	2015	9	2019	8
2008	14	2012	13	2016	4	2020	5

Zdroj: ČSÚ, 2022h

Řešení:

V tomto příkladu se bude hledat nejčastěji se vyskytující prvek, tedy modus statistického souboru. Pro zjednodušení si je možné sestavit tabulku četností tohoto souboru.

Tabulka 23: *Četnost počtu obětí*

Počet obětí	Četnost
4	1
5	3
7	4
8	1
9	3
10	1
12	1
13	1
14	1

Zdroj: Vlastní

Z této tabulky už lze jednoduše vyčíst, že modem tohoto souboru číslo 7, které se opakuje čtyřikrát. Nejčastěji byl na území Jihočeského kraje mezi lety 2005 až 2020 roční počet obětí požárů roven 7, a to v letech 2005, 2007, 2013 a 2014.

4.8 Medián

Příklad 1: V každé obci s rozšířenou působností ve Středočeském kraji žije odlišný počet obyvatel s příjmením Dvořáková. Z konkrétních dat, která jsou uvedena v následující tabulce 24, vypočtete medián tohoto souboru. Tento vypočtený medián porovnejte s aritmetickým průměrem tohoto souboru. Jak se tyto hodnoty odlišují?

Tabulka 24: Počet obyvatel s příjmením Dvořáková v SO ORP Středočeského kraje

SO ORP	Četnost	SO ORP	Četnost
Benešov	286	Mělník	143
Beroun	107	Mladá Boleslav	255
Brandýs nad Labem – Stará Boleslav	302	Mnichovo Hradiště	34
Čáslav	36	Neratovice	92
Černošice	394	Nymburk	90
Český Brod	42	Poděbrady	52
Dobříš	69	Příbram	157
Hořovice	39	Rakovník	88
Kladno	264	Říčany	187
Kolín	212	Sedlčany	152
Kralupy nad Vltavou	85	Slaný	98
Kutná Hora	98	Vlašim	85
Lysá nad Labem	56	Votice	99

Zdroj: KDEJSME.CZ, 2022

Řešení:

Jako první je za potřebí si hodnoty uspořádat od nejmenší po největší: 34, 36, 39, 42, 52, 56, 69, 85, 85, 88, 90, 92, 98, 98, 99, 107, 143, 152, 157, 187, 212, 255, 264, 286, 302, 394. I po uspořádání se musí počet jednotek shodovat s počtem jednotek v zadání, což znamená, že i když se některé hodnoty v souboru opakují, i v uspořádání musí být uvedeny tolikrát, kolikrát jsou v původním zadání.

V tomto případě má soubor 26 jednotek, tedy sudý počet jednotek. Medián bude roven aritmetickému průměru jednotek, které se nachází na pozici $\frac{26}{2} = 13$ a $\frac{26}{2} + 1 = 14$. Na 13. a 14. místě se nachází čísla 98 a 98, medián bude roven číslu $\frac{98+98}{2} = \frac{196}{2} = 98$. Na základě výpočtu mediánu lze říct, že v polovině z obcí s rozšířenou působností žije

méně než 98 nebo 98 obyvatel s příjmením Dvořáková, a naopak v druhé polovině ze všech obcí žije více jak 98 občanů s příjmením Dvořáková.

Aritmetický průměr se poté spočte takto (4): $34 + 36 + 39 + 42 + 52 + 56 + 69 + 85 + 85 + 88 + 90 + 92 + 98 + 98 + 99 + 107 + 143 + 152 + 157 + 187 + 212 + 255 + 264 + 286 + 302 + 394 = 3\,522$; $\frac{3522}{26} = 135$. V každé obci s rozšířenou působností žije v průměru 135 obyvatel s příjmením Dvořáková.

Je vidět že medián a aritmetický průměr se i přes to, že by měly reprezentovat charakteristiku polohy, vcelku liší. Aritmetický průměr je vyšší než hodnota mediánu. Velmi záleží na rozložení celého souboru. Při pohledu na statistický soubor je vidět, že nejvíce jednotek se pohybuje kolem hodnoty 80, 90 a hodnoty vyšší hodnoty mají mezi sebou již vyšší intervaly a nejsou tak hojně zastoupeny, s čímž ale aritmetický průměr nepočítá a tyto data poté mohou výsledek velmi ovlivnit. Proto je pro výpočet průměrné hodnoty velmi často výhodnější použít jako charakteristiku polohy medián.

Příklad 2: Na základě dat o celkové rozloze správních obvodů obcí s rozšířenou působností v Pardubickém kraji a výměře orné půdy v těchto obvodech určete, kolik procent zabírá orná půda z celkové rozlohy, a následně určete průměrnou procentuální hodnotu zastoupení orné půdy v obvodech za použití mediánu.

Tabulka 25: Výměra orné půdy v SO ORP Pardubického kraje

SO ORP	Celková výměra [km ²]	Orná půda [km ²]	SO ORP	Celková výměra [km ²]	Orná půda [km ²]
Česká Třebová	79,7	19,1	Pardubice	409,3	231,5
Hlinsko	246,7	77,3	Polička	272,7	104,8
Holice	213,7	84,3	Přelouč	257,3	108,5
Chrudim	746,1	366,2	Svitavy	351,6	156,8
Králíky	158,6	24,9	Ústí nad Orlicí	190,5	63,8
Lanškroun	275,2	103,3	Vysoké Mýto	281,9	152,4
Litomyšl	337,1	189,3	Žamberk	281,5	91,5
Moravská Třebová	417,3	168,4	Celkem	4 519,2	1 942,1

Zdroj: ČÚZK, 2019

Řešení:

Procentuální zastoupení orné půdy lze spočítat jako podíl mezi výměrou orné půdy a celkovou výměrou území, který se následně vynásobí 100: $\frac{\text{celková výměra}}{\text{orná půda}} \cdot 100$.

Pro Českou Třebovou bude platit: $\frac{19,1}{79,7} \cdot 100 = 24,0$. Stejný výpočet bude platit i pro další obce s rozšířenou působností.

Tabulka 26: *Výměra orné půdy v SO ORP Pardubického kraje (relativní četnosti)*

SO ORP	Celková výměra [km ²]	Orná půda [km ²]	Orná půda [%]
Česká Třebová	79,7	19,1	24,0
Hlinsko	246,7	77,3	31,3
Holice	213,7	84,3	39,4
Chrudim	746,1	366,2	49,1
Králíky	158,6	24,9	15,7
Lanškroun	275,2	103,3	37,5
Litomyšl	337,1	189,3	56,2
Moravská Třebová	417,3	168,4	40,4
Pardubice	409,3	231,5	56,6
Polička	272,7	104,8	38,4
Přelouč	257,3	108,5	42,2
Svitavy	351,6	156,8	44,6
Ústí nad Orlicí	190,5	63,8	33,5
Vysoké Mýto	281,9	152,4	54,1
Žamberk	281,5	91,5	32,5
Pardubický kraj	4 519,2	1 942,1	43,0

Zdroj: *Vlastní*

Právě s těmito hodnotami se bude následně pracovat při určování mediánu. Nejprve je ale za potřebí si hodnoty vzestupně uspořádat: 15,7; 24,0; 31,3; 32,5; 33,5; 37,5; 38,4; 39,4; 40,4; 42,2; 44,6; 49,1; 54,1; 56,2; 56,6. Jelikož se v Pardubickém kraji nachází 15 obcí s rozšířenou působností, tedy lichý počet jednotek, za medián bude brána hodnota, která se ve vzestupném uspořádání nachází na $\frac{n+1}{2}$ pozici. Za n bude dosazeno číslo 15: $\frac{15+1}{2} = \frac{16}{2} = 8$. Medián bude zastupovat číslo, které se nachází na osmé pozici, v tomto případě je to číslo 39,4. Ve správních obvodech obcí s rozšířenou působností v Pardubickém kraji se vyskytuje právě polovina obcí s rozšířenou působností, kde z celkové rozlohy zaujímá orná půda méně než 39,4 % nebo 39,4 % a naopak v polovině z těchto správních obvodů se nachází více jak 39,4 % orné půdy z celkové rozlohy obvodu.

4.9 Geometrický průměr

Příklad 1: Následující tabulka 27 uvádí data o hrubém domácím produktu na 1 obyvatele mezi lety 2010 až 2020 v Jihočeském kraji. Pro roky 2010 až 2020 určete, jak se HDP změnilo oproti předcházejícímu roku, a za pomoci geometrického průměru určete průměrné tempo růstu hrubého domácího produktu v těchto letech.

Tabulka 27: HDP na 1 obyvatele v Jihočeském kraji mezi lety 2010 až 2020

Rok	HDP na 1 obyvatele [Kč]
2010	312 784
2011	315 115
2012	323 248
2013	325 171
2014	334 700
2015	351 908
2016	360 689
2017	388 721
2018	407 549
2019	436 068
2020	432 736

Zdroj: ČSÚ, 2022a

Řešení:

Změnu HDP oproti minulému roku lze vypočítat pomocí podílu dvou po sobě následujících hodnot, kde v čitateli bude hodnota x_n a ve jmenovateli x_{n-1} , lze říct, že každý rok slouží jako základna k následujícímu roku, konkrétně pro rok 2011 bude výpočet vypadat následovně: $\frac{x_n}{x_{n-1}} = \frac{315\,115}{312\,784} = 100,75$. Hodnoty pro další roky se získávají stejným postupem.

Tabulka 28: HDP na 1 obyvatele v Jihočeském kraji mezi lety 2010 až 2020 se změnou mezi jednotlivými roky

Rok	HDP na 1 obyvatele [Kč]	Změna HDP oproti minulému roku
2010	312 784	X
2011	315 115	100,75
2012	323 248	102,58
2013	325 171	100,59
2014	334 700	102,93
2015	351 908	105,14
2016	360 689	102,50
2017	388 721	107,77
2018	407 549	104,84
2019	436 068	107,00
2020	432 736	99,24

Zdroj: Vlastní

Průměrné tempo růstu hrubého domácího produktu mezi roky 2010 a 2020 se poté spočte právě z dat o změnách HDP mezi těmito lety a pomocí geometrického průměru.

Výpočet bude vypadat následovně (viz (6)): $\sqrt[10]{x_1 \cdot x_2 \cdot x_3 \cdot x_4 \cdot x_5 \cdot x_6 \cdot x_7 \cdot x_8 \cdot x_9 \cdot x_{10}} = \sqrt[10]{100,75 \cdot 102,58 \cdot 100,59 \cdot 102,93 \cdot 105,14 \cdot 102,50 \cdot 107,77 \cdot 104,84 \cdot 107,00 \cdot 99,24} = 103,3$. Z tohoto výsledku vyplývá, že průměrné tempo růstu hrubého domácího produktu v Jihočeském kraji mezi lety 2010 až 2020 bylo + 3,3 %.

Příklad 2: Z údajů o počtu obyvatel ve Středočeském a Zlínském kraji z posledních pěti sčítání lidu, které na tomto území proběhlo, vypočítejte průměrné tempo růstu počtu obyvatel. Výpočet proveďte bez mezivýpočtu změny po sobě jdoucích hodnot a výsledky těchto krajů stručně porovnejte. Data v tabulce 29 jsou uvedena v tisících.

Tabulka 29: Počet obyvatel Středočeského a Zlínského kraje v letech 1980, 1991, 2001, 2011, 2021

Kraj	Sčítání v roce				
	1980	1991	2001	2011	2021
Středočeský kraj	1 151	1 113	1 122	1 269	1 415
Zlínský kraj	591	597	595	590	564

Zdroj: ČSÚ, 2022f; ČSÚ, 2022i

Řešení:

Průměrné tempo růstu počtu obyvatel se získá za pomoci geometrického průměru. Jelikož má být výpočet proveden bez předem vypočtené změny, budou se data o počtu obyvatel zadávat rovnou do vzorce pro geometrický průměr (6). Pro Středočeský kraj bude platit: $\sqrt[4]{\frac{1\,113}{1\,151} \cdot \frac{1\,122}{1\,113} \cdot \frac{1\,269}{1\,122} \cdot \frac{1\,415}{1\,269}}$, z tohoto zápisu je vidět, že se většina hodnot mezi sebou vzájemně vykrátí a pro výpočet geometrického průměru stačí pouze první a poslední hodnota. Pod odmocninou tak nakonec zůstane pouze podíl poslední hodnoty v čitateli a první hodnoty ve jmenovateli: $\sqrt[4]{\frac{1415}{1151}} = 1,053$. Pokud se toto číslo ještě vynásobí 100, výsledek bude 105,3 a lze říct, že průměrné tempo růstu počtu obyvatel mezi lety 1980 a 2021 ve Středočeském kraji bylo + 5,3 %.

Pro Zlínský kraj bude platit to samé, průměrné tempo růstu bude odpovídat čtvrté odmocnině z podílu poslední a první hodnoty: $\sqrt[4]{\frac{564}{591}} = 0,988$. Po převedení na procenta bude toto číslo $0,988 \cdot 100 = 98,8$, což znamená, že průměrné tempo růstu počtu obyvatel ve Zlínském kraji od roku 1980 do roku 2021 odpovídá číslu – 1,2 %, jde tedy o pokles.

Hlavní rozdíl u těchto dvou krajů spočívá v tom, že u Středočeského kraje je hodnota růstu kladná a u Zlínského kraje je hodnota záporná. To ve zkratce znamená,

že ve Středočeském kraji dlouhodobě obyvatel přibývá a ve Zlínském kraji naopak obyvatel ubývá. Ve Středočeském kraji navíc obyvatel přibývá rychleji než ubývá obyvatel v kraji Zlínském.

4.10 Harmonický průměr

Příklad 1: Z Prahy do Pardubic jezdí několik typů vlaků od různých dopravců. I když všechny tyto vlaky vyjíždění z hlavního nádraží v Praze, konečnou stanici mají na hlavním nádraží v Pardubicích a jezdí po stejné železnici, jejich časy se liší. Konkrétní časy jsou uvedeny v následující tabulce 30. Spočítejte, jak průměrně dlouho trvá cesta vlakem z Prahy do Pardubic.

Tabulka 30: Typy vlakových spojení mezi Prahou a Pardubicemi

Vlak	Čas
SuperCity Pendolino České Dráhy	1 h 3 min
InterCity České Dráhy	1 h 3 min
Eurocity České Dráhy	1 h 9 min
Rychlík České Dráhy	1 h 13 min
RegioJet	1 h 5 min
LeoExpress	1 h 4 min

Zdroj: IDOS.CZ, 2022

Řešení:

V prvním kroku je potřeba si převést časy tak, aby se s nimi dalo počítat. 1 h 3 min bude rovna číslu 1,050 h, 1 h 4 min bude 1,067, a 1 h 5 min bude 1,083, 1 h 9 min bude 1,150 h a 1 h 13 min bude rovna 1,217. Nyní je již možno za pomoci harmonického průměru zjistit, jak průměrně dlouho trvá cesta vlakem z Prahy do Pardubic:

$$\frac{6}{\frac{1}{x_1} + \frac{1}{x_2} + \frac{1}{x_3} + \frac{1}{x_4} + \frac{1}{x_5} + \frac{1}{x_6}} \quad (7) = \frac{6}{\frac{1}{1,050} + \frac{1}{1,050} + \frac{1}{1,067} + \frac{1}{1,083} + \frac{1}{1,150} + \frac{1}{1,217}} = \frac{6}{5,457} = 1,0995. \text{ Průměrně trvá}$$

cesta vlakem z Prahy do Pardubic 1,0995 h, což odpovídá 1 hodině a 6 minutám.

Příklad 2: Kuba a Karolínka se společně s maminkou zúčastnili samosběru jahod. Všichni tři sbírali do svých vlastních košíků, které byly stejně velké. Maminka ten svůj naplnila za 20 minut. Kuba za 40 minut a Karolínka za 45 minut. Jak dlouho by jim v průměru trvalo naplnit jeden košík, kdyby pracovali společně? Pro výpočet nejprve využijte vzorec pro harmonický průměr, a následně zkuste ten samý příklad vypočítat i bez použití tohoto vzorce.

Řešení:

Při použití vzorce pro harmonický průměr (7) bude platit: $\frac{3}{\frac{1}{20} + \frac{1}{40} + \frac{1}{45}} = \frac{3}{\frac{18+9+8}{360}} = \frac{3}{\frac{35}{360}} = 3 \cdot \frac{72}{7} = 30,9$. Společně by jeden košík v průměru naplnili za necelých 31 minut.

Ke stejnému výsledku se dojde i přes úvahu, kdy se zadá časová jednotka, po kterou by maminka, Kuba i Karolínka sbírali jahody, poté by se určilo, kolik toho každý nasbíral a výsledek by byl roven podílu mezi odpracovaným časem a nasbíranými košíky. V tomto případě je potřeba si určit společný násobek čísel 20, 40 a 45, což může být například číslo 360. Za 360 minut by maminka nasbírala 18 košíků jahod, Kuba 9 košíků jahod a Karolínka 8 košíků jahod. Dohromady by nasbírali $18 + 9 + 8 = 35$ košíků. A jelikož by každý pracoval 360 minut, celkový odpracovaný čas by byl $3 \cdot 360 = 1\,080$ minut. Jeden košík by v průměru nasbírali za $\frac{1080}{35} = 30,9$ minut. Je vidět, že se došlo ke stejnému výsledku jako v případě, že se použil vzorec pro výpočet harmonického průměru.

4.11 Kvantily

Příklad 1: Z dat o správních obvodech obcí s rozšířenou působností v kraji Vysočina určete dolní a horní kvartil pro rozlohu těchto obvodů. Vysvětlete, co tyto kvantily znamenají.

Tabulka 31: Rozloha SO ORP kraje Vysočina

SO ORP	Rozloha [km ²]
Bystřice nad Pernštejnem	348
Havlíčkův Brod	632
Humpolec	228
Chotěboř	329
Jihlava	922
Moravské Budějovice	414
Náměšť nad Oslavou	211
Nové město na Moravě	293
Pacov	235
Pelhřimov	827
Světlá nad Sázavou	290
Telč	291
Třebíč	837
Velké Meziříčí	473
Žďár nad Sázavou	464

Zdroj: ČSÚ, 2022j

Řešení:

Jako první je třeba si hodnoty vzestupně uspořádat. U rozlohy bude platit: 211, 228, 235, 290, 291, 293, 329, 348, 414, 464, 473, 632, 827, 837, 922. Kvantily dělí soubor na čtyři čtvrtiny, proto bude pro dolní kvartil platit $\frac{n}{4} = \frac{15}{4} = 3,75$, což je po zaokrouhlení číslo 4. Dolním kvantilem bude číslo, které je v pořadí čtvrté, tedy číslo 290. Pro horní kvartil bude platit $\frac{3}{4} \cdot n = \frac{3}{4} \cdot 15 = 11,25$. V tomto případě by se po zaokrouhlení horní kvartil rovnal jedenácté hodnotě, ale při určování kvartilů se ve většině případů vždy bere další celé číslo, což znamená, že horním kvantilem bude dvanáctá hodnota, tedy číslo 632.

Díky zjištěným kvartilům lze říct, že jedna čtvrtina ze všech obcí s rozšířenou působností kraje Vysočina, to je 25 % z nich, jsou, co se týče jejich rozlohy, menších nebo rovno 290 km². Naopak u 25 % obvodů je rozloha vyšší nebo rovna 632 km², jinými slovy 75 % obcí s rozšířenou působností je menších než 632 km².

Příklad 2: Následující tabulka 32 uvádí, kolik obyvatel žilo v jednotlivých obcích, které se nachází na území správního obvodu obce s rozšířenou působností Holice, v roce 2020. Určete dolní a horní kvartil tohoto souboru a stručně popište, co tyto údaje znamenají.

Tabulka 32: Počet obyvatel žijících v obcích SO ORP Holice

Obec	Počet obyvatel
Býšť	1 577
Dolní Roveň	2 076
Dolní Ředice	977
Holice	6 603
Horní Jelení	2 082
Horní Ředice	1 051
Chvojenec	731
Jaroslav	241
Ostřetín	928
Poběžovice u Holic	290
Trusnov	223
Uhersko	350
Veliny	497
Vysoké Chvojno	418

Zdroj: ČSÚ, 2022e

Řešení:

Pro výpočet kvartilů musí být data uspořádané vzestupně, pracovat se bude s těmito hodnotami: 223, 241, 290, 350, 418, 497, 731, 928, 977, 1 051, 1 577, 2 076, 2 082, 6 603. Pro dolní kvartil bude výpočet vypadat takto: $\frac{n}{4} = \frac{14}{4} = 3,5$. Po zaokrouhlení to bude číslo 4, což znamená, že dolním kvartilem bude čtvrtá hodnota v pořadí, v tomto případě číslo 350. Pro horní kvartil bude platit $\frac{3}{4} \cdot n = \frac{3}{4} \cdot 14 = 10,5$. Jelikož dalším celým číslem je číslo 11, bude horním kvartilem v pořadí jedenáctá hodnota, tedy číslo 1 577.

Ve shrnutí to znamená, že ve 25 % ze všech obcí žije méně než nebo rovných 350 obyvatel. A naopak, ve 25 % obcí žije více jak nebo rovných 1 577 obyvatel.

Příklad 3: Ve čtvrtém ročníku na gymnáziu chtěli zjistit, jak jsou na tom jejich studenti před nadcházející maturitní zkouškou, a proto jim připravili porovnávací test z českého jazyka, který se obsahově velmi podobal maturitní zkoušce. Testu se zúčastnilo celkem 51 studentů. V testu mohli studenti získat maximálně 50 bodů. Konkrétní výsledky studentů jsou uvedeny v tabulce 33. Zjistěte, jak na tom v porovnání s ostatními byli Student 01 a Student 02 za pomoci percentilů.

Tabulka 33: *Výsledky porovnávacího testu studentů čtvrtého ročníku gymnázia*

Student	Body	Student	Body	Student	Body
Student 01	42	Student 18	48	Student 35	30
Student 02	32	Student 19	26	Student 36	49
Student 03	21	Student 20	45	Student 37	40
Student 04	48	Student 21	30	Student 38	23
Student 05	27	Student 22	36	Student 39	33
Student 06	23	Student 23	29	Student 40	41
Student 07	46	Student 24	50	Student 41	37
Student 08	37	Student 25	34	Student 42	35
Student 09	30	Student 26	28	Student 43	44
Student 10	35	Student 27	40	Student 44	30
Student 11	44	Student 28	41	Student 45	48
Student 12	25	Student 29	33	Student 46	29
Student 13	33	Student 30	19	Student 47	37
Student 14	50	Student 31	45	Student 48	46
Student 15	41	Student 32	30	Student 49	36
Student 16	28	Student 33	37	Student 50	40
Student 17	22	Student 34	29	Student 51	23

Zdroj: *Vlastní*

Řešení:

Jako první je potřeba si data vzestupně seřadit, aby bylo vidět, na jaké pozici se tento bodový zisk nachází: 19, 21, 22, 23, 23, 23, 25, 26, 27, 28, 28, 29, 29, 29, 30, 30, 30, 30, 30, 32, 33, 33, 33, 34, 35, 35, 36, 36, 37, 37, 37, 37, 40, 40, 40, 41, 41, 41, 42, 44, 44, 45, 45, 46, 46, 48, 48, 48, 49, 50, 50. Z tohoto uspořádání už je jasné, že 32 bodů je 20. v pořadí a 42 bodů je 39. v pořadí. V případě, že by se vědělo, jaký percentil je ten hledaný, vypadal by výpočet takto: $\frac{x}{100} \cdot 51 = y$, kde x by byl právě hledaný

percentil a y by zastupovalo pozici na které se tento percentil vyskytoval, v tomto případě je to ale naopak, je známa pozice, a neznámý je percentil, a proto je potřeba si ze vzorce vyjádřit právě x, které zastupuje percentil: $x = \frac{100 \cdot y}{51}$. Pro Studenta 01 bude poté platit $\frac{100 \cdot 39}{51} = \frac{100 \cdot 13}{17} = \frac{1300}{17} = 76,47$. Pro Studenta 02 zase $\frac{100 \cdot 20}{51} = \frac{2000}{51} = 39,22$.

Bylo zjištěno, že 39,22 % studentů bylo méně nebo stejně úspěšných jako Student 02 a 76,47 % studentů bylo méně nebo stejně úspěšných jako Student 01.

Příklad 4: V tabulce 34 jsou uvedena data o ročním počtu odletů osobních letadel, které proběhly z území České republiky, započítán je mezinárodní i vnitrostátní provoz. U tohoto souboru určete 33. a 66. percentil.

Tabulka 34: Počty odletů osobních letadel z území ČR mezi lety 1997 až 2020

Rok	Odlety	Rok	Odlety	Rok	Odlety
1997	2 191 242	2005	5 671 715	2013	6 015 298
1998	2 309 493	2006	6 171 561	2014	6 050 658
1999	2 540 833	2007	6 607 251	2015	6 338 990
2000	2 924 429	2008	6 752 596	2016	6 836 188
2001	3 165 369	2009	6 176 392	2017	8 118 491
2002	3 296 512	2010	6 109 239	2018	8 877 554
2003	3 896 114	2011	6 320 947	2019	9 373 823
2004	5 012 262	2012	5 872 101	2020	1 936 136

Zdroj: ČSÚ, 2022c

Řešení:

33. percentilem bude ta hodnota, která se po vzestupném uspořádání tohoto souboru bude nacházet na pozici $\frac{33}{100} \cdot 24 = 7,92$, respektive na osmé pozici, jelikož se zaokrouhluje takovým způsobem, že se bere následující celé číslo. Naopak pro 67. percentil bude platit: $\frac{67}{100} \cdot 24 = 16,08$, pokud se vezme následující celé číslo, bude 67. percentilem hodnota, která se nachází na sedmnácté pozici.

Pro konkrétní určení percentilů je potřeba mít hodnoty vzestupně uspořádané. Po vzestupném uspořádání by tabulka vypadala následovně.

Tabulka 35: Počty odletů osobních letadel z území ČR mezi lety 1997 až 2020 (vzestupné uspořádání)

Pořadí	Rok	Odlety	Pořadí	Rok	Odlety	Pořadí	Rok	Odlety
1.	2020	1 936 136	9.	2004	5 012 262	17.	2011	6 320 947
2.	1997	2 191 242	10.	2005	5 671 715	18.	2015	6 338 990
3.	1998	2 309 493	11.	2012	5 872 101	19.	2007	6 607 251
4.	1999	2 540 833	12.	2013	6 015 298	20.	2008	6 752 596
5.	2000	2 924 429	13.	2014	6 050 658	21.	2016	6 836 188
6.	2001	3 165 369	14.	2010	6 109 239	22.	2017	8 118 491
7.	2002	3 296 512	15.	2006	6 171 561	23.	2018	8 877 554
8.	2003	3 896 114	16.	2009	6 176 392	24.	2019	9 373 823

Zdroj: Vlastní

Nyní je už vidět, že 33. percentilem bude hodnota z roku 2003 3 896 114 cestujících a 67. percentilem hodnota z roku 2011 6 320 947 cestujících. Řečeno jinými slovy, mezi lety 1997 a 2020 odletělo ročně v přibližně jedné třetině případů z letišť na území České republiky méně než 3 896 114 cestujících a naopak v jedné třetině z těchto roků odletělo více jak 6 320 947 cestujících.

4.12 Rozptyl, směrodatná odchylka

Příklad 1: Následující tabulky 36 a 37 uvádějí počty narozených v jednotlivých okresech Jihočeského a Plzeňského kraje v roce 2020.

- a) Jaký je rozptyl počtu narozených v okresech Jihočeského kraje? Jaký je rozptyl počtu narozených v okresech Plzeňského kraje? Co lze na základě rozptylu říct o počtu narozených v okresech těchto dvou krajů?
- b) Jak bude vypadat směrodatná odchylka těchto dvou souborů?

Tabulka 36: Počet narozených v okresech Jihočeského kraje v roce 2020

Jihočeský kraj	Počet narozených
České Budějovice	2 267
Český Krumlov	635
Jindřichův Hradec	885
Písek	675
Prachatice	457
Strakonice	660
Tábor	993

Zdroj: ČSÚ, 2021d

Tabulka 37: Počet narozených v okresech Plzeňského kraje v roce 2020

Plzeňský kraj	Počet narozených
Domažlice	601
Klatovy	835
Plzeň – město	1 990
Plzeň – jih	612
Plzeň – sever	811
Rokycany	508
Tachov	536

Zdroj: ČSÚ, 2021e

Řešení:

- a) Nejprve je zapotřebí si podle vzorce (4) spočítat aritmetický průměr hodnot, se kterým se bude počítat dále ve vzorci pro rozptyl. Pro Jihočeský kraj se bude aritmetický průměr rovnat číslu $2\,267 + 635 + 885 + 675 + 457 + 660 + 993 = 6\,572$, které se následně vydělí 7: $\frac{6\,572}{7} = 938,86$. Pro Plzeňský kraj bude zase platit: $601 + 835 + 1\,990 + 612 + 811 + 508 + 536 = 5\,893$ a $\frac{5\,893}{7} = 841,86$. Průměrný počet narozených v roce 2020 v okresech Jihočeského kraje je přibližně 939 a v Plzeňském kraji 842 dětí.

Nyní je již možno postupně dosazovat do vzorce pro rozptyl (8). Pro větší přehlednost je možné si výpočet zaznamenat do tabulky jako je následující tabulka 38 a 39.

Tabulka 38: Počet narozených v okresech Jihočeského kraje v roce 2020 (rozptyl)

Jihočeský kraj	Počet narozených	$x_i - \bar{x}$	$(x_i - \bar{x})^2$
České Budějovice	2 267	1 328,14	1 763 963,45
Český Krumlov	635	-303,86	92 329,16
Jindřichův Hradec	885	-53,86	2 900,59
Písek	675	-263,86	69 620,59
Prachatice	457	-481,86	232 186,31
Strakonice	660	-278,86	77 761,31
Tábor	993	54,14	2 931,45

Zdroj: Vlastní

Pro Jihočeský kraj bude dále platit: $\frac{1}{7} \cdot (1\,763\,963,45 + 92\,329,16 + 2\,900,59 + 69\,620,59 + 232\,186,31 + 77\,761,31 + 2\,931,45) = \frac{1}{7} \cdot 2\,241\,692,86 = 320\,241,84$.

Tabulka 39: Počet narozených v okresech Plzeňského kraje v roce 2020 (rozptyl)

Plzeňský kraj	Počet narozených	$x_i - \bar{x}$	$(x_i - \bar{x})^2$
Domažlice	601	-240,86	58 012,16
Klatovy	835	-6,86	47,02
Plzeň – město	1 990	1 148,14	1 318 232,02
Plzeň – jih	612	-229,86	52 834,31
Plzeň – sever	811	-30,86	952,16
Rokycany	508	-333,86	111 460,59
Tachov	536	-305,86	93 548,59

Zdroj: Vlastní

Pro Plzeňský kraj bude výpočet vypadat následovně: $\frac{1}{7} \cdot (58\,012,16 + 47,02 + 1\,318\,232,02 + 52\,834,31 + 952,16 + 111\,460,59 + 93\,548,59) = \frac{1}{7} \cdot 1\,635\,086,86 = 233\,583,84$.

Pro počet narozených v okresech Jihočeského kraje v roce 2020 platí rozptyl o velikosti 320 241,84. Pro počet narozených v okresech Plzeňského kraje je rozptyl roven číslu 233 583,84.

Na základě těchto hodnot lze říct, že počet narozených je více variabilní v okresech Jihočeského kraje než v okresech Plzeňského kraje (nízký rozptyl u Plzeňského kraje značí to, že tato data jsou shromážděna blíže ke střední hodnotě než u Jihočeského kraje, kde jsou data od střední hodnoty rozptýlena více).

- b) Směrodatná odchylka se spočítá prostou odmocninou z rozptylu (9). Jelikož rozptyl se počítal již v předchozím kroku, stačí tuto hodnotu odmocnit. Pro Jihočeský kraj to bude $\sqrt{320\,241,84} = 565,90$ narozených. Pro kraj Plzeňský bude zase platit směrodatná odchylka $\sqrt{233\,583,84} = 483,31$ narozených.

Příklad 2: V tabulce 40 jsou uvedeny průměrné hrubé měsíční mzdy učitelů na středních školách v krajích České republiky v letech 2012 a 2020. Je vidět, že se v obou letech mzdy v jednotlivých krajích lišily. Nejprve zjistěte, jaká byla průměrná hrubá měsíční mzda středoškolských učitelů v České republice v těchto dvou letech? Poté u těchto dvou roků určete rozptyl a směrodatnou odchylku.

Tabulka 40: Průměrná hrubá měsíční mzda učitelů středních škol podle krajů ČR v roce 2012 a 2020

Kraj	2012 [Kč]	2020 [Kč]	Kraj	2012 [Kč]	2020 [Kč]
Hlavní město Praha	28 568	47 438	Královéhradecký kraj	26 821	45 431
Středočeský kraj	25 545	47 891	Pardubický kraj	26 759	44 194
Jihočeský kraj	26 871	45 055	Vysočina	25 529	47 770
Plzeňský kraj	27 461	46 299	Jihomoravský kraj	25 869	45 268
Karlovarský kraj	27 446	46 094	Olomoucký kraj	26 801	45 114
Ústecký kraj	27 477	45 681	Zlínský kraj	26 034	45 513
Liberecký kraj	27 290	45 787	Moravskoslezský kraj	26 146	45 411

Zdroj: ČSÚ, 2020; ČSÚ 2021a

Řešení:

Pro výpočet průměrné hrubé měsíční mzdy lze použít aritmetický průměr (4). Pro rok 2012 bude platit: $28\,568 + 25\,545 + 26\,871 + 27\,461 + 27\,446 + 27\,477 + 27\,290 + 26\,821 + 26\,759 + 25\,529 + 25\,869 + 26\,801 + 26\,034 + 26\,146 = 374\,617$, po vydělení $\frac{374\,617}{14} = 26\,758,36$. Pro rok 2020 to bude zase $47\,438 + 47\,891 + 45\,055 + 46\,299 + 46\,299 + 46\,094 + 45\,681 + 45\,787 + 45\,431 + 44\,194 + 47\,770 + 45\,268 + 45\,114 + 45\,513 + 45\,411 = 642\,946$, po vydělení $\frac{642\,946}{14} = 45\,924,71$.

Průměrná hrubá měsíční mzda v České republice v roce 2012 byla 26 758 Kč, v roce 2020 poté činila 45 925 Kč.

Rozptyl se vypočte za pomoci vzorce (8), kde se využije výše vypočtený aritmetický průměr. Pro přehlednost lze pro oba roky vytvořit tabulka 41, kde bude zaznamenán

jednak rozdíl aritmetického průměru od jednotlivých statistických hodnot a jednak jeho následné umocnění.

Tabulka 41: *Průměrná hrubá měsíční mzda učitelů středních škol podle krajů ČR v roce 2012 (rozptyl)*

Kraj	2012 [Kč]	$x_i - \bar{x}$	$(x_i - \bar{x})^2$
Hlavní město Praha	28 568	1809,64	3 274 807,27
Středočeský kraj	25 545	-1213,36	1 472 235,56
Jihočeský kraj	26 871	112,64	12 688,41
Plzeňský kraj	27 461	702,64	493 706,98
Karlovarský kraj	27 446	687,64	472 852,70
Ústecký kraj	27 477	718,64	516 447,56
Liberecký kraj	27 290	531,64	282 644,13
Královéhradecký kraj	26 821	62,64	3 924,13
Pardubický kraj	26 759	0,64	0,41
Vysočina	25 529	-1229,36	1 511 318,98
Jihomoravský kraj	25 869	-889,36	790 956,13
Olomoucký kraj	26 801	42,64	1 818,41
Zlínský kraj	26 034	-724,36	524 693,27
Moravskoslezský kraj	26 146	-612,36	374 981,27

Zdroj: *Vlastní*

Ted' už zbývá provést pouze součet hodnot ze čtvrtého sloupce tabulky 41, který se následně vynásobí jednou čtrnáctinou: $\frac{1}{14} \cdot (3\,271\,807,27 + 1\,472\,235,56 + 12\,688,41 + 493\,706,98 + 472\,852,70 + 516\,447,56 + 282\,644,13 + 3\,924,13 + 0,41 + 1\,511\,318,98 + 790\,956,13 + 1\,818,41 + 524\,693,27 + 374\,981,27) = \frac{1}{14} \cdot 9\,733\,075,21 = 695\,219,66$.

Tabulka 42: Průměrná hrubá měsíční mzda učitelů středních škol podle krajů ČR v roce 2020 (rozptyl)

Kraj	2020 [Kč]	$x_i - \bar{x}$	$(x_i - \bar{x})^2$
Hlavní město Praha	47 438	1513,29	2 290 033,65
Středočeský kraj	47 891	1966,29	3 866 279,51
Jihočeský kraj	45 055	-869,71	756 402,94
Plzeňský kraj	46 299	374,29	140 089,80
Karlovarský kraj	46 094	169,29	28 657,65
Ústecký kraj	45 681	-243,71	59 396,65
Liberecký kraj	45 787	-137,71	18 965,22
Královéhradecký kraj	45 431	-493,71	243 753,80
Pardubický kraj	44 194	-1730,71	2 995 371,94
Vysočina	47 770	1845,29	3 405 079,37
Jihomoravský kraj	45 268	-656,71	431 273,65
Olomoucký kraj	45 114	-810,71	657 257,65
Zlínský kraj	45 513	-411,71	169 508,65
Moravskoslezský kraj	45 411	-513,71	263 902,37

Zdroj: Vlastní

To samé platí pro rok 2020, tento výpočet bude vypadat následovně: $\frac{1}{14} \cdot (2\,290\,033,65 + 3\,866\,279,51 + 756\,402,94 + 140\,089,80 + 28\,657,65 + 59\,396,65 + 18\,965,22 + 243\,753,80 + 2\,995\,371,94 + 3\,405\,079,37 + 431\,273,65 + 657\,257,65 + 169\,508,65 + 263\,902,37) = \frac{1}{14} \cdot 15\,325\,972,86 = 1\,094\,715,35$.

Směrová odchylka bude poté rovna odmocnině z rozptylů (9). Pro rok 2012 to bude $\sqrt{695\,219,66} = 833,80$. Pro rok 2022 zase $\sqrt{1\,094\,711,35} = 1\,046,29$.

Pro průměrnou hrubou měsíční mzdu středoškolských učitelů v roce 2012 v krajích České republiky platí rozptyl 695 219,66 a směrodatná odchylka 833,80 Kč. Pro průměrnou hrubou měsíční mzdu učitelů středních škol v roce 2020 v krajích České republiky byl vypočten rozptyl 1 094 715,35 a směrodatná odchylka 1 046,29 Kč.

4.13 Mezikvartilová odchylka

Příklad 1: Tabulka četností 43 zaznamenává výšku studentů jedné třídy. Pomocí dolního a horního kvartilu určete mezikvartilovou odchylku tohoto souboru.

Tabulka 43: Četnost výšky studentů

Výška [cm]	150	160	165	170	175	180	185	190
Četnost	1	2	4	6	6	5	3	1

Zdroj: Vlastní

Řešení:

Pro určení dolního a horního kvartilu je potřeba si hodnoty vzestupně uspořádat: 150, 160, 160, 165, 165, 165, 165, 170, 170, 170, 170, 170, 170, 175, 175, 175, 175, 175, 175, 180, 180, 180, 180, 180, 185, 185, 185, 190.

Pro dolní kvartil bude platit $\frac{n}{4} = \frac{28}{4} = 7$. Dolním kvartilem bude hodnota 165, jelikož je sedmá v pořadí. Pro horní kvartil bude platit $\frac{3}{4} \cdot n = \frac{3}{4} \cdot 28 = 21$. Dvacátou první hodnotou v pořadí je hodnota 180.

Po dosazení do vzorce (10) se získá hodnota mezikvartilové odchylka $\frac{1}{2} \cdot (180 - 165) = \frac{1}{2} \cdot 15 = 7,5$. Mezikvartilová odchylka tohoto souboru je rovna 7,5 cm.

Příklad 2: Tabulka 44 vykazuje počet odletů osobních letadel z území České republiky v letech 2006 až 2020. U tohoto souboru určete medián a mezikvartilovou odchylku.

Tabulka 44: Počty odletů osobních letadel z území ČR mezi lety 2006 až 2020

Rok	Odlety	Rok	Odlety	Rok	Odlety
2006	6 171 561	2011	6 320 947	2016	6 836 188
2007	6 607 251	2012	5 872 101	2017	8 118 491
2008	6 752 596	2013	6 015 298	2018	8 877 554
2009	6 176 392	2014	6 050 658	2019	9 373 823
2010	6 109 239	2015	6 338 990	2020	1 936 136

Zdroj: ČSÚ, 2022c

Řešení:

Pro výpočet mediánu i mezikvartilové odchylky bude vhodné si data vzestupně uspořádat.

Tabulka 45: Počty odletů osobních letadel z území ČR mezi lety 2006 až 2020 (vzestupné uspořádání)

Pořadí	Rok	Odlety	Pořadí	Rok	Odlety	Pořadí	Rok	Odlety
1.	2020	1 936 136	6.	2006	6 171 561	11.	2008	6 752 596
2.	2012	5 872 101	7.	2009	6 176 392	12.	2016	6 836 188
3.	2013	6 015 298	8.	2011	6 320 947	13.	2017	8 118 491
4.	2014	6 050 658	9.	2015	6 338 990	14.	2018	8 877 554
5.	2010	6 109 239	10.	2007	6 607 251	15.	2019	9 373 823

Zdroj: Vlastní

V případě, že soubor obsahuje lichý počet jednotek, bude medián roven číslu na pozici $\frac{n+1}{2} = \frac{15+1}{2} = 8$. Medián se v tomto případě rovná hodnotě 6 320 947.

Pro výpočet mezikvartilové odchylky je potřeba znát dolní a horní kvartil. Dolní kvartil bude za pozici $\frac{n}{4} = \frac{15}{4} = 3,75$, dolní kvartil bude číslo na čtvrté pozici, tedy číslo 6 050 658. Pro horní kvartil bude zase platit $\frac{3}{4} \cdot n = \frac{3}{4} \cdot 15 = 11,25$. Horním kvartilem bude dvanáctá hodnota v pořadí, tedy 6 836 188. Nyní už jen stačí dosadit do vzorce pro mezikvartilovou odchylku (10): $\frac{1}{2} \cdot (6 836 188 - 6 050 658) = \frac{1}{2} \cdot 785 530 = 392 765$.

Mediánem tohoto souboru je 6 320 947 odletů a mezikvartilová odchylka je rovna 392 765 odletům.

5. Závěr

Cílem této práce bylo vytvořit komplexní sbírku příkladů ze statistiky na vybraná témata, která se vyučují na střední škole. Při zpracování sbírky jsem vycházela jednak z RVP pro gymnázia, jednak z výsledků dotazníkového šetření, které bylo cílené na zmapování skutečně vyučovaných pojmů z oblasti statistiky na různých typech středních škol. Příklady, které jsem do sbírky zařadila, vycházely z reálných dat, aby si studenti uvědomili důležitost vědní disciplíny jako je statistika. Tyto data jsem převážně čerpala z dokumentů českého statistického úřadu. Řešení některých příkladů jsem doplnila o návody řešení pomocí MS Excel.

Doufám, že mnou vytvořená sbírka příkladů bude nápomocna učitelům středních škol při výuce statistiky.

Literatura a zdroje

CALDA, E., DUPAČ, V. (1993): Matematika pro gymnázia Kombinatorika, pravděpodobnost a statistika. Prometheus, Praha.

HORENSKÝ, R. A KOL. (2015): Matematika pro střední školy – 8. díl: Kombinatorika, pravděpodobnost, statistika – Učebnice. Didaktis, Brno.

ČHMÚ (2022): Měsíční a roční data dle zákona 123/1998 Sb. *Portál ČHMÚ* [online]. Dostupné z: <https://www.chmi.cz/historicka-data/pocasi/mesicni-data/mesicni-data-dle-z-123-1998-Sb#>. [Cit. 27. 12. 2021].

ČSÚ (2015): Historický lexikon obcí České republiky – 1869-2011. *Český statistický úřad* [online]. Dostupné z: <https://www.czso.cz/csu/czso/historicky-lexikon-obci-1869-az-2015>. [Cit. 11. 3. 2022].

ČSÚ (2020): Mzdy učitelů v regionálním školství – 2012-2019. *Český statistický úřad* [online]. Dostupné z: <https://www.czso.cz/csu/czso/stredni-skoly>. [Cit. 6. 3. 2022]

ČSÚ (2021a): Mzdy učitelů v regionálním školství – 2013-2020. *Český statistický úřad* [online]. Dostupné z: <https://www.czso.cz/csu/czso/stredni-skoly-602rb4qf50>. [Cit. 6. 3. 2022].

ČSÚ (2021b): Na co se ptáme při Sčítání 2021. *Český statistický úřad* [online]. Dostupné z: <https://www.czso.cz/csu/czso/na-co-se-ptame-pri-scitani-2021>. [Cit. 23. 3. 2022].

ČSÚ (2021c): Počet obyvatel v obcích – k 1. 1. 2021. *Český statistický úřad* [online]. Dostupné z: <https://www.czso.cz/csu/czso/pocet-obyvatel-v-obcich-k-112021>. [Cit. 20. 2. 2022].

ČSÚ (2021d): Statistická ročenka Jihočeského kraje – 2021. *Český statistický úřad* [online]. Dostupné z: <https://www.czso.cz/csu/czso/4-obyvatelstvo-0liqifr31u>. [Cit. 7. 1. 2022].

ČSÚ (2021e): Statistická ročenka Plzeňského kraje – 2021. *Český statistický úřad* [online]. Dostupné z: <https://www.czso.cz/csu/czso/4-obyvateľstvo-dmwigpu87jl>. [Cit. 7. 1. 2022].

ČSÚ (2021f): Školy a školská zařízení – školní rok 2020/2021. *Český statistický úřad* [online]. Dostupné z: <https://www.czso.cz/csu/czso/skoly-a-skolska-zarizeni-tip3wpnyep>. [Cit. 9. 3. 2020].

ČSÚ (2022a): HDP, regionální účty. *Český statistický úřad* [online]. Dostupné z: <https://www.czso.cz/csu/xc/hdp-xc>. [Cit. 1. 3. 2022].

ČSÚ (2022b): Nemocnice – územní srovnání. *Český statistický úřad* [online]. Dostupné z: https://vdb.czso.cz/vdbvo2/faces/index.jsf?page=vystup-objekt&f=TABULKA&z=T&katalog=33300&pvo=ZDR07&c=v3~3_RP2020. [Cit. 20. 2. 2022].

ČSÚ (2022c): Osobní doprava – časové řady. *Český statistický úřad* [online]. Dostupné z: https://www.czso.cz/csu/czso/osobni_doprava_casove_rady. [Cit. 11. 3. 2022].

ČSÚ (2022d): Osobní přeprava – časové řady. *Český statistický úřad* [online]. Dostupné z: https://www.czso.cz/csu/czso/osobni_doprava_casove_rady. [Cit. 5. 3. 2022].

ČSÚ (2022e): Počet obyvatel – obce vybraného území SO ORP Holice. *Český statistický úřad* [online]. Dostupné z: https://vdb.czso.cz/vdbvo2/faces/cs/index.jsf?page=vystup-objekt&f=TABULKA&z=T&skupId=3830&filtr=G%7EF M%7EF Z%7EF R%7EF P%7E S%7E U%7E501 null &katalog=33155&pvo=DEM15a&pvo=DEM15a&pvoc=65&pvoch=5303&c=v3~3_RP2020#w=. [Cit. 2. 3. 2022].

ČSÚ (2022f): Počet obyvatel podle výsledků sčítání od roku 1869 v krajích, okresech a správních obvodech ORP ČR. *Český statistický úřad* [online]. Dostupné z: https://vdb.czso.cz/vdbvo2/faces/index.jsf?page=vystup-objekt&f=TABULKA&z=T&skupId=1187&filtr=G%7EF M%7EF Z%7EF R%7EF P%7E S%7E U%7E301 null &katalog=31674&pvo=SCHIST01aobyv&pvo=SCHIST01aobyv&evo=v425 ! _VUZEMI97-100H_1#w=. [Cit. 1. 3. 2022].

ČSÚ (2022g): Počty územních jednotek – územní srovnání. *Český statistický úřad* [online]. Dostupné z: https://vdb.czso.cz/vdbvo2/faces/cs/index.jsf?page=vystup-objekt&f=TABULKA&z=T&katalog=30829&pvo=RSO03&evo=v875 !_VUZEMI97-100-65hal_1&c=v51~2_RP2021MP12DP31#w=. [Cit. 6. 2. 2022].

ČSÚ (2022h): Požáry – Jihočeský kraj. *Český statistický úřad* [online]. Dostupné z: https://vdb.czso.cz/vdbvo2/faces/cs/index.jsf?page=vystup-objekt&z=T&f=TABULKA&katalog=31008&pvo=KRI09&str=v27&u=v27 _VUZE MI 100 3034. [Cit. 11. 3. 2022].

ČSÚ (2022i): Sčítání 2021. Český statistický úřad [online]. Dostupné z: <https://www.czso.cz/csu/scitani2021/vysledky-prvni>. [Cit. 1. 3. 2022].

ČSÚ (2022j): Vybrané údaje o správních obvodech obcí s rozšířenou působností Kraje Vysočina k 31. 12. 2020. *Český statistický úřad* [online]. Dostupné z: https://www.czso.cz/csu/xj/udaje_o_obcich_s_rozsirenou_pusobnosti_za_rok_2013. [Cit. 2. 3. 2022].

ČÚZK (2019): Souhrnné přehledy o půdním fondu z údajů katastru nemovitostí České republiky. *Český úřad zeměměřický a katastrální* [online]. Dostupné z: https://www.cuzk.cz/Periodika-a-publikace/Statisticke-udaje/Souhrne-prehledy-pudniho-fondu/Rocenska_pudniho_fondu_2019.aspx. [Cit. 28. 2. 2022].

ERU (2022): Zprávy o provozu elektrizační soustavy. *Energetický regulační úřad* [online]. Dostupné z: <https://www.eru.cz/cs/zpravy-o-provozu-elektrizacni-soustavy>. [Cit. 9. 3. 2022].

IDOS.CZ (2022): Praha – Pardubice. *IDOS.cz* [online]. Dostupné z: <https://idos.idnes.cz/vlaky/spojeni/vysledky/?date=07.02.2022&time=06:00&f=Praha&fc=1&t=Pardubice&tc=1>. [Cit. 2. 3. 2022].

IN-POČASÍ (2022): České Budějovice – 22. 02. 2022. *In-Počasí* [online]. Dostupné z: https://www.in-pocasi.cz/aktualni-pocasi/ceske_budejovice/?historie=2022-02-22. [Cit. 23. 2. 2022].

KDEJSME.CZ (2022): Dvořáková (23115). *KdeJsme.cz* [online]. Dostupné z: <https://www.kdejsme.cz/prijmeni/Dvo%C5%99%C3%A1kov%C3%A1/>. [Cit. 7. 1. 2022].

NUV (2022): RVP PRO GYMNAZIA. Národní ústav pro vzdělávání [online]. Dostupné z: <https://www.nuv.cz/t/rvp-pro-gymnazia>. [Cit. 29. 3. 2022].

VOLBY.CZ (2018): Volba prezidenta republiky konaná ve dnech 12. 01. – 13. 01. 2018. *Volby.cz* [online]. Dostupné z: <https://www.volby.cz/pls/prez2018/pe2?xjazyk=CZ>. [Cit. 4. 3. 2022].

VOLBY.CZ (2020): Volby do zastupitelstev krajů konané dne 2. 10. – 3. 10. 2020. *Volby.cz* [online]. Dostupné z: <https://www.volby.cz/pls/kz2020/kz?xjazyk=CZ>. [Cit. 9. 3. 2022].

Seznam obrázků

Obrázek 1: Četnost nemocničních lůžek v krajích České republiky	32
Obrázek 2: Počet obyvatel připadajících na jednu nemocnici v krajích ČR	34
Obrázek 3: Četnost počtu obcí v SO ORP Jihočeského kraje	36
Obrázek 4: Četnost počtu členů rodiny	38
Obrázek 5: Četnost dosaženého vzdělání	40

Seznam tabulek

Tabulka 1: Výsledky prezidentských voleb v roce 2018.....	23
Tabulka 2: Výsledky prezidentských voleb v roce 2018 (relativní četnosti)	24
Tabulka 3: Vyrobená elektřina z neobnovitelných zdrojů v roce 2020 (relativní četnosti)	25
Tabulka 4: Vyrobená elektřina z obnovitelných zdrojů v roce 2020 (relativní četnosti)	25
Tabulka 5: Vyrobená elektřina z neobnovitelných zdrojů v roce 2020 (absolutní četnosti)	26
Tabulka 6: Vyrobená elektřina z obnovitelných zdrojů v roce 2020 (absolutní četnosti)	26
Tabulka 7: Počet mateřských škol v krajích ČR ve školním roce 2020/2021	27
Tabulka 8: Četnost mateřských škol	28
Tabulka 9: Počet domů v SO ORP Středočeského kraje v roce 2011	29
Tabulka 10: Četnost domů	30
Tabulka 11: Počet nemocničních zařízení a počet lůžek v krajích ČR.....	31
Tabulka 12: Počet obyvatel připadajících na jednu nemocnici v krajích ČR.....	33
Tabulka 13: Počet obcí v SO ORP Jihočeského kraje	35
Tabulka 14: Počet členů rodiny studentů jedné třídy	37
Tabulka 15: Četnost počtu členů rodiny	37
Tabulka 16: Dosažené vzdělání rodičů studentů prvního ročníku gymnázia	39
Tabulka 17: Četnost dosaženého vzdělání.....	40

Tabulka 18: Úhrn srážek na meteorologických stanicích Žatec a Bílý potok v roce 2020	41
Tabulka 19: Přepravení cestující železniční dopravou v ČR mezi lety 2002 až 2019....	43
Tabulka 20: Výsledky studenta prvního ročníku Pedagogické fakulty Jihočeské univerzity.....	45
Tabulka 21: Počet krajských zastupitelů v krajích ČR.....	47
Tabulka 22: Oběti požárů na území Jihočeského kraje mezi lety 2005 až 2020	48
Tabulka 23: Četnost počtu obětí	48
Tabulka 24: Počet obyvatel s příjmením Dvořáková v SO ORP Středočeského kraje .	49
Tabulka 25: Výměra orné půdy v SO ORP Pardubického kraje	51
Tabulka 26: Výměra orné půdy v SO ORP Pardubického kraje (relativní četnosti).....	52
Tabulka 27: HDP na 1 obyvatele v Jihočeském kraji mezi lety 2010 až 2020	53
Tabulka 28: HDP na 1 obyvatele v Jihočeském kraji mezi lety 2010 až 2020 se změnou mezi jednotlivými roky	54
Tabulka 29: Počet obyvatel Středočeského a Zlínského kraje v letech 1980, 1991, 2001, 2011, 2021.....	55
Tabulka 30: Typy vlakových spojení mezi Prahou a Pardubicemi	57
Tabulka 31: Rozloha SO ORP kraje Vysočina.....	59
Tabulka 32: Počet obyvatel žijících v obcích SO ORP Holice.....	61
Tabulka 33: Výsledky porovnávacího testu studentů čtvrtého ročníku gymnázia	62
Tabulka 34: Počty odletů osobních letadel z území ČR mezi lety 1997 až 2020.....	64
Tabulka 35: Počty odletů osobních letadel z území ČR mezi lety 1997 až 2020 (vzestupné uspořádání).....	65
Tabulka 36: Počet narozených v okresech Jihočeského kraje v roce 2020	66
Tabulka 37: Počet narozených v okresech Plzeňského kraje v roce 2020.....	66
Tabulka 38: Počet narozených v okresech Jihočeského kraje v roce 2020 (rozptyl)	67
Tabulka 39: Počet narozených v okresech Plzeňského kraje v roce 2020 (rozptyl).....	68
Tabulka 40: Průměrná hrubá měsíční mzda učitelů středních škol podle krajů ČR v roce 2012 a 2020	69
Tabulka 41: Průměrná hrubá měsíční mzda učitelů středních škol podle krajů ČR v roce 2012 (rozptyl).....	70

Tabulka 42: Průměrná hrubá měsíční mzda učitelů středních škol podle krajů ČR v roce 2020 (rozptyl).....	71
Tabulka 43: Četnost výšky studentů.....	72
Tabulka 44: Počty odletů osobních letadel z území ČR mezi lety 2006 až 2020.....	73
Tabulka 45: Počty odletů osobních letadel z území ČR mezi lety 2006 až 2020 (vzestupné uspořádání).....	73

Přílohy

Příloha 1:

Dotazník pro učitele středních škol

Vážené paní učitelky, vážení páni učitelé,

studuji obor Matematika a Zeměpis se zaměřením na vzdělávání na Pedagogické fakultě Jihočeské univerzity a v rámci své bakalářské práce se věnuji tématu Sběrka příkladu ze statistiky pro střední školy. Tuto práci bych ráda postavila na tom, co se ve školách opravdu vyučuje, proto bych Vás chtěla poprosit o vyplnění tohoto krátkého dotazníku, který je zcela anonymní a data z něj poslouží právě k vypracování mé bakalářské práce.

Děkuji za Vaši ochotu a vyplnění dotazníku!

1. Jaké je Vaše pohlaví? *(hodící se zaškrtněte)*

- ☐ Žena
- ☐ Muž

2. Na jaké střední škole vyučujete? *(hodící se zaškrtněte)*

- ☐ Gymnázium
- ☐ Konzervatoř
- ☐ Obchodní akademie
- ☐ Střední odborné učiliště
- ☐ Střední pedagogická škola
- ☐ Střední průmyslová škola
- ☐ Střední zdravotnická škola
- ☐ Střední zemědělská škola
- ☐ Jiná:

3. Ve kterém ročníku vyučujete statistiku? *(hodící se zaškrtněte)*

- ☐ 1. ročník
- ☐ 2. ročník
- ☐ 3. ročník
- ☐ 4. ročník
- ☐ Statistiku nevyučuji

4. Jaká témata ze statistiky vyučujete? *(hodící se zaškrtněte)*

- ☐ Statistický soubor
- ☐ Statistická jednotka
- ☐ Statistický znak
 - ☐ Kvantitativní statistický znak
 - ☐ Kvalitativní statistický znak
 - ☐ Alternativní statistický znak
- ☐ Četnost
 - ☐ Absolutní četnost
 - ☐ Relativní četnost
 - ☐ Kumulativní četnost
- ☐ Třídění dat do intervalů
 - ☐ Hranice intervalu
 - ☐ Délka intervalu
 - ☐ Střed intervalu
- ☐ Grafické vyjádření četností
 - ☐ Histogram
 - ☐ Polygon
 - ☐ Součtová čára
- ☐ Aritmetický průměr
- ☐ Vážený aritmetický průměr
- ☐ Modus
- ☐ Medián
- ☐ Geometrický průměr
- ☐ Harmonický průměr
- ☐ Kvantily
 - ☐ Kvartily
 - ☐ Decily
 - ☐ Percentily
- ☐ Absolutní odchylka
- ☐ Kvadratická odchylka
- ☐ Variační rozpětí
- ☐ Variační koeficient
- ☐ Rozptyl
- ☐ Směrodatná odchylka
- ☐ Mezikvartilová odchylka
- ☐ Korelační analýza
- ☐ Jiné: