



Ekonomická
fakulta
Faculty
of Economics

Jihočeská univerzita
v Českých Budějovicích
University of South Bohemia
in České Budějovice

Jihočeská univerzita v Českých Budějovicích
Ekonomická fakulta
Katedra aplikované matematiky a informatiky

Bakalářská práce

Matematické modelování kurzu koruny

Autor bakalářské práce: **Hana Sýkorová**
Vedoucí práce: doc. RNDr. Tomáš Mrkvička, Ph.D.

České Budějovice 2015

PROHLÁŠENÍ

Prohlašuji, že svoji bakalářskou/diplomovou práci jsem vypracoval/a samostatně pouze s použitím pramenů a literatury uvedených v seznamu citované literatury.

Prohlašuji, že v souladu s § 47 zákona č. 111/1998 Sb. v platném znění souhlasím se zveřejněním své bakalářské práce, a to v nezkrácené podobě elektronickou cestou ve veřejně přístupné části databáze STAG provozované Jihočeskou univerzitou v Českých Budějovicích na jejích internetových stránkách, a to se zachováním mého autorského práva k odevzdanému textu této kvalifikační práce. Souhlasím dále s tím, aby toutéž elektronickou cestou byly v souladu s uvedeným ustanovením zákona č. 111/1998 Sb. zveřejněny posudky školitele a oponentů práce i záznam o průběhu a výsledku obhajoby kvalifikační práce. Rovněž souhlasím s porovnáním textu mé kvalifikační práce s databází kvalifikačních prací Theses.cz provozovanou Národním registrem vysokoškolských kvalifikačních prací a systémem na odhalování plagiátů.

V Českých Budějovicích dne 17. dubna 2015

Hana Sýkorová

Ráda bych poděkovala svému vedoucímu práce panu doc. RNDr. Tomáši Mrkvičkovi, Ph.D. za rady a podporu v psaní této bakalářské práce. Také děkuji svým přátelům a rodině za psychickou podporu v době studia.

Obsah

1.	ÚVOD	3
2.	ČESKÁ KORUNA	5
2.1.	Struktura peněz v oběhu	5
2.2.	Vznik českých bankovek.....	6
2.3.	Oldřich Kulháněk	6
3.	KURZ ČESKÉ KORUNY	8
3.1.	Pohyb kurzu 1995-2008	8
3.2.	1995-1998	9
3.3.	1999.....	10
3.4.	2000.....	11
3.5.	2001-2008	12
4.	AMERICKÝ DOLAR.....	13
4.1.	Vznik amerického dolaru	13
4.2.	Změna po II. světové válce	13
4.3.	Změna při obchodování s ropou	13
4.4.	Dolar dnes	14
5.	MATEMATICKÉ MODELOVÁNÍ	15
5.1.	Pozitiva matematických modelů	15
5.2.	Model ARIMA.....	15
5.3.	Stacionarita.....	16
5.4.	ACF	16
5.5.	PACF	17
5.6.	AR- autoregresní proces	17
5.6.1.	AR (1)	17
5.6.2.	AR (2)	17
5.6.3.	AR (p)	18
5.7.	MA- proces klouzavých průměrů	18
5.7.1.	MA (1).....	18
5.7.2.	MA (2).....	18
5.7.3.	MA (q).....	18
5.8.	ARMA-smíšený proces	19
5.9.	ARIMA.....	19
5.10.	Kritéria AIC a BIC	19
6.	PRAKTICKÁ ČÁST.....	21

6.1.	Aplikace modelu ARIMA	21
6.2.	Identifikace modelu	24
6.2.1.	Identifikace pomocí tvaru ACF a PACF	24
	Tabulka č. 3 Tvar ACF a PACF	25
6.2.2.	Identifikace pomocí informačního kritéria BIC	25
6.3.	Předpověď nadcházejících dat	30
6.3.1.	Predikce	30
6.3.2.	Směrodatná odchylka	31
7.	ZÁVĚR	33
8.	SUMMARY	34
9.	SEZNAM POUŽITÉ LITERATURY	35
10.	SEZNAM TABULEK, GRAFŮ A OBRÁZKŮ	36

1. ÚVOD

Ekonomika je v dnešní době velice důležitá, každý by jí měl rozumět. Matematické modelování nám v mnoha věcech pomáhá, usnadňuje práci a zrychluje pochopení velkého množství dat. Využívá se například v ekonomii, tzv. finanční modelování.

Finanční modelování má za úkol vytvářet abstraktní modely o finančních situacích reálného světa. Jedná se o modely navržené tak, aby ukázaly ve zjednodušené verzi výkonnost finančních aktiv, portfolia podniku, projektů nebo jakýchkoli investic.

Finanční modelování je obecný termín, který se zabývá mnoha věcmi pro různé firmy. Obvykle se vztahuje na účetnictví, oceňování aktiv a podnikových financí, kvantitativní analýzu financování apod.

V průběhu několika let, kdy se přesnost finančního modelování začala zlepšovat, si finanční modelování získalo uznání.

Jinými slovy, finanční modelování spočívá v překladu hypotéz o chování trhu na číselné předpovědi.

V této práci mi byla velkou oporou kniha Tomáše Cipry a to Finanční ekonometrie, ze které jsem čerpala vzorce a studovala postup pro praktickou část. Odpichovým můstkem pro teoretickou část pro mne byla bakalářská práce studenta Jihočeské univerzity, Ekonomické fakulty, pana Tomáše Šmardy.

V první části práce si popíšeme, českou korunu a americký dolar. Jak obě měny vznikly, jak se vyvíjely nebo například, který český umělec má na svědomí kresby na našich bankovkách. Seznámíme se i s počtem bankovek v oběhu. Podíváme se zblízka na kurz koruny vůči dolaru. Pokusíme se popsat změny či výkyvy v některých letech nebo obdobích. Co tyto změny způsobilo a ukážeme si je na grafech.

Dále si popíšeme, co matematické modelování obnáší. Nejdříve se seznámíme s jednotlivými úkony, které budeme dělat a vysvětlíme si podrobně model ARIMA, abychom s ním mohli pracovat v praktické části. Model ARIMA si rozebereme po částech: AR, I, MA. Tyto části si poté také vysvětlíme. Popíšeme si postup v programu R, jednotlivé výpočty a očekávaný výsledek.

V praktické část si ukážeme samotný model ARIMA a jeho výsledky. Zaměříme se na období od roku 1995 do roku 2008. Pokusíme se určit správný model a ten poté aplikovat na naše data pro určení predikce.

Predikce pomocí matematického modelování se dá využít nejen v ekonomice, ale také například v biologii, ekologii atd.

2. ČESKÁ KORUNA

České bankovky jak je známe dnes, vešly v platnost krátce poté, co jsme se osamostatnili od našich slovenských přátel. V platnost vešly postupně, některé dříve některé později.

2.1. Struktura peněz v oběhu

K poslednímu dni roku 2014 bylo v oběhu přes 455 miliard kusů bankovek. V tabulce se můžeme podívat, v jakém poměru jsou jednotlivé bankovky zastoupeny.

Tabulka č. 1 Struktura peněz v oběhu podle stavu ke dni 31. 12. 2014

Bankovky	V oběhu Kč	Podíl v %	V oběhu Ks
5000	130 432,1 mil	27,8%	26,1 mil
2000	161 622,1 mil	34,4%	80,8 mil
1000	129 596,6 mil	27,6%	129,6 mil
500	16 738,3 mil	3,6%	33,5 mil
200	10 919,8 mil	2,3%	54,6 mil
100	5 491,7 mil	1,2 %	54,9 mil
50	585,2 mil	0,1%	11,7 mil
Celkem	455 385,8 mil	97,0%	391,2 mil

Zdroj: Česká národní banka [9] (vlastní zpracování)

2.2. Vznik českých bankovek

První v oběhu se objevila dvousetkoruna a to 8. 2. 1993 kde je zobrazen Jan Ámos Komenský.

Jakožto druhá bankovka v pořadí byla do oběhu zařazena tisícikoruna, kde můžeme vidět Františka Palackého, v platnost vešla 12. 5. 1993. Tato bankovka je nejpočetněji zastoupena v našem oběhu.

Necelé dva měsíce na to vyšla bankovka s Karlem IV a tou byla stokoruna.

Čtvrtou v pořadí byla pětisetkoruna platící od 31. 7. 1993, zde je zobrazena Božena Němcová.

Poté 1. 10. 1993 byla českému národu představena pětitisícová bankovka s Tomášem Garriguem Masarykem na lícové straně.

Pouze po pěti dnech na to byla vydána padesátikoruna platící pouze do 31. 3. 2011, kde jsme si mohli prohlédnout svatou Anežku Českou.

Předposlední bankovkou byla dvacetikoruna, kde byl zobrazen Přemysl Otakar I. Tato bankovka byla v oběhu pouze něco přes 14 let, platila od 20. 4. 1994 do 31. 8. 2008.

Poslední bankovka byla představena 1. 10. 1996 a byla to dvoutisícikoruna, na lící straně je nakreslena Ema Destinová.

Podrobnější informace si můžeme přečíst v knize České bankovky a mince 1993-2012 [4].

2.3. Oldřich Kulháněk

Autorem kreseb na českých bankovkách a na mnoha českých poštovních známkách je Oldřich Kulháněk.

Tento muž se narodil v roce 1940, byl akademickým malířem a grafikem. Vystudoval Vysokou školu uměleckoprůmyslovou v Praze, kde jeho umělecká kariéra započala.

Jako mnoho umělců v této době měl i pan Kulháněk co dočinění s StB. Navzdory tomu, že byly paragrafy, za které byl stíhán, amnestovány prezidentem České republiky, proběhlo roku 1973 líčení u Obvodního soudu pro Prahu 10. Jeho díla byla

odsouzena k likvidaci, k níž nikdy nedošlo. Jak později vyšlo najevo, díla byla rozebrána, neboli ukradena soudci.

Pan Kulhánek k tomuto řekl:

“ Tehdy jsem pochopil, že životní situace, byť je tragická, nikdy nepostrádá špetku humoru, pravda, většinou velice černého “.

Později se stal prezidentem Nadace Hollar, což je sdružení českých umělců a grafiků. Specializující se na současnou grafickou tvorbu.

Pan Kulhánek zemřel v nedožitých 73 let v lednu 2013.

Na závěr motto:

„Umělec by měl podat svědectví o době a o sobě.“

Obr. 1 : Oldřich Kulhánek



Zdroj: www.oldrichkulhanek.cz [8]

Více informací a děl je k vidění na internetových stránkách pana Kulhánka [8].

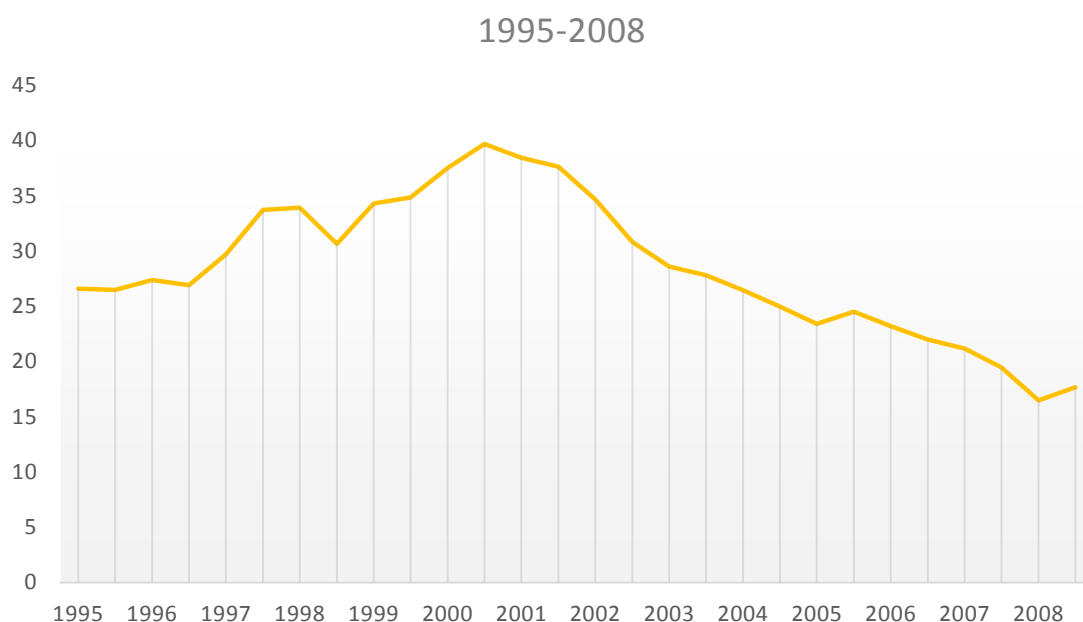
3. KURZ ČESKÉ KORUNY

Kurz české koruny se neustále mění. Vysvětlíme si rok po roku, jak se kurz měnil vůči dolaru a pokusíme se najít příčinu proč tomu tak bylo.

3.1. Pohyb kurzu 1995-2008

V obrázku č. 2 můžeme vidět jak oslabení tak posílení koruny vůči dolaru. Mezi našimi daty se minimum nachází v červenci roku 2008, tehdy jsme za jeden dolar zaplatili 14,92 Kč. Maximum můžeme vidět v roce 2000 měsíci říjen a to 41,13.

Obr. 2 : Pohyb kurzu za námi sledované období

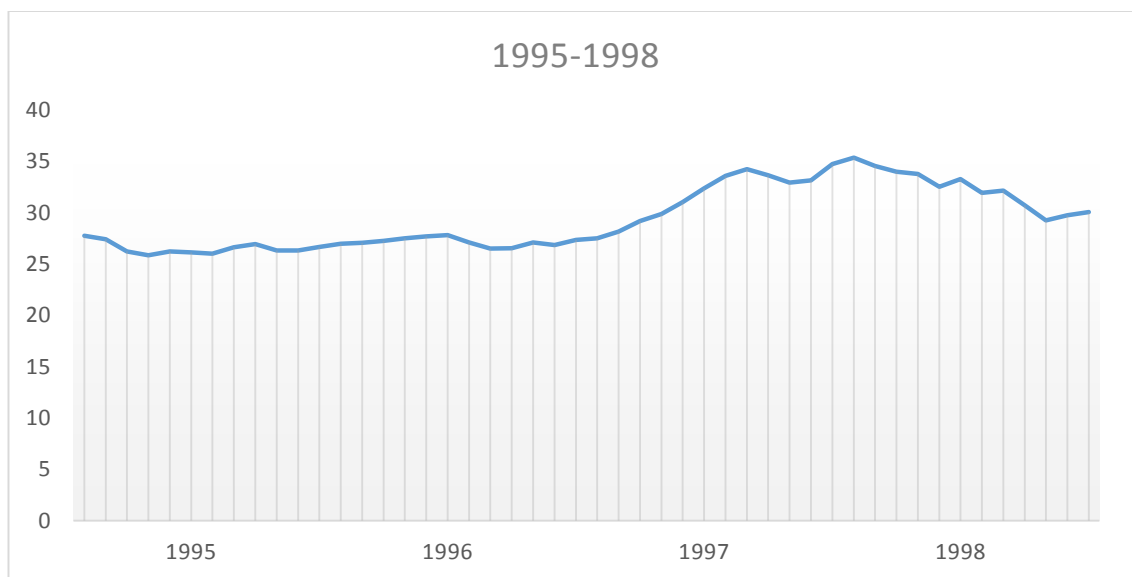


Zdroj: www.kurzy.cz [7] (vlastní zpracování)

3.2. 1995-1998

Na našem třetím obrázku můžeme vidět, jak si koruna vedla vůči dolaru v první části našeho zvoleného období. Graf ukazuje, jak téměř po celou dobu koruna spíše oslabuje vůči dolaru. To pokračuje až do roku 2000, kde si ukážeme naše maximum.

Obr. 3 : Pohyb kurzu od roku 1995 do 1998

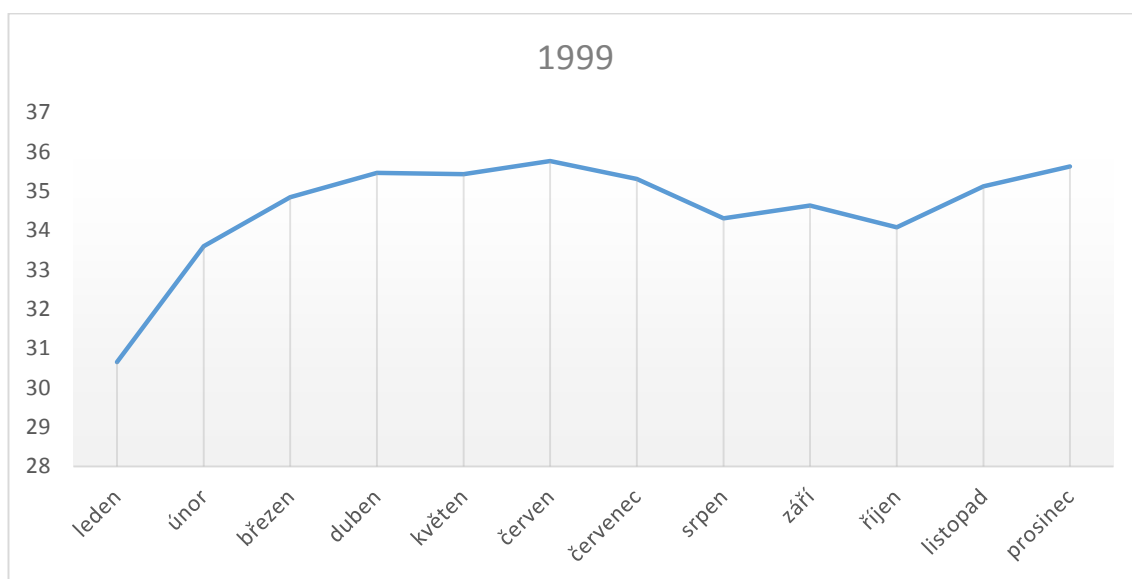


Zdroj: www.kurzy.cz [7] (vlastní zpracování)

3.3. 1999

Rok 1999 byl pro korunu velmi špatný. Na obrázku č. 4 můžeme pozorovat, jak se kurz měnil v souvislosti zavedení eura. V platnost vešli pevné přepočítací koeficienty, které stanovují trvalý vztah 11 měn zemí Evropské unie a to: Belgie, Finsko, Francie, Irsko, Itálie, Lucembursko, Německo, Nizozemsko, Portugalsko, Rakousko a Španělsko. V tomto roce šel kurz až na 35,76, nárůst pokračoval i v dalším roce.

Obr. 4 : Změna kurzu pro rok 1999

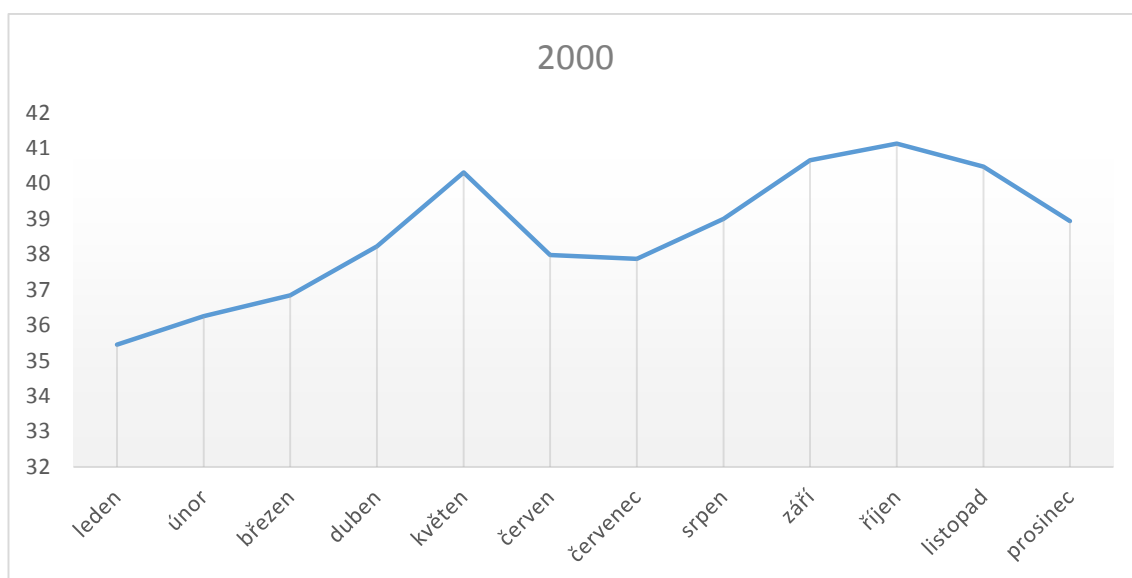


Zdroj: www.kurzy.cz [7] (vlastní zpracování)

3.4. 2000

V roce 2000 oslabení koruny nebralo konce, v důsledku změn v roce 1999 se koruna za dolar vyšplhala až na 41,13 Kč za dolar. Zde vidíte naše úplné maximum.

Obr. 5 : Změna kurzu pro rok 2000

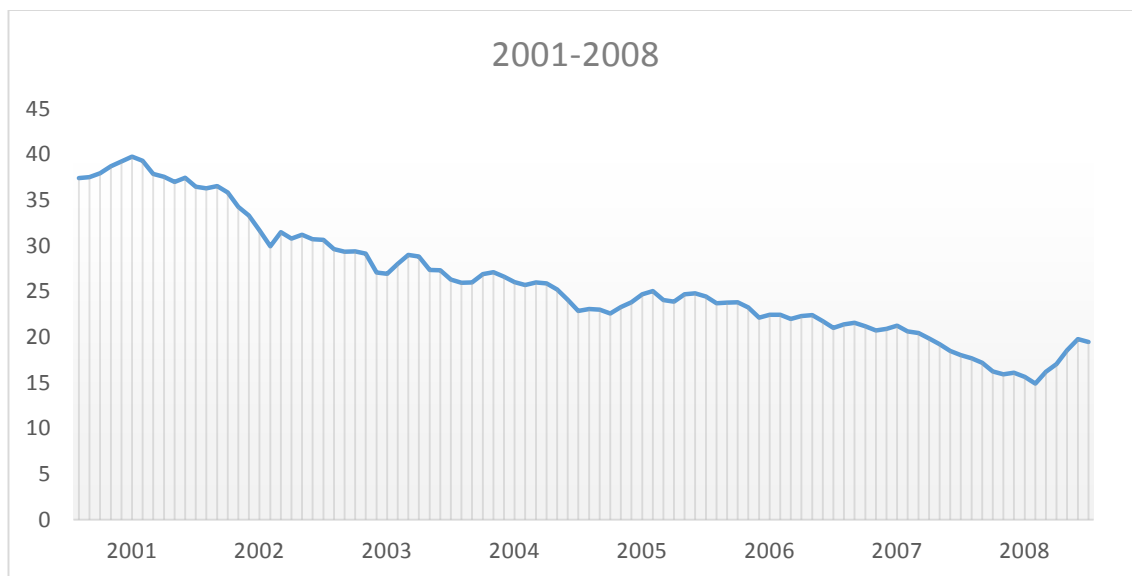


Zdroj: www.kurzy.cz [7] (vlastní zpracování)

3.5. 2001-2008

V poslední části našeho zvoleného období koruna postupně posiluje. V obrázku č. 6 můžeme pozorovat, jak se koruna blíží ke svému minimu za dolar. Koruna v roce 2008 posílila až na 14,92 korun za dolar.

Obr. 6 : Pohyb kurzu od roku 2001 do 2008



Zdroj: www.kurzy.cz [7] (vlastní zpracování)

4. AMERICKÝ DOLAR

Nejpoužívanější měnou v mezinárodním obchodu je americký dolar, značící se “\$”. Tento symbol je zkratkou písmen U a S - United States, která jsou napsána přes sebe. Vzhledem k čím dál víc uspěchané době, se postupem času ujalo pouze jednou přeškrtnuté S.

4.1. Vznik amerického dolaru

Zrození amerického dolaru připadá na 2. dubna 1792. Je oficiální měnou Spojených států amerických. Jako hlavní či vedlejší měnu můžeme dolar vidět také v Panamě, Ekvádoru, Vietnamu, a v mnoha dalších zemích.

Při vzniku byl americký dolar pevně definován ke zlatu a stříbru. Po 42 letech byla hmotnost upravena, například u 10-ti dolarové mince ze 16 g na 15 g.

Do roku 1934 byla běžná směna papírových dolarů za fyzické zlato, v tomto roce byla tato směna zakázána. Ve stejném roce byl zakázán i vývoz fyzických zlatých dolarů.

4.2. Změna po II. světové válce

Po II. světové válce, v roce 1945, byl dolar stanoven univerzální světovou měnou, pomocí tzv. Brettonwoodského měnového systému. Díky tomu mohly po válce ostatní světové mocnosti vyrovnat vzájemné závazky v jedné měně a dolar se stal světovou měnou.

4.3. Změna při obchodování s ropou

Po roce 2000 se ropa začala prodávat i v jiných měnách než je americký dolar jako je například euro, Yen a další. Než dolar ztratil exkluzivitu, byla veškerá produkce ropy obchodována pouze v dolaru.

4.4. Dolar dnes

V dnešní době můžeme vidět dolarové bankovky v hodnotě 1, 2, 5, 10, 20, 50 a 100 dolarů.

Na stodolarové bankovce je vyobrazen Benjamin Franklin, na padesátidolarové bankovce je 18. prezident USA a to Ulysses S. Grant. Dále, je na amerických dolarech zobrazen například Andrew Jackson, 7. americký prezident, Alexander Hamilton, Abraham Lincoln nebo George Washington.

V dubnu roku 2014 bylo v oběhu necelých 700 miliard dolarů, ale pouze jedna třetina ve Spojených státech.

5. MATEMATICKÉ MODELOVÁNÍ

Matematické modelování nám umožňuje popsat matematickým jazykem různé biologické, ekologické, ekonomické a jiné děje. Můžeme vytvářet modely prakticky použitelné v praxi a řádně je podložit.

5.1. Pozitiva matematických modelů

Matematický model nám přináší mnoho pozitiv:

- V případě kdy je těžké učinit přímo z dat nějaké závěry, matematický model nám chování systému přesně popíše.
- Urychluje chápání chování systému. Procesy, které probíhají zdlouhavě, je schopno popsat v jediném modelu.

5.2. Model ARIMA

V této práci budeme pracovat s modelem ARIMA, abychom si tento model trochu představili, rozebereme si, co jednotlivá písmena v názvu znamenají. Veškeré informace jsou k vyhledání v knize Tomáše Cipry, Finanční ekonometrie [1]:

- AutoRegressive- regressive můžeme přeložit jako zpětný
ARIMA pracuje se starými daty, které nám umožní předvídat aktuální pozorování
- Integrated- neboli jednotný
Tento model pracuje s velkým množstvím dat a vytvoří z nich jeden efektivní výsledek.
- Moving Average- klouzavý průměr
Klouzavý průměr je průměr, který nám pomůže lépe odhalit trend časové řady.

V praktické části budeme pracovat s tímto vzorcem:

$$\varphi(B)w_t = \alpha + \theta(B)\varepsilon_t$$

Kde:

$$w_t = \Delta^d y_t$$

$\varphi(B)$... autoregresní operátor $\varphi(B) = 1 - \varphi_1 B - \dots - \varphi_p B^p$

$\theta(B)$... operátor klouzavých součtů $\theta(B) = 1 + \theta_1 B + \dots + \theta_p B^p$

Δ ... diferenční operátor

5.3. Stacionarita

Jak je řečeno v knize Tomáše Cipry, Finanční ekonometrie [1], stacionarita časové řady znamená, že je chování této řady určitým způsobem ustálené. Rozlišujeme dva typy stacionarity:

- Striktní stacionarita: chování příslušného procesu je imunní vůči posuvům v čase, takže můžeme říct, že pravděpodobnostní rozdělení náhodného vektoru $(y_{t_1}, \dots, y_{t_k})$ je totožné jako rozdělení vektoru $(y_{t_1+h}, \dots, y_{t_k+h})$.
- (slabá) stacionarita: není tak omezující jako striktní stacionarita, stačí, pokud platí že imunnost procesu vůči posuvům v čase je v rámci momentů do druhého řádu.

Model ARMA je stacionární, zatímco model ARIMA může být nestacionární a právě proto umožňuje modely rostoucí a posléze klesající jako je naše řada.

5.4. ACF

Autokorelační funkce vyjadřuje autokorelaci mezi měřeními, které jsou od sebe vzdálené o různé časové intervaly, např. autokorelační funkce v bodě jedna vyjadřuje autokorelaci mezi daty o jeden měsíc od sebe vzdálené.

Autokorelační funkce pro zpoždění k se definuje jako:

$$\rho_k = \frac{\gamma_k}{\gamma_0} = \frac{\gamma_k}{\sigma_y^2}$$

$$\gamma_k = cov(y_t, y_{t-k}) = E(y_t - \mu)(y_{t-k} - \mu)$$

$k = \dots, -1, 0, 1, \dots$

$\gamma_k \dots$ autokovariance řádu k

$\sigma_y^2 \dots$ směrodatná odchylka stacionární časové řady

5.5. PACF

Parciální autokorelační funkce vyjadřuje parciální autokorelaci mezi měřeními, které jsou od sebe vzdálené o různé časové intervaly.

Vyjadřuje lépe vztah mezi pozorováními. Odfiltruje závislost zkoumaných měření na měřeních mezi.

$$r_{kk} = \frac{r_k - \sum_{j=1}^{k-1} r_{k-1,j} * r_{k-j}}{1 - \sum_{j=1}^{k-1} r_{k-1,j} * r_j}$$

pro $k > 1$

5.6. AR- autoregresní proces

5.6.1. AR (1)

Autoregresní proces řádu 1 má tvar:

$$y_t = \varphi_1 y_{t-1} + \varepsilon_t$$

5.6.2. AR (2)

Tento model obsahuje dva parametry:

$$y_t = \varphi_1 y_{t-1} + \varphi_2 y_{t-2} + \varepsilon_t$$

5.6.3. AR (p)

Předchozí dva modely si zapíšeme v jedné obecné rovnici:

$$y_t = \varphi_1 y_{t-1} + \dots + \varphi_p y_{t-p} + \varepsilon_t$$

$\varphi_1, \dots, \varphi_p \dots$ parametry

Řád p můžeme určit dvěma způsoby. První z nich je určení pomocí průběhu PACF nebo pomocí určitého informačního kritéria.

5.7. MA- proces klouzavých průměrů

5.7.1. MA (1)

Základní model

$$y_t = \varepsilon_t + \theta_1 \varepsilon_{t-1}$$

5.7.2. MA (2)

Model se dvěma parametry

$$y_t = \varepsilon_t + \theta_1 \varepsilon_{t-1} + \theta_2 \varepsilon_{t-2}$$

5.7.3. MA (q)

Neboli proces klouzavých součtů řádu q

$$y_t = \varepsilon_t + \theta_1 \varepsilon_{t-1} + \dots + \theta_q \varepsilon_{t-q}$$

$\theta_1, \dots, \theta_q \dots$ parametry

Zde, při určování řádu q, postupujeme téměř stejně jako řádu p u AR, s tím rozdílem, že zde použijeme ACF místo PACF.

5.8. ARMA-smíšený proces

ARMA (p, q), neboli smíšený proces řádu p a q, kombinuje modely AR a MA do jednoho modelu. ARMA (p, q) má tvar:

$$y_t = \varphi_1 y_{t-1} + \dots + \varphi_p y_{t-p} + \varepsilon_t + \theta_1 \varepsilon_{t-1} + \dots + \theta_q \varepsilon_{t-q}$$

$$tj. \varphi(B)y_t = \theta(B)\varepsilon_t$$

V praxi se nejčastěji používá model nízkého řádu, obvykle p, q ≤ 2.

ARMA (1,1):

$$y_t = \varphi_1 y_{t-1} + \varepsilon_t + \theta_1 \varepsilon_{t-1}$$

Při použití modelu ARMA je určení řádu modelu podle ACF a PACF obtížné, musíme tedy nějaký model vyzkoušet.

5.9. ARIMA

Integrovaný smíšený proces řádu p, d, q. Stacionární model ARMA, který aplikujeme na časovou řadu diferencí řádu d, nám vyjadřuje model ARIMA (p, d, q).

$$\varphi(B)w_t = \alpha + \theta(B)\varepsilon_t$$

Kde:

$$w_t = \Delta^d y_t$$

5.10. Kritéria AIC a BIC

Neboli informační kritéria. Tento přístup je modernější, vylučuje subjektivní zásah do modelu, a umožňuje plně zautomatizovat identifikaci modelu. Všechny vzorce jsou ke zhlédnutí v knize Finanční ekonometrie [1].

Kritérium AIC (Akaike Information criterion)

$$AIC(p, q) = \ln \hat{\sigma}_{p,q}^2 + \frac{2(p + q + 1)}{n}$$

Kritérium BIC (Bayes information criterion)

$$BIC(p, q) = \ln \hat{\sigma}_{p,q}^2 + \frac{(p + q + 1) \ln n}{n}$$

$\hat{\sigma}_{p,q}^2$... odhadnutý rozptyl bílého šumu

n ... délka dané řady

p, q ...parametry

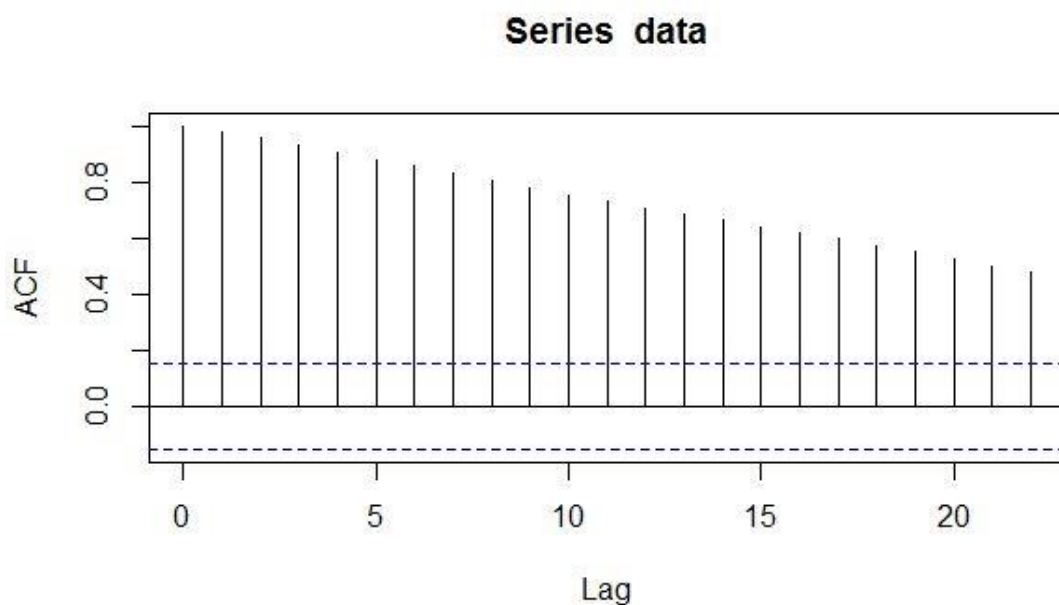
6. PRAKTICKÁ ČÁST

V této praktické části budeme pracovat s kurzem koruny vůči dolaru, budeme používat měsíční data a spolupracovat s programem R. Veškerá data, se kterými budeme pracovat, jsou na přiloženém CD.

6.1. Aplikace modelu ARIMA

Model ARIMA budeme aplikovat na řadu o délce 166 pozorování, od 1. 1. 1995 do 31. 10 2008. Poslední dvě data z listopadu a prosince roku 2008 vynecháme pro srovnání s predikcí. Z obrázku č. 7 předpokládáme, že řada není stacionární, budeme ji muset transponovat.

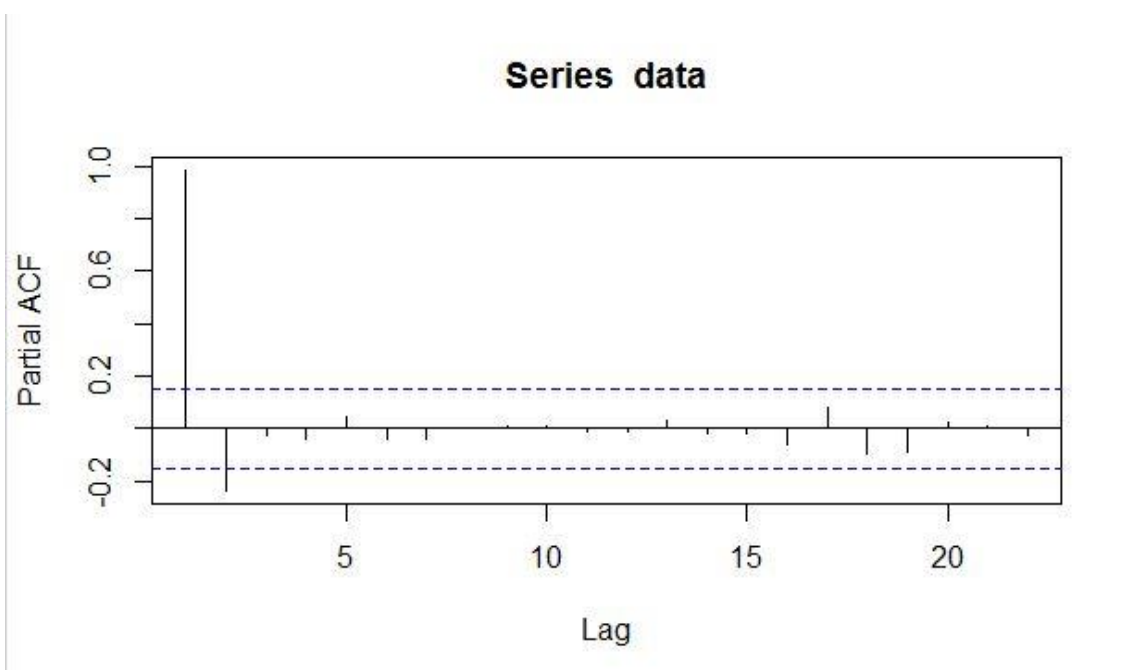
Obr. 7 : ACF kurzu koruny



Zdroj: program R (vlastní zpracování)

Průběh funkce nám potvrzuje, že se jedná o nestacionární řadu. Na obrázku č. 7 vidíme ACF, které klesá velmi pomalu, a na následujícím obrázku č. 8 vidíme, že první hodnota PACF se blíží jedné. Nejprve tedy diferencujeme, abychom dosáhli stacionarity.

Obr. 8 : PACF kurzu koruny



Zdroj: program R (vlastní zpracování)

V programu R se pomocí příkazu:

```
> fit <- Arima (data, order=c(0,0,0))
```

Podíváme na σ^2 podle které určíme řád diferencování:

Tabulka č. 2 Řád diferencování

I	Odchylka od průměru
0	40,02
1	0,6787
2	0,9542

Zdroj: program R (vlastní zpracování)

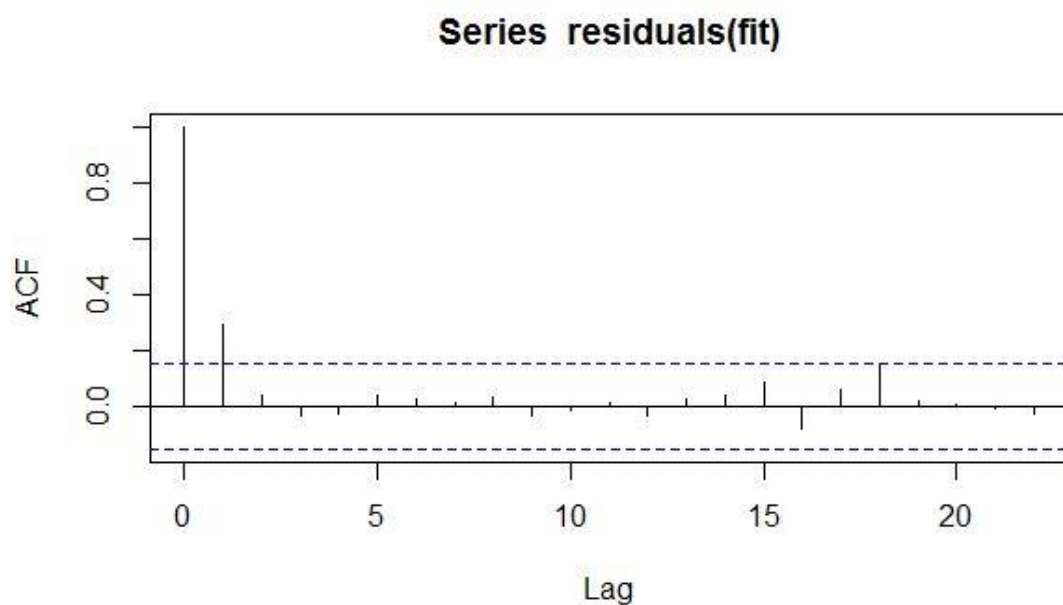
Hledáme sigma na druhou, neboli odchylku od průměru, která bude mít nejmenší hodnotu, což je žádoucí pro vytvoření přesného modelu. Vidíme, že σ^2 nultého řádu je obrovská, ale σ^2 pro první řád diferencování splňuje naše požadavky. V tomto

bodě se nachází sedlový bod, a s dalším diferencováním odchylka roste, jak můžeme vidět u σ^2 pro druhý řád diferencování.

Víme tedy, že budeme dále pracovat s prvním řádem diferenciací.

Ukážeme si, jak vypadá autokorelační a parciální autokorelační funkce.

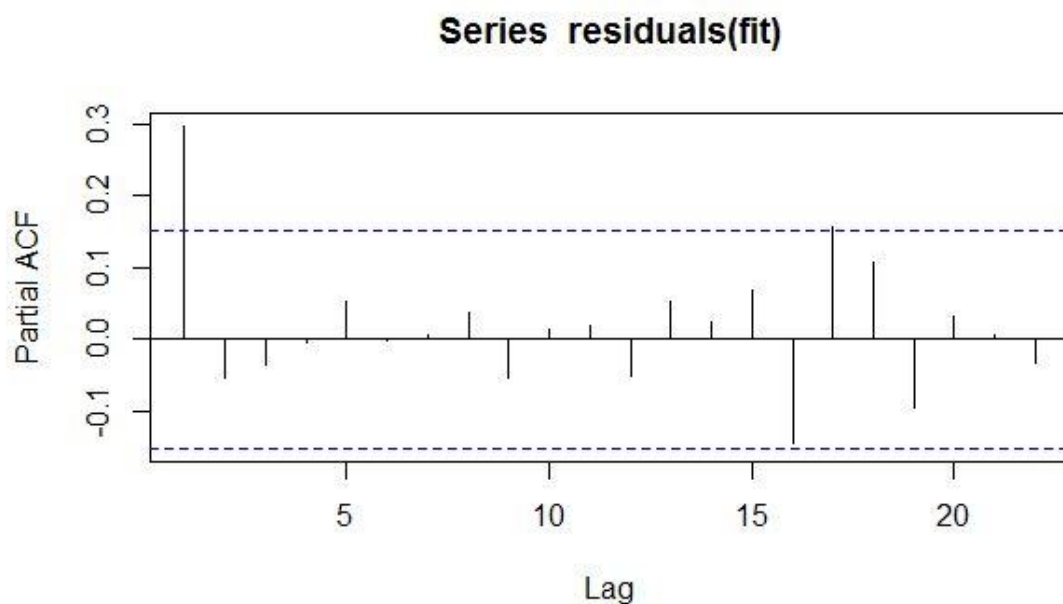
Obr. 9 : ACF ARIMA (0, 1, 0)



Zdroj: program R (vlastní zpracování)

Na obrázku 9 vidíme, že v případě modelu ARIMA (0, 1, 0), nám zůstala v modelu nevysvětlená autokorelace, tudíž je potřeba aplikovat model tuto autokorelaci vysvětlující.

Obr. 10 : PACF ARIMA (0, 1, 0)



Zdroj: *program R (vlastní zpracování)*

Na Obrázku 10 vidíme, stejně jako v případě obrázku 9, že je zde ještě nevysvětlená korelace a proto tento model není vyhovující.

6.2. Identifikace modelu

6.2.1. Identifikace pomocí tvaru ACF a PACF

Jak můžeme vidět v obrázku č. 7, v autokorelační funkci, $k_0=q$. Na následujícím obrázku č. 8, v parciální autokorelační funkci, $k_0=p$. V tomto případě nemůžeme využít tabulku č. 3 z knihy Tomáše Cipry [2], protože tuto možnost nenabízí.

Tabulka č. 3 Tvar ACF a PACF

	AR (p)	MA (q)	ARMA (p,q)
ρ_k	Neexistuje k_0 ; ρ_k ve tvaru křivky U	$k_0=q$	Neexistuje k_0 ; ρ_k ve tvaru křivky U Po prvních $q - p$ hodnotách
ρ_{kk}	$k_0=p$	Neexistuje k_0 ; ρ_{kk} omezená křivkou U	Neexistuje k_0 ; ρ_{kk} omezená křivkou U Po prvních $p - q$ hodnotách

Zdroj: CIPRA, Tomáš. Finanční ekonometrie. Str. 339

6.2.2. Identifikace pomocí informačního kritéria BIC

Nyní se pokusíme identifikovat řady procesů AR a MA jiným způsobem. Budeme pracovat s kritériem BIC. Naším cílem je najít co nejmenší hodnotu tohoto kritéria.

V programu R zadáme stejný příkaz jako při zjišťování sigmy na druhou.

Tabulka č. 4 BIC

ARIMA	BIC
(0,1,0)	409,4
(1,1,0)	399,73
(2,1,0)	404,49
(0,1,1)	400,07
(0,1,2)	404,4
(1,1,1)	404,57
(1,1,2)	409,46
(2,1,2)	414,25
(2,1,1)	409,47

Zdroj: program R (vlastní zpracování)

Nyní z informací z programu R víme, že nejlepší model je ARIMA (1,1,0). S ARIMA (0,1,1) můžeme také pracovat, protože vyšlo téměř stejně dobře jako ARIMA (1,1,0).

Dále u těchto dvou vyhovujících modelů můžeme porovnat odchylku od průměru, v obou případech se zmenšila. Původní odchylka pro ARIMA (0,1,0) byla 0,6787.

ARIMA (1,1,0) $\sigma^2 = 0,6202$

ARIMA (0,1,1) $\sigma^2 = 0,6215$

Opět vidíme, že nejlepší volbou bude model ARIMA (1,1,0)

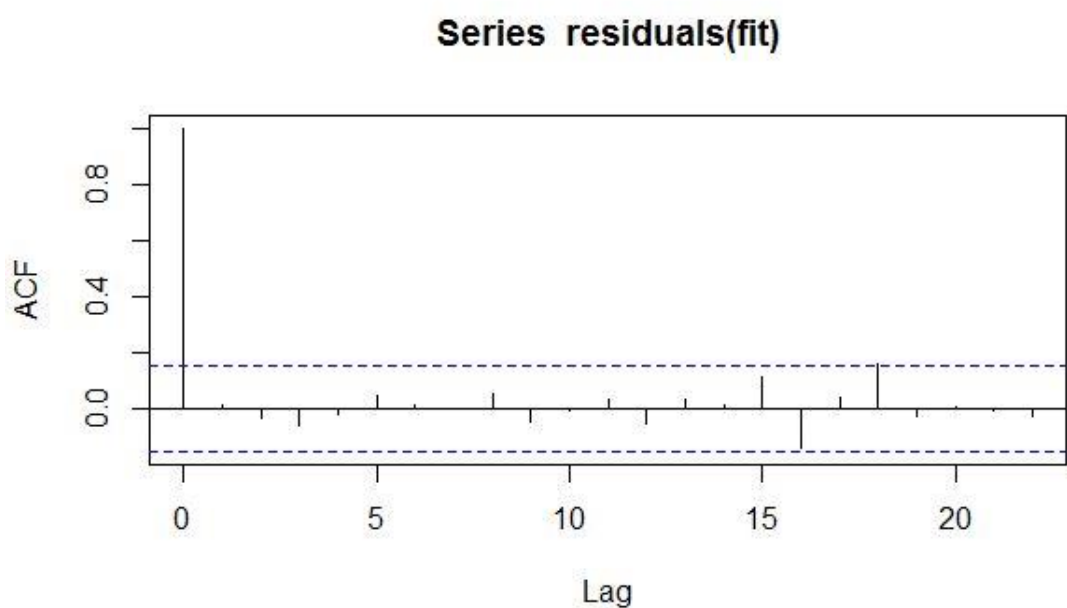
Na obrázku 11 a 12 můžeme vidět, jak tedy vypadá náš model, tyto grafy jsme získali pomocí příkazu:

```
> fit <- Arima(data, order=c(1,1,0))
```

```
> acf (residuals (fit))
```

```
> pacf (residuals (fit))
```

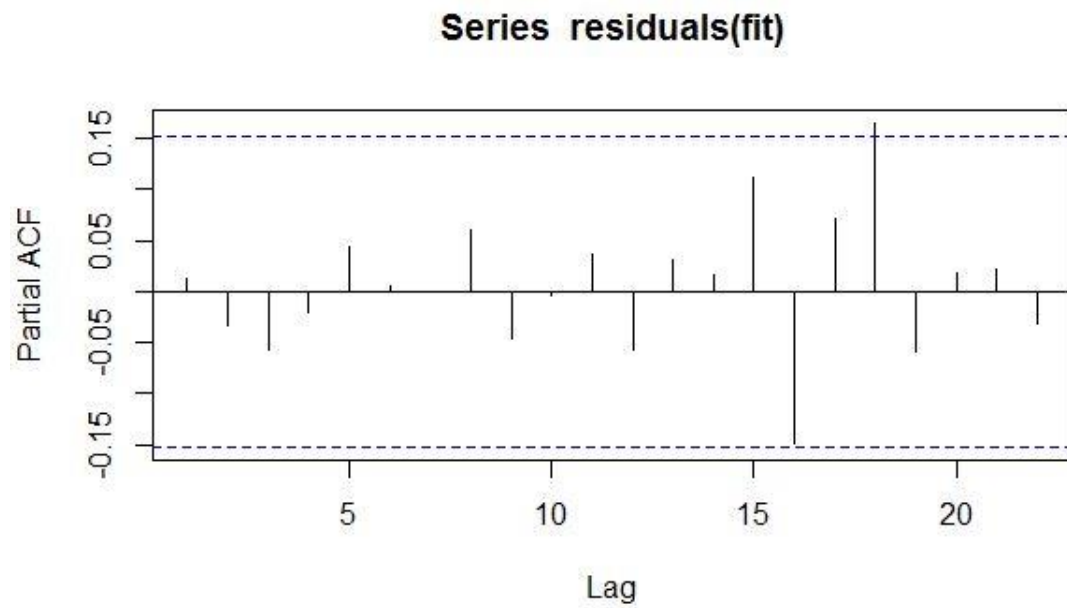
Obr. 11 : ACF ARIMA (1,1,0)



Zdroj: program R (vlastní zpracování)

Obrázek 11 nám ukazuje reziduální složku, zda – li, zde zůstala autokorelace. První nulový údaj zanedbáme. Vidíme, že rozhraní je již velmi malé oproti ACF ARIMA (0, 0, 0) a již vše spadá do tohoto rozhraní. Tudíž model již vysvětluje veškerou autokorelaci v datech obsaženou.

Obr. 12 : PACF ARIMA (1,1,0)

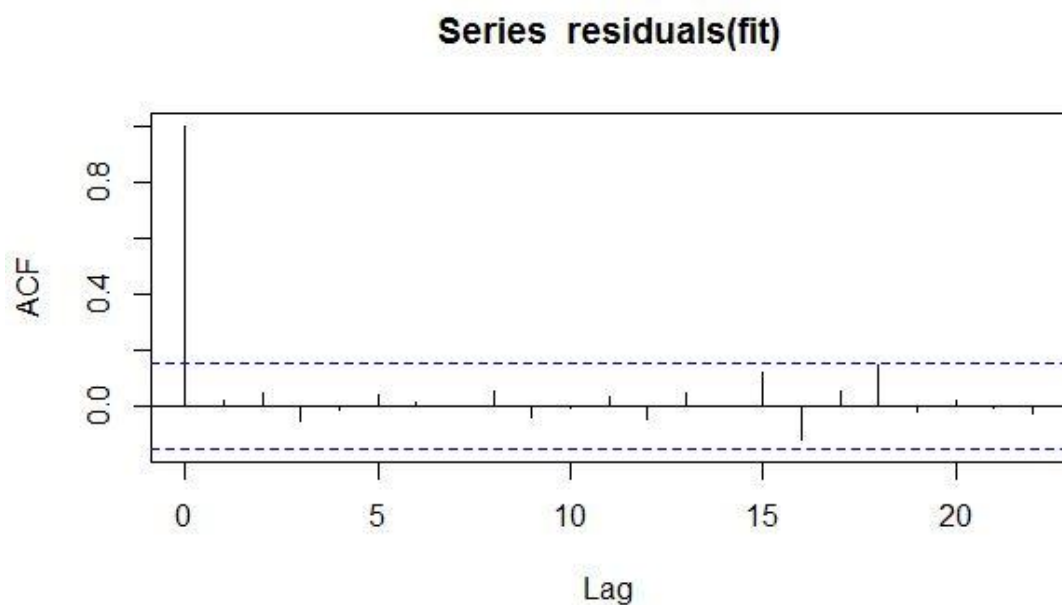


Zdroj: *program R (vlastní zpracování)*

Na obrázku 12 vidíme také změny oproti ARIMA (0, 0, 0), rozhraní je nesrovnatelně menší. Menší výkyv v druhé části korelogramu zanedbáme, je příliš vzdálený.

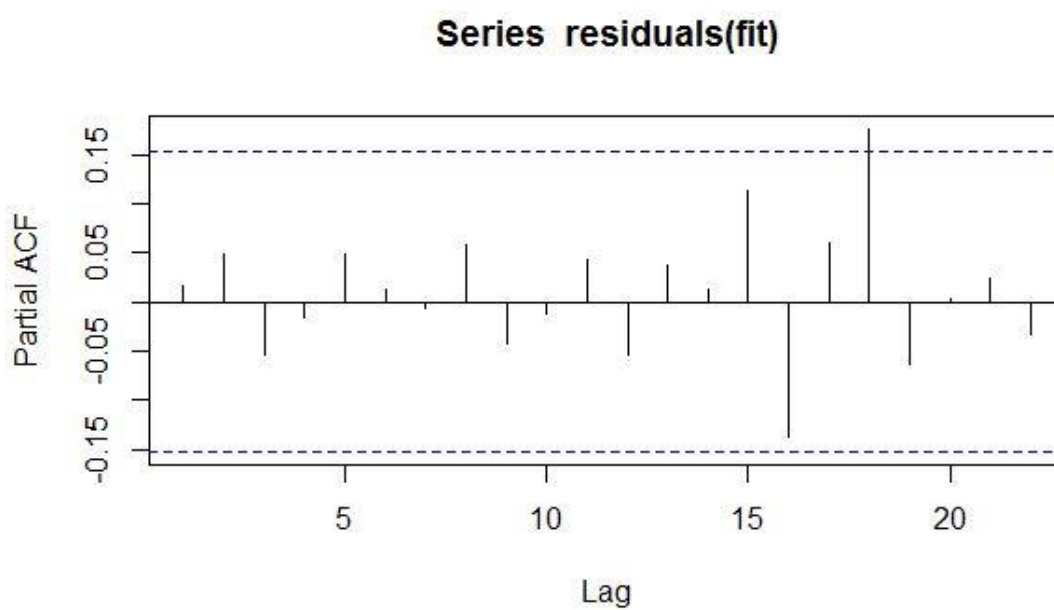
Jak již bylo zmíněno, ucházejícím modelem je také ARIMA (0,1,1). Ukážeme si pro porovnání jeho korelogram a parciální korelogram.

Obr. 13 : ACF ARIMA (0,1,1)



Zdroj: program R (vlastní zpracování)

Obr. 14 : PACF ARIMA (0,1,1)



Zdroj: program R (vlastní zpracování)

6.3. Předpověď nadcházejících dat

Nyní po vybrání nejvhodnějšího modelu si předpovíme data z následujícího období. Jelikož pracujeme s daty od roku 1995 do roku 2008, můžeme předpovědi posoudit s realitou. Pomocí příkazu v programu R dostaneme data předpovězená modelem ARIMA (1,1,0):

```
> predict(fit, n.ahead = 6)
```

6.3.1. Predikce

Tabulka č. 5 Předpověď modelu ARIMA (1,1,0)

Časový údaj	Vygenerovaná data	Reálná data
Listopad 2008	19,028	19,773
Prosinec 2008	19,161	19,478
Leden 2009	19,2	20,535
Únor 2009	19,212	22,261
Březen 2009	19,215	20,886
Duben 2009	19,216	20,293

Zdroj: program R (vlastní zpracování)

Pro další srovnání si vygenerujeme data i pomocí modelu ARIMA (0,1,1), který byl v posuzování nejlepšího BIC na druhém místě.

Tabulka č. 6 Předpověď modelu ARIMA (0,1,1)

Časový údaj	Vygenerovaná data	Reálná data
Listopad 2008	18,982	19,773
Prosinec 2008	18,982	19,478
Leden 2009	18,982	20,535
Únor 2009	18,982	22,261
Březen 2009	18,982	20,886
Duben 2009	18,982	20,293

Zdroj: program R (vlastní zpracování)

Zde můžeme vidět, že v případě kdy je parametr AR modelu nulový, nezáleží na předchozích datech, a tudíž se predikce nevyvíjí.

Ted' můžeme posoudit, jak moc se liší vygenerovaná data s reálnými. Z programu R jsme se dozvěděli, že námi zvolený model ARIMA (1,1,0), je zvolen správně. Vygenerovaná data z tohoto modelu se od reálných dat liší méně než data z druhého modelu ARIMA (0,1,1).

6.3.2. Směrodatná odchylka

Další způsob posouzení modelu spočívá v porovnání směrodatné odchylky. Směrodatné odchylky pro model ARIMA (1,1,0) a pro model ARIMA (0,1,1) jsou následující:

Tabulka č. 7 Směrodatné odchylky

Časový údaj	ARIMA (1,1,0)	ARIMA (0,1,1)
Listopad 2008	0,78753	0,78835
Prosinec 2008	1,28849	1,28449
Leden 2009	1,68661	1,63657
Únor 2009	2,01829	1,9253
Březen 2009	2,30556	2,17605
Duben 2009	2,56156	2,40076

Zdroj: *program R (vlastní zpracování)*

Nyní vidíme, že model ARIMA (0,1,1) má menší směrodatné odchylky, vyjma listopad 2008. Pokud bychom se tedy řídili směrodatnými odchylkami, volili bychom v tomto případě model ARIMA (0,1,1)

7. ZÁVĚR

Mnoho lidí netuší, co matematické modelování znamená a k čemu se dá využít. Dává nám neuvěřitelné možnosti jak odhadnout co nás čeká. Matematické modelování se dá praktikovat téměř na vše, co nás napadne.

Podrobně jsme se podívali na kurz české koruny a jeho změny. Seznámili jsme se i s přesnými čísly co se týče počtu českých bankovek v oběhu.

Dále jsme si představili autora kreseb na našich českých bankovkách, pana Oldřicha Kulhánka, kterého jsem měla tu čest osobně poznat. Byl to velice milý, inteligentní a vlídný pán, s ochotou mi podepsal několik bankovek.

Prozkoumali jsme historii amerického dolaru, jeho vznik a jeho vztah ke zlatu.

V druhé polovině teoretické části jsme si vysvětlili, co matematické modelování obnáší a námi zvolený matematický model ARIMA jsme podrobně rozebrali do jednotlivých částí a vysvětlili je vzorci.

Praktická část nám již ukazuje, jak se matematické modelování dá použít v praxi. Ve finále jsme určili nejvhodnější model a to ARIMA (1,1,0). I když druhý způsob určení nejvhodnějšího modelu nám řekl, že nejlepší volbou bude model ARIMA (0,1,1), první způsob je lepší a přesnější.

Jsem ráda za to, že jsem si zvolila toto téma. Zprvu jsem se bála, jak téma o matematickém modelování zvládnou, ale s pomocí doc. RNDr. Tomáše Mrkvičky, Ph.D., jsem všemu porozuměla a dané téma zvládla. Je úžasné, jak se dají čísla všemožně použít.

8. SUMMARY

This bachelor thesis describes the development of Czech crown exchange rate in relation to American dollar. The introductory part describes particular rates in particular years. It focuses on what the rates were influenced by and how the rates were influenced, as well as if the change of one rate projected in the change of the other one.

Goals of this bachelor thesis are to examine some possible mathematical models which deal with modelling Czech crown, as well as to apply Arima model in making the analysis of the time range.

The bachelor thesis focuses mainly on the above Arima mathematical model, which will be used in the following practical part. The task given is to model the future possible changes in the rate when neglecting any possible fluctuations in economy.

Key words: crown, rate, mathematical models, analysis, fluctuation

9. SEZNAM POUŽITÉ LITERATURY

Odborné publikace

[1] CIPRA, Tomáš. *Finanční ekonometrie*. 2. vyd. Praha: Ekopress, 2013, 538 s. ISBN 978-80-86929-43-9.

[2] CIPRA, Tomáš. *Analýza časových řad s aplikacemi v ekonomii*. 1. vyd. Praha: Státní nakladatelství technické literatury, 1986, 246 s., obr., tab.

[3] CIPRA, Tomáš. *Matematika cenných papírů*. Vyd. 1. Praha: HZ, 2000, 241 s. ISBN 80-86009-35-1.

[4] SURGA, Leopold. *České bankovky a mince 1993-2012*. Vyd. 1. V Praze: Jerome ve spolupráci s Českou národní bankou, 2012, 245 s. ISBN 978-80-903266-9-9.

[5] ARLT, Josef. *Moderní metody modelování ekonomických časových řad*. Vyd. 1. Praha: Grada, 1999, 307 s. ISBN 80-7169-539-4.

Internetové zdroje

[6] www.papirovaplatidla.cz

[7] www.kurzy.cz

[8] www.oldrichkulhanek.cz

[9] www.cnb.cz

[10] www.mathworks.com

[11] www.citace.com

10. SEZNAM TABULEK, GRAFŮ A OBRÁZKŮ

Tabulka č. 1 Struktura peněz v oběhu podle stavu e dni 31. 12. 2014

Tabulka č. 2 Řád diferencování

Tabulka č. 3 Tvar ACF a PACF

Tabulka č. 4 BIC

Tabulka č. 5 Předpověď modelu ARIMA (1,1,0)

Tabulka č. 6 Předpověď modelu ARIMA (0,1,1)

Tabulka č. 7 Směrodatné odchylky

Obr. 1 : Oldřich Kulháněk

Obr. 2 : Pohyb kurzu za námi sledované období

Obr. 3 : Pohyb kurzu od roku 1995 do 1998

Obr. 4 : Změna kurzu pro rok 1999

Obr. 5 : Změna kurzu pro rok 2000

Obr. 6 : Pohyb kurzu od roku 2001 do 2008

Obr. 7 : ACF kurzu koruny

Obr. 8 : PACF kurzu koruny

Obr. 9 : ACF ARIMA (0, 1, 0)

Obr. 10 : PACF ARIMA (0, 1, 0)

Obr. 11 : ACF ARIMA (1,1,0)

Obr. 12 : PACF ARIMA (1,1,0)

Obr. 13: ACF ARIMA (0,1,1)

Obr. 14: PACF ARIMA (0,1,1)