

Oponentský posudek na bakalářskou práci

An introduction to mathematical modelling in continuum mechanics

Student: Lucie Pelikánová, Katedra matematiky, PŘF JČU

Vedoucí práce: doc. Dr.rer.nat. Ing. Jan Valdman, Katedra matematiky, PŘF JČU

Oponent: RNDr. Miroslav FROST, Ph.D., Ústav termomechaniky AVČR

Bakalářská práce zavádí základní pojmy matematického modelování v mechanice kontinua, soustředí se na matematický popis třídímenzionálních objektů a jejich deformací a na několika příkladech ilustruje použití různých popisů deformace a funkcionalů hyperelastické energie. Práce je mezioborová s přesahem z aplikované matematiky do oblastí mechaniky kontinua a programování.

Text je členěn do čtyř kapitol a přílohy. První kapitola vymezuje účel práce, druhá zavádí stěžejní koncepty mechaniky deformovatelných těles (deformační zobrazení, deformační gradient, tenzor deformace, uložená energie, apod.) a formalizuje je pomocí pojmů z lineární algebry a funkcionální analýzy. Ve třetí kapitole jsou tyto koncepty ilustrovány na příkladech ohýbaného a stočeného hranolu a je pomocí výpočetních simulací ukázáno, že nevhodná volba geometrického popisu vede (z hlediska mechaniky) k nerealistické prostorové distribuci uložené energie. Čtvrtá kapitola obsahuje stručný závěr práce. Příloha obsahuje kód z programovacího prostředí Matlab, který byl samostatně vytvořen autorkou práce a použit při simulacích v kapitole 3. Celá práce je sepsána v anglickém jazyce a vysázena v typografickém programu LaTeX.

Po grafické, jazykové a formální stránce je práce na vynikající úrovni, žádné závažné nedostatky jsem neshledal. Z hlediska obsahu autorka prokazuje velmi dobré zvládnutí nástrojů lineární algebry a matematické analýzy, schopnost využít pokročilý výpočetní software a vhodně adaptovat komplexní programy. Je nutné vyzdvihnout, že autorka práce se musela seznámit s koncepty ze specializované oblasti fyziky a aktivně je používat, což dokládá její schopnosti dobře se orientovat se v nové problematice, která není přímo svázána s oborem jejího studia. To také nejspíše vysvětluje, proč není v práci zaveden (z hlediska mechaniky) klíčový pojem napětí, který přirozeně doplňuje pojmy deformace a (hyper)elastická energie. V příloze dále uvádím několik drobných poznámek a návrhů, které by bylo vhodné reflektovat při dalším rozpracování tématu.

Předkládanou práci Lucie Pelikánová prokázala, že se dobře zorientovala v zadané problematice, je schopna v ní tvůrčím způsobem aplikovat znalosti z předchozího studia a dokáže při tom využívat a adaptovat komplexní výpočetní programy. Po zohlednění všech uvedených skutečností práci doporučuji k obhajobě a navrhuji hodnocení známkou **A** (výborně).

K práci mám dále dva drobné dotazy; byl bych rád, aby se k nim autorka v rámci obhajoby vyjádřila:

1. Uměla byste výpočtem ukázat, že deformační zobrazení v kapitole 3.1 („deformation into a partial and a whole toroid“) opravdu převádí materiálové vlákno rovnoběžné s osou x v referenční

konfiguraci (tj. souřadnice x nabývá hodnoty mezi 0 a l_x , souřadnice y a z jsou konstantní) na část kružnice (v rovině kolmé k ose y) v deformované konfiguraci?

2. V ilustrativních výpočtech v kapitole 3 jste převzala materiálové konstanty (Youngův modul pružnosti a Poissonovo číslo) uváděné v práci v tabulce na straně 11 pro ocel. Ta bohužel nepatří mezi hyperelastické materiály na rozdíl od gumy, která je jejich typickým zástupcem a jejíž materiálové konstanty jsou v téže tabulce uvedeny. Byl nějaký principiální důvod, proč ve výpočtech nepoužít např. materiálové parametry gumy?

V Praze 10. května 2022

.....

RNDr. Miroslav FROST, Ph.D.

Ústav termomechaniky AV ČR, v.v.i.

Poznámky:

- a. Str. 1: Odhlédneme-li od příkladu v obrázku 2.1, formulaci „The deformation mappings are based on a cuboid reference configuration ...“ je možná lépe nahradit variantou „Deformation mappings are applied to objects represented by cuboid domains in the reference configuration ...“.
- b. Str. 5: V kapitole 2.3 v první (neoznačené) rovnici doporučuji pro větší přehlednost označit *konstantní* deformační matici jiným znakem než $\mathbf{F}$; ten byl již dříve zaveden pro libovolný deformační gradient.
- c. Str. 9: Formulace „Materials for which there exists a stored energy are called hyperelastic materials.“ může být s ohledem na materiály, které vykazují vedle uložené energie i disipaci, poněkud neobratná; navrhuji možné zjemnění např.: „Materials whose mechanical response is uniquely determined by a stored energy function are called hyperelastic.“
- d. Str. 10: Překlep v první větě: „And it is a generalization of the following density model ...“
- e. Str. 10: Konkrétněji „We deal with *elastic* isotropic materials, which are materials whose *elastic* properties are the same regardless ...“
- f. Str. 11: „The values of Poisson's ratio range from 0 to 0.5 *in most materials*.“ Protipříkladem by byly tzv. auxetické materiály, které mohou vykazovat i zápornou hodnotu Poissonova čísla.
- g. Str. 11: Přesněji „Young's modulus represents the stiffness of a material when a *uniaxial tension* is applied.“
- h. Str. 17, 18 a 23: Je nějaký důvod pro uvádění vypočtených hodnot funkcí energie na šest desetinných míst, když číselné shody je dosaženo v nejlepším případě v řádu jednotek?